

ZADATCI i RIJEŠENJA VJEŽBE 23/03/2020

1. Brojevi x i y biraju se slučajnim odabirom iz intervala $-2 \leq x \leq 0$ i $0 \leq y \leq 3$. Odredite vjerojatnost da je razlika $y - x$ veća ili jednaka 3:
A) Ako su x i y cijeli brojevi
B) Ako su x i y realni brojevi
(Rj. A 1/2, B 1/3)
2. Dvije osobe su zakazale sastanak između 0 i 1 sat uz obavezno čekanje 20 minuta. Kolika je vjerojatnost susreta ako je dolazak svake osobe neovisan i slučajan u toku dogovorenog vremena.
(Rj. 5/9)
3. Dva broda pristaju na istu vez. Vremena dolazaka brodova su neovisna i slučajna u toku 24 sata. Odredite vjerojatnost da jedan od brodova čeka na oslobođenje veza, ako se zna da jedan brod stoji navezu 1h a drugi 2h.
(Rj. 0.121)
4. Slučajno biramo brojeve x iz intervala $[0,1]$ i y iz $[0,2]$. Kolika je vjerojatnost da je zbroj $x + y < 2$ a produkt $xy < 1$.
(Rj. 0.097)
5. Izračunajte vjerojatnost da rješenja kvadratne jednadžbe $x^2+px+g=0$ budu realni, ako se njeni koeficijenti biraju slučajno iz intervala $[-1,1]$.
(Rj. 13/24)
6. Kolika je vjerojatnost da strijeljanjem pogodi točka iz kruga koja se ne nalazi unutar površine kvadrata upisanog u taj krug.
(Rj. 0.363)
7. Ako bacimo novčić promjera 3 cm na šahovsku ploču čija je stranica duljine 60 cm a pojedinačni kvadrat je 10×10 cm (tako centar novčića nalazi se na ploči), kolika je vjerojatnost da novčić padne u potpunosti unutar kvadrata šahovske ploče. Da li je moguće upotrijebiti ovaj postupak za izračunati vrijednosti broja π .
(Rj. 16/100)

1.

A) $x = -2, -1, 0$

$y = 0, 1, 2, 3$

| | | | | |
|---|---|---|---|----------|
| 0 | 1 | 2 | 3 | $\leq y$ |
|---|---|---|---|----------|

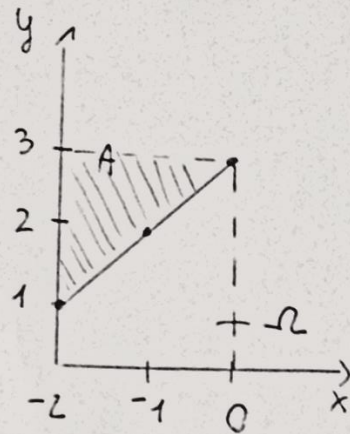
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 0 |
|---|---|---|---|---|

| | | | | |
|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | -1 |
|---|---|---|---|----|

| | | | | |
|---|---|---|----|----|
| 2 | 3 | 4 | +5 | -2 |
|---|---|---|----|----|

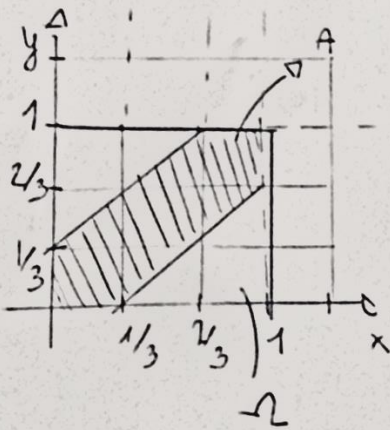
$\Rightarrow P = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

B)



$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

2.



$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{5}{9}$

Alternativno možemo pisati uvjet za susret

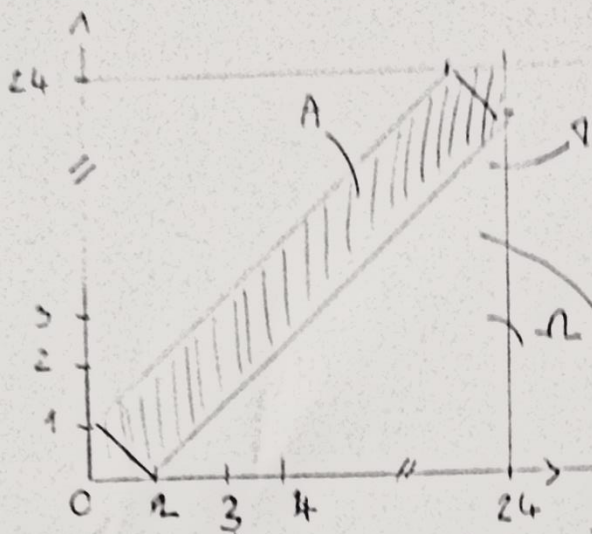
$|x - y| \leq 1/3$ i riješiti nejednačbu

$\begin{cases} x - y \leq 1/3 \\ x - y \geq -1/3 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} y \geq x - 1/3 \\ y \leq x + 1/3 \end{cases}$
 $x, y \in [0, 1]$

← površina između
 ova dva pravca
 je $m(A)$

3.



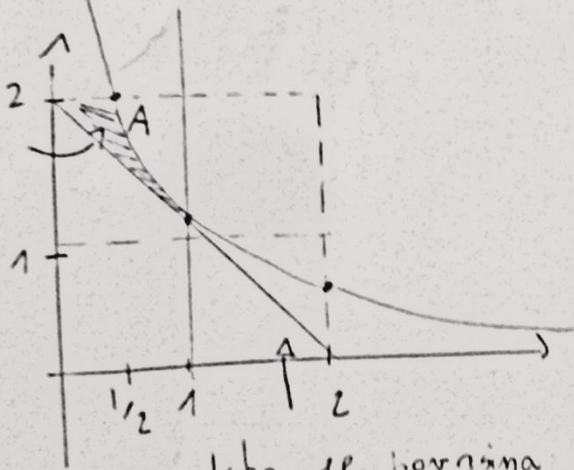
možemo gledati površine
i moći $m(A)$ i $m(\Omega)$

površine trokuta

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{24 \cdot 24 - \frac{22 \cdot 22}{2} - \frac{23 \cdot 23}{2}}{24 \cdot 24} = \frac{69.5}{576} = 0.121$$

$$4. \quad \Omega = \{ (x, y) \mid x \in [0, 1], y \in [0, 2] \}$$

$$A = \{ (x, y) \mid x + y > 2, x \cdot y < 1 \}$$



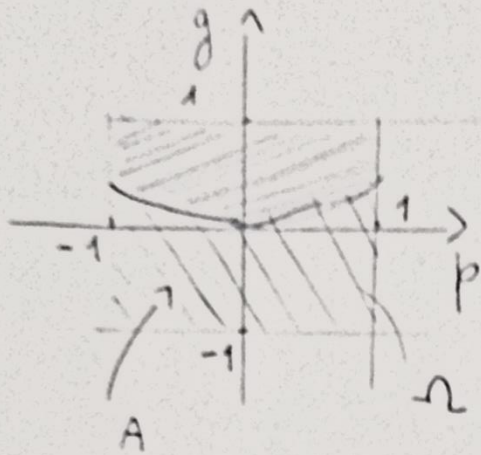
Ista je površina od A; lakše je integracija

Dakle možemo pisati:

$$m(A) = \int_1^2 \frac{1}{x} dx - \frac{1}{2} = \ln x \Big|_1^2 - \frac{1}{2} = \ln 2 - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{4} = 0.097$$

5. realni brojevi $\Rightarrow p^2 - 4g \geq 0$ (pozitivna diskriminanta)



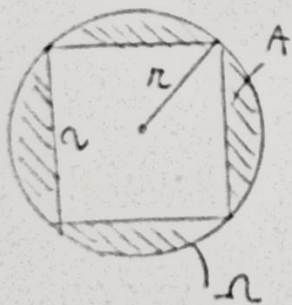
Možemo pisati za površine

$$A - Z = \int_{-1}^1 \frac{x^2}{4} dx = \frac{1}{4} \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{12}$$

$$A = \frac{2}{12} + \frac{24}{12} = \frac{26}{12}$$

$$P = \frac{26}{12} \cdot \frac{1}{4} = \frac{13}{24}$$

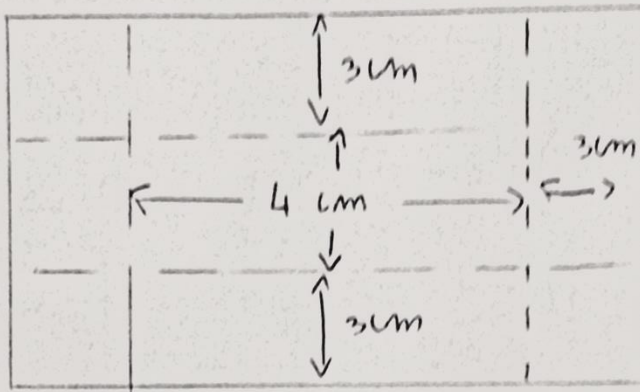
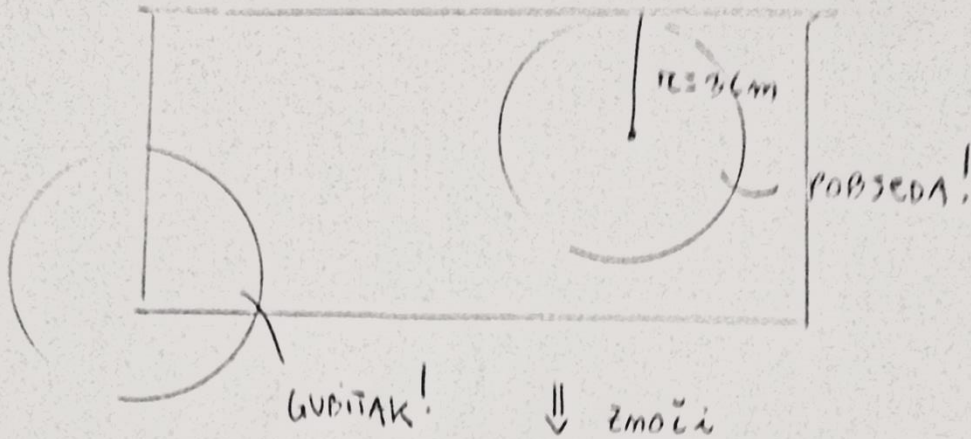
6.



Možemo gledati komplementarnu vjerojatnost

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(\bar{A}) &= \frac{P_{\text{kvadrat}}}{P_{\text{krug}}} \\ &= \frac{\left(\frac{2r}{\sqrt{2}}\right)^2}{r^2 \pi} = \frac{4r^2}{r^2 \pi} \\ &= \frac{4}{\pi} \end{aligned}$$

7.



$$\Rightarrow P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{4 \times 4\text{ cm}^2}{100\text{ cm}^2} = \frac{16}{100} = 0.16$$