

### KOMBINATORIKA (06/03/2017).

1. Nađite koliko je moguće anagrama složiti sa riječima: CUORE, SASSO, MAMMA.  
(Rj. 120, 20, 10)
2. Koliko troznamenastih brojeva se može složiti upotrebom samo neparnih znamenki.  
(Rj. 60)
3. Koliko se odbojkaških timova može napraviti sa 20 studenata.  
(Rj. 38760)
4. Koliko susreta može odigrati 18 nogometnih momčadi ukoliko međusobno igraju 2 puta.  
(Rj. 306)
5. Od 27 studenata, 15 ženskih i 12 muških, koliko je delegacija moguće sastaviti tako da se sastoji od 2 žene i 1 muškarca.  
(Rj. 30030)
6. Nađite vrijednost za  $x$  u sljedećoj jednačbi:  $3V_4^x = V_5^x$   
(Rj.  $x=7$ )
7. Broj kombinacija  $n$  elementa uzetih u skupinama od 4 jednak je broju kombinacija tih elementa uzeti u skupinama od 3 elementa. Izračunajte  $n$ .  
(Rj.  $n=7$ )
8. Uzmite u obzir sljedeću figuru. Koliko trokuta je moguće napraviti upotrebom točkica u figuri.



(Rj. 516)

### VJEROJATNOST (13/03/2017).

9. Kolika je vjerojatnost kod bacanje dvije kocke da:  
A) Zbroj brojeva bude 5.  
B) Pojave se dvije jedinice.  
(Rj. A 4/36, B 1/36)
10. Kocku bacimo ukupno 5 puta. Kolika je vjerojatnost da se broj 4:  
A) Ne pojavi niti jednom.  
B) Pojavi točno dva puta.  
C) Pojavi bar jednom.  
D) Pojavi više od dva puta.  
(Rj. A 0.402, B 0.161, C 0.598, D 0.035)

### VJEROJATNOST (20/03/2017).

11. Dokazati da za svaki  $n > k$  vrijedi:

$$\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k} \frac{n-k}{k+1}$$

12. Izračunajte da li postoji  $n$  takav da vrijedi:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 1048576$$

(Rj.  $n=20$ )

13. U kutiji se nalazi 100 čavala od kojih je 10 neispravno. Kolika je vjerojatnost da su od tri nasumično uzeta 3 čavla:

- A) Sva tri su ispravna.  
B) 2 su dobra a jedan neispravan.

(Rj. A 0.72, B 0.24)

14. Jedan ispit sastoji se od 10 pitanja, za svako pitanje postoji samo jedan točni odgovor od 4 moguća. Kolika je vjerojatnost, ukoliko se slučajno odaberu odgovori na sva pitanja, da barem 2 budu točna.

(Rj. 0.756)

15. Koja je vjerojatnost da 7 kuglica raspodijelimo u 7 ćelija tako da:

- A) U svakoj ćeli bude po jedna.  
B) U jednoj budu dvije kuglice, u jednoj niti jedna a u ostalih pet po jedna.  
C) U dvije budu dvije kuglice, u dvije ni ti jedna a u ostale tri po jedna.

(Rj. A 0.006121, B 0.129, D 0.321)

16. U jednoj posudi nalaze se 4 bijele i 3 crne kuglice. Uzme se uzorak od 3 kuglice. Neka je  $x$  broj bijelih kuglica a  $P(x)$  vjerojatnost da uzorak sadrži  $x$  bijelih kuglica.

- A) Nađite  $P(x)$ .  
B) Izračunajte  $P(x)$  za  $x = 0, 1, 2, 3$ .

### GEOMETRIJSKA VJEROJATNOST (27/03/2017).

17. Brojevi  $x$  i  $y$  biraju se slučajnim odabirom iz intervala  $-2 \leq x \leq 0$  i  $0 \leq y \leq 3$ . Odredite vjerojatnost da je razlika  $y - x$  veća ili jednaka 3:

- A) Ako su  $x$  i  $y$  cijeli brojevi  
B) Ako su  $x$  i  $y$  realni brojevi

(Rj. A 1/2, B 1/3)

18. Dvije osobe su zakazale sastanak između 0 i 1 sat uz obavezno čekanje 20 minuta. Kolika je vjerojatnost susreta ako je dolazak svake osobe neovisan i slučajan u toku dogovorenog vremena.

(Rj. 5/9)

19. Dva broda pristaju na istu vez. Vremena dolazaka brodova su neovisna i slučajna u toku 24 sata. Odredite vjerojatnost da jedan od brodova čeka na oslobodjenje veza, ako se zna da jedan brod stoji navezu 1h a drugi 2h.

(Rj. 0.121)

20. Slučajno biramo brojeve  $x$  iz intervala  $[0,1]$  i  $y$  iz  $[0,2]$ . Kolika je vjerojatnost da je zbroj  $x + y < 2$  a produkt  $xy < 1$ .

(Rj. 0.097)

21. Izračunajte vjerojatnost da rješenja kvadratne jednadžbe  $x^2+px+g=0$  budu realni, ako se njeni koeficijenti biraju slučajno iz intervala  $[-1,1]$ .  
(Rj. 13/24)
22. Kolika je vjerojatnost da strijeljanjem pogodi točka iz kruga koja se ne nalazi unutar površine kvadrata upisanog u taj krug.  
(Rj. 0.363)
23. Ako bacimo novčić promjera 3 cm na šahovsku ploču čija je stranica duljine 60 cm a pojedinačni kvadrat je  $10 \times 10$  cm (tako centar novčića nalazi se na ploči), kolika je vjerojatnost da novčić padne u potpunosti unutar kvadrata šahovske ploče. Da li je moguće upotrijebiti ovaj postupak za izračunati vrijednosti broja  $\pi$ .  
(Rj. 16/100)

### UVJETNA VJEROJATNOST (03/04/2017).

24. U razredu gdje se nalazi 20 učenika, do kojih su 12 su ženskih a 8 muških, profesor odabere dvoje učenika za ispitivanje. Koja je vjerojatnost da su obadvije žene.  
(Rj. A 0.35)
25. U jednoj tvornici proizvodi izlaze iz dva automatska stroja, pri čemu 60% ukupne proizvodnje dolazi iz prvog stroja a 40% iz drugog.  
Prvi stroj proizvodi 80% kemijskih i 20% običnih olovki dok drugi stroj proizvodi 70% kemijskih a 30% običnih olovki. Kolika je vjerojatnost da pri slučajnom odabiru jednog proizvoda to bude kemijska olovka.  
(Rj. 0.63)
26. U prvoj posudi nalazi se 7 bijelih i 5 crvenih kuglica a u drugoj 6 bijelih i 3 crvene. Slučajnim odabirom izvadimo jednu kuglicu iz prve posude i prebacimo u drugu. Kolika je vjerojatnost da nakon toga od ukupno 3 kuglice izvučene iz druge posude bar jedna bude bijela.  
(Rj. 0.96)

### BAYESOVA FORMULA (10/04/2017).

27. Jedan student treba održati kolokvij iz statistike. Ako uči ima vjerojatnost od 99% da će proći ispit, ali ako ide na tulum organiziran u studentskom domu vjerojatnost da prođe ispit smanji se na 50%. Student odluči da će ići na tulum ako bacanjem novčića dobije se glava.  
Ako student prođe kolokvij koja je vjerojatnost da student je išao na tulum.  
(Rj. 0.336)
28. U sjevernoj Europi 70% cura ima plavu kosu, 20% crvenu i 10% crnu. Zna se isto da imaju tamne oči 10% cura sa plavom kosom, 25% sa crvenom i 50% sa crnom.  
Ako cura što ste upoznali na internetu dozna vam da ima tamne oči, koja je vjerojatnost da ima plavu kosu.  
(Rj. 0.41)
29. 26% studenta upisanih na jednome sveučilištu na sociološki odsjek su muški. 45% muški je pušač i 25% ženski je pušač.
- a) Ako se na sreću izabere jedan student i utvrdi se da je pušač, odrediti vjerojatnost da je muško.
- b) Koja je vjerojatnost ako se izabere jedan student on je muško ili pušač.  
(Rj. A 0.387, B 0.302)

30. Kocka A ima 4 stranice crvene i 2 bijele, kocka B ima 2 stranice crvene i 4 bijela. Baci se jednom novčić. Ukoliko se okrene pismo baca se kocka A, a ukoliko se okrene glava nastavlja se igra bacanjem kocke B.
- Kolika je vjerojatnost da se dobije crveno pri svakom bacanju.
  - Ako se dva puta okrene crveno, kolika je vjerojatnost da se okrene crveno na sljedećem bacanju.
  - Ako se okrene crveno dva puta, kolika je vjerojatnost da se bacala kocka  
(Rj. A  $1/2$ , B  $3/5$ , C  $4/5$ )

### **BINOMNA I POISSONOVA RASPODJELA (22/05/2017).**

31. Novčić se baca 6 puta. Kolika je vjerojatnost da se isti broj dobije četiri puta?
32. Od ukupno 300 proizvoda 30 ih je oštećeno. Kupac slučajnim odabirom uzima 4 proizvoda.
- Odredite vjerojatnost da su od ta 4 proizvoda ukupno  $x$  oštećena.
  - Odredite očekivanje i varijancu za  $x$ , koristeći opće formule za  $E(x)$  i  $V(x)$  the globalne formule za hipergeometrijsku raspodjelu, te usporedite rezultat.
  - Nađite očekivanje i varijancu binomne raspodjele za varijablu  $x$ .  
(Rj.  $E(x)=0.4$ ,  $V(x)=0.36$ )
33. Broj kvarova u telefonskoj centrali u godinu dana može se prikazati Poissonovom raspodjelom, gdje je  $\lambda=3$ . Kolika je vjerojatnost da se u godinu dana dogode tri kvara?  
(Rj. 0.024)

### **KONTINUIRANA SLUČAJNA VARIJABLA (29/05/2017).**

34. Poznato je da na jednom bankomatu u Zagrebu 4 osobe od 5 koje ga koriste podižu novce.
- Ako se slučajno odabere 10 osoba (s ponavljanjem) koje su koristile bankomat, izračunajte vjerojatnost da je ukupni broj korisnika bankomata veći od 9.
  - Ukoliko je od 6 slučajno odabranih osoba (s ponavljanjem) barem 3 podizalo novce, kolika je vjerojatnost da je ukupni broj osoba koje su dizale novce veći od 4?  
(Rj. a) 0.375, 0.67)
35. Zadana je gustoća vjerojatnosti  $f(x)= a*\exp(-x/10)$  gdje varijabla  $x$  poprima vrijednost od 0 do beskonačnosti. Odredite konstantnu  $a$ .  
(Rj.  $a=1/10$ )
36. Zadana je gustoća vjerojatnosti  $f(x)= ax*\exp(-ax)$  gdje varijabla  $x$  poprima vrijednost od 0 do beskonačnosti. Odredite konstantnu  $a$ .  
(Rj.  $1/a^2$ )
37. Broj meteora koji se sudare s jednim satelitom tijekom svoje orbite može se opisati Poissonovom raspodjelom, s varijablom parametra  $\lambda$ . Kolika je vjerojatnost da je broj meteora, koji 5 puta okruže zemlju i sudare se sa satelitom,  $\leq 3$ .  
(Rj. 0,0002)

38. Jedno istraživanje unutar bankarskog instituta pokazalo je se da vrijeme čekanja na šalteru prati Gaussovu raspodjelu sa srednjom vrijednosti 20 min i varijancom 9 min.

Kolika je vjerojatnost da je vrijeme čekanja na šalteru:

- a)  $\Rightarrow 25$  min
- b)  $\leq 16$  min
- c)  $\geq 18$  min i  $\leq 21$  min

(Rj. A 0.047, B 0.0918, C 0.37)

**MNK (05/06/2017).**

39. Za dani sustav veličine  $y$  i  $x$  zadovoljavaju relaciju  $y=q+mx$ . Na osnovi rezultata mjerenja, odredite parametre  $m$  i  $q$  metodom najmanjih kvadrata, kao i koeficijent korelacije.

$x_i$	$y_i$
35	5,9
39	6,55
40	6,2
42	6,3
42	6,99
45	6,53
48	7,5
50	8,72
56	9,52
58	9,49

(Rj.  $y=0.176x-0.638$ )

40. Za dani sustav veličine  $y$  i  $x$  zadovoljavaju relaciju  $y=ab^x$ . Na osnovi rezultata mjerenja, odredite parametre  $a$  i  $b$  (metodom najmanjih kvadrata).

$x_i$	$y_i$
-1	1,6
0	2,9
1	5,9
2	11,8
4	48,0

(Rj.  $y=3.025*1.985^x$ )