

## MNK

1. Za dani sustav veličine  $y$  i  $x$  zadovoljavaju relaciju  $y=q+mx$ . Na osnovi rezultata mjerenja, odredite parametre  $m$  i  $q$  metodom najmanjih kvadrata, kao i koeficijent korelacije.

$x_i$	$y_i$
35	5,9
39	6,55
40	6,2
42	6,3
42	6,99
45	6,53
48	7,5
50	8,72
56	9,52
58	9,49

(Rj.  $y=0.176x-0.638$ )

2. Za dani sustav veličine  $y$  i  $x$  zadovoljavaju relaciju  $y=ab^x$ . Na osnovi rezultata mjerenja, odredite parametre  $a$  i  $b$  (metodom najmanjih kvadrata).

$x_i$	$y_i$
-1	1,6
0	2,9
1	5,9
2	11,8
4	48,0

(Rj.  $y=3.025*1.985^x$ )

Ima se da

$$\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i$$

$$S_x^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2$$

$$S_y^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2$$

$$S_{xy} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

MNK

$\Rightarrow$

$$m = \frac{S_{xy}}{S_x^2}$$

$$q = \bar{y} - m\bar{x}$$

Ako raspisemo

$$* \quad m = \frac{\sum_{i=1}^m x_i y_i - m\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^m x_i^2 - m\bar{x}^2}$$

KOEFICIENT KORELACIJE

$$\rightarrow R^2 = \frac{S_{xy}^2}{S_x^2 S_y^2}$$

$$r = \sqrt{R^2}$$

$$** \quad r = \frac{\sum x_i y_i - m\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

Naproviti tablicu sa stupcima

$x_i y_i$  i  $x_i^2 \Rightarrow$  za izračunati \*

$(x_i - \bar{x})^2$  i  $(y_i - \bar{y})^2 \Rightarrow$  za izračunati \*\*

$x_i$	$y_i$	$x_i y_i$	$x_i^2$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
35	5,9	206,5	1225	110,25	2,1609
39	6,55	255,45	1521	42,25	0,6724
40	6,2	248	1600	30,25	1,3689
42	6,3	264,6	1764	12,25	1,1449
42	6,99	293,58	1764	12,25	0,1444
45	6,53	293,85	2025	0,25	0,7056
48	7,5	360	2304	6,25	0,0169
50	8,72	436	2500	20,25	1,8225
56	9,52	533,12	3136	110,25	4,6225
58	9,49	550,42	3364	156,25	4,4944
Suma	455	3441,52	21203	500,5	17,1534
$\bar{x}$	45,5	$m$			
$\bar{y}$	7,37				
$m$	0,176164				
$q$	-0,64545				
$r$	0,951576				

$\sum$   
↑  
stupca

Dakle možemo napisati jednačinu pravca izračunajući  $m$  i  $q$  sa \*

$$y = 0,176x - 0,638$$

Slijedi da od  $x$

$$r = 0.9\bar{5}1$$

VEZE KOJE SE SVODE NA LINEARNU

Možemo imati na primier slučaj

$$y = ax^b \Rightarrow \log y = b \cdot \log x + \log a$$

$\rightarrow \log x$  i  $\log y$  su linearno vezani sad

$$y = ab^x \Rightarrow \log y = \log b \cdot x + \log a$$

$\rightarrow \log y$  i  $x$  su linearno vezani

$$y = \frac{a}{b+x} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{b+x}{a} = \frac{1}{a}x + \frac{b}{a}$$

$\rightarrow \frac{1}{y}$  i  $x$  su linearno vezani



Vzmimo u obzir da imamo sledeće podatke

$x$	$y$	$\Rightarrow$ podatci prate vezu $y = ab^x$
-1	1.6	
0	2.9	
1	5.9	
2	11.8	
4	48.0	

Ako napravimo izmjenu

$$Y = \log y$$

$$A = \log b \Rightarrow Y = Ax + B \text{ linearna jednačina}$$

$$B = \log a$$

Možemo dakle dalje napraviti tablicu sa

$Y_i$	$X_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$
-------	-------	-----------	---------

↓  
i koristiti za izračunati

$$A = 0.2978$$

$$B = 0.4808$$

$$\Rightarrow Y = 0.2978x + 0.4808$$

! ovo je veza između  
 $Y$  i  $x$  nama treba  $Y$  i  $x$

$$A = \log b \Rightarrow b = 10^A = 1.985$$

$$B = \log a \Rightarrow a = 10^B = 3.025$$

Dikey možemo pisati

$$y = 3.0 \cdot 2.0^x$$