

1. U razredu gdje se nalazi 20 učenika, do kojih su 12 su ženskih a 8 muških, profesor odabere dvoje učenika za ispitivanje. Koja je vjerojatnost da su obadvije žene.
(Rj. A 0.35)
2. U jednoj tvornici proizvodi izlaze iz dva automatska stroja, pri čemu 60% ukupne proizvodnje dolazi iz prvog stroja a 40% iz drugog.
Prvi stroj proizvodi 80% kemijskih i 20% običnih olovki dok drugi stroj proizvodi 70% kemijskih a 30% običnih olovki. Kolika je vjerojatnost da pri slučajnom odabiru jednog proizvoda to bude kemijska olovka.
(Rj. 0.63)
3. U prvoj posudi nalazi se 7 bijelih i 5 crvenih kuglica a u drugoj 6 bijelih i 3 crvene. Slučajnim odabirom izvadimo jednu kuglicu iz prve posude i prebacimo u drugu. Kolika je vjerojatnost da nakon toga od ukupno 3 kuglice izvučene iz druge posude bar jedna bude bijela.
(Rj. 0.96)
4. Jedan student treba održati kolokvij iz statistike. Ako uči ima vjerojatnost od 99% da će proći ispit, ali ako ide na tulum organiziran u studentskom domu vjerojatnost da prođe ispit smanji se na 50%.
Student odluči da će ići na tulum ako bacanjem novčića dobije se glava.
Ako student prođe kolokvij koja je vjerojatnost da student je išao na tulum.
(Rj. 0.336)
5. U sjevernoj Europi 70% cura ima plavu kosu, 20% crvenu i 10% crnu. Zna se isto da imaju tamne oči 10% cura sa plavom kosom, 25% sa crvenom i 50% sa crnom.
Ako cura što ste upoznali na internetu dozna vam da ima tamne oči, koja je vjerojatnost da ima plavu kosu.
(Rj. 0.41)
6. 26% studenta upisanih na jednome sveučilištu na sociološki odsjek su muški. 45% muški je pušač i 25% ženski je pušač.
 - a) Ako se na sreću izabere jedan student i utvrdi se da je pušač, odrediti vjerojatnost da je muško.
 - b) Koja je vjerojatnost ako se izabere jedan student on je muško ili pušač.(Rj. A 0.387, B 0.302)
7. Kocka A ima 4 stranice crvene i 2 bijele, kocka B ima 2 stranice crvene i 4 bijela. Baci se jednom novčić. Ukoliko se okrene pismo baca se kocka A, a ukoliko se okrene glava nastavlja se igra bacanjem kocke B.
 - a) Kolika je vjerojatnost da se dobije crveno pri svakom bacanju.
 - b) Ako se dva puta okrene crveno, kolika je vjerojatnost da se okrene crveno na sljedećem bacanju.
 - c) Ako se okrene crveno dva puta, kolika je vjerojatnost da se bacala kocka(Rj. A 1/2, B 3/5, C 4/5)

1. $A \rightarrow$ dvoje ženske

$$P(A) = \frac{\binom{12}{2}}{\binom{20}{2}} = \frac{\frac{12!}{2! \cdot 10!}}{\frac{20!}{2! \cdot 18!}} = \frac{12 \cdot 11}{20 \cdot 19}$$

verojatnost da se
dobije žensko

verojatnost
da je žensko ako
je reč izabrana
ženska osoba.

2. $A = \{$ slučajno odabrana kemijska $\}$

$H_1 = \{$ proizvod napravljen na prvom stroju $\}$

$H_2 = \{$ proizvod napravljen na drugom stroju $\}$

$$P(H_1) = 0.6$$

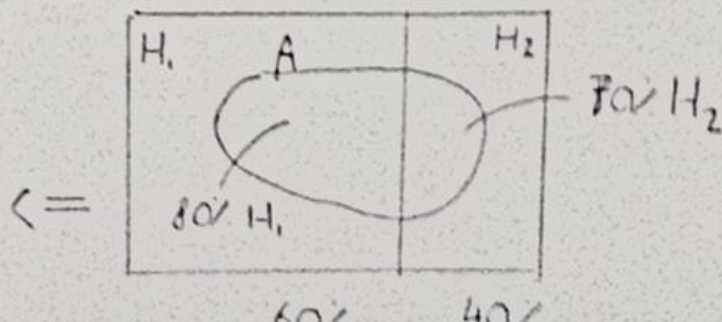
$$P(H_2) = 0.4$$

$$P(A|H_1) = 0.8$$

$$P(A|H_2) = 0.7$$

$$P(A) = P(H_1)P(A|H_1) + P(H_2)P(A|H_2)$$

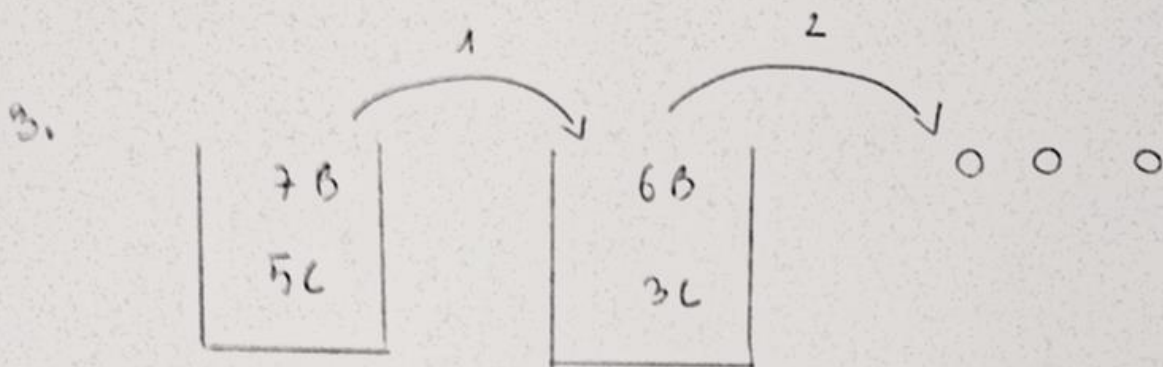
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(H_1) + n(H_2)}$$



$$\Rightarrow P(A) = \frac{0.6 \cdot 0.8 + 0.4 \cdot 0.7}{1} = 0.76$$

$$\Rightarrow P(H_1|A) = \frac{P(H_1 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) \cdot P(H_1)}{P(A)} = \frac{0.6 \cdot 0.8}{0.76} = 0.63$$

zašto su ne ovise
dogodogji



$A = \{ \text{od tri izvučene kuglice barem jedna je bijela} \}$

$H_1 = \{ \text{prebačena je bijela kuglica} \}$

$H_2 = \{ \text{prebačena je crvena kuglica} \}$

Uzmimo u obzir

$A' = \{ \text{izvučena kuglica je bijela} \}$

$$P(A') = P(H_1)P(A'|H_1) + P(H_2)P(A'|H_2)$$

$$P(H_1) = \frac{1}{12} \quad P(H_2) = \frac{5}{12} \quad P(A'|H_1) = \frac{1}{10} \quad P(A'|H_2) = \frac{6}{10}$$

$$P(A') = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{10} + \frac{5}{12} \cdot \frac{6}{10} = \frac{19}{120}$$

\Rightarrow SA VRAĆANJEM KUGLICA

$$1 - P(A) = (1 - P(A')) (1 - P(A')) (1 - P(A')) = 0.39$$

$$\Rightarrow P(A) = 0.96$$

AKO IH NE VRAĆAMO

A^c = sve su crvene

$$P(A^c) = P(H_1) P(A^c | H_1) + P(H_2) \cdot P(A^c | H_2)$$

$$P(A^c | H_1) = \frac{1}{\binom{10}{3}} = \frac{1}{120} \quad \begin{array}{l} \text{" } 7/12 \\ \text{" } \binom{3}{3} \end{array} \rightarrow \text{prebaćena bijela}$$

$$P(A^c | H_2) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{4}{20} \quad \text{" } 5/12 \rightarrow \text{prebaćena crvena}$$

$$P(A^c) = \frac{7}{12} \cdot \frac{1}{120} + \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{120} = 0.0188$$

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - 0.0188 = 0.981$$

4. $K = \{ \text{prade kalakayji} \}$

$T = \{ \text{ide ma bulim} \}$

$$P(K|\bar{T}) = 0.99$$

$$P(K|T) = 0.5$$

$$P(T) = P(\bar{T}) = 0.5$$

$$P(T|K) = \frac{P(T)P(K|T)}{P(T)P(K|T) + P(\bar{T})P(K|\bar{T})} = \frac{0.5 \cdot 0.5}{0.5 \cdot 0.5 + 0.5 \cdot 0.99} = 0.336$$

5. $P \subset H$ 1 erma kasa

10% 20% 10% \rightarrow % beja kase

10% 25% 50% \rightarrow % kominne olee erma kasa

$$P(P) = 0.7 \quad P(G) = 0.2 \quad P(H) = 0.1$$

$$P(T|P) = 0.1 \quad P(T|G) = 0.25 \quad P(T|H) = 0.5$$

$$P(P|T) = \frac{P(P) \cdot P(T|P)}{P(P)P(T|P) + P(G)P(T|G) + P(H)P(T|H)} = \frac{0.7 \cdot 0.1}{0.7 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.25 + 0.1 \cdot 0.5} = 0.41 = 41\%$$

6. $P(M) = 0.26$ maško

$P(\bar{E}) = 0.74$ žensko

$P(PV|M) = 0.45$

$P(PV|\bar{E}) = 0.25$

pravdě se uvjel da je Hbi ě

$$P(M|PV) = \frac{P(M \cap PV)}{P(PV)} = \frac{P(M) \cdot P(PV|M)}{P(M) \cdot P(PV|M) + P(\bar{E}) \cdot P(PV|\bar{E})}$$

	PV	NP	
M	0.117	0.143	0.26
\bar{E}	0.185	0.556	0.74
	0.302	0.698	1

$0.26 \cdot 0.45$ (pointing to 0.117)
 $0.74 \cdot 0.25$ (pointing to 0.185)

v tablici možemo prikazati na sledeći način.

R_m m bocanje kocke dobije se crveno
 L bocanjem močiča dobije se lice
 S " " " " slika

$$P(R_m) = P(R_m|L) + P(R_m|S) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(R_1 \cap R_2 | L) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$P(R_1 \cap R_2 \cap R_3 | L) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

$$P(R_1 \cap R_2 | S) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$P(R_1 \cap R_2 \cap R_3 | S) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(R_1 \cap R_2) &= P(R_1 \cap R_2 | L)P(L) + P(R_1 \cap R_2 | S)P(S) = \\ &= \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{18} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) = \dots \dots \dots \stackrel{\downarrow \text{isti postupak}}{=} \frac{9}{54} = \frac{3}{18}$$

Slijedi $P(R_3 | R_1 \cap R_2) = \frac{P(R_1 \cap R_2 \cap R_3)}{P(R_1 \cap R_2)} = \frac{3/18}{5/18} = \frac{3}{5}$

Za zadnji odgovor primijenimo Bayesovu formulu

$$P(L | R_1 \cap R_2) = \frac{P(L)P(R_1 \cap R_2 | L)}{P(R_1 \cap R_2)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9}}{\frac{5}{18}} = \frac{4}{5}$$