

Vježbe iz Opće fizike II

- za matematičare -

Sadržaj

1	Mehanika fluida	2
1.1	Statika fluida	2
1.2	Dinamika fluida	3
2	Titranje i valovi	6
2.1	Harmonijsko titranje	6
2.2	Valovi	7
3	Toplina	8
3.1	Jednadžba stanja idealnog plina	8
3.2	Kinetička teorija plinova	10
3.3	Termodinamika	11
4	Elektricitet i magnetizam	13
4.1	Električno polje	13
4.2	Električni kapacitet	14
4.3	Magnetsko polje	15
4.4	Elektromagnetska indukcija	16

1 Mehanika fluida



1.1 Statika fluida

- Pascalov zakon...

$$p = \text{konst.}$$

- hidrostatski tlak

$$p = \rho gh$$

- uzgon

$$F = \rho gV$$

1. Šuplje metalno tijelo vanjskog volumena 200 cm^3 ima masu 0.14 kg . Tijelo se potopi do dubine 1 m ispod površine vode i zatim pusti. Do koje visine će tijelo odskočiti iz vode? (Rj. $h = 0.43 \text{ m}$)

2. Šuplja lopta, unutarnjeg polumjera $r_1 = 9 \text{ cm}$ i vanjskog $r_2 = 10 \text{ cm}$, pliva na tekućini gustoće $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$, pri čemu je polovica lopte iznad tekućine. a) Kolika je gustoća tvari od koje je lopta izrađena? b) Kolika bi trebala biti gustoća tekućine da bi u njoj lopta lebdjela? (Rj. $\rho = 2105.26 \text{ kg/m}^3, \rho' = 400 \text{ kg/m}^3$)

3. U posudi se nalazi živa, te iznad nje voda. Homogena željezna kugla pliva na granici žive i vode tako da je jedan njen dio uronjen u živu a ostatak u vodu. Koliki je postotak volumena kugle uronjen u živu a koliki u vodu? (Rj. $V_2 = 0.45V$)

4. Odredite ukupnu silu na branu širine ω pri visini vode H . (Rj. $F = \frac{1}{2}\rho g\omega H^2$)

5. Posuda ispunjena vodom postavljena je u labilnu ravnotežu. U posudu stavimo uteg tako da plovi uz rub. Hoće li posuda pasti s grede? (Rj. ne)

6. Cilindrična bačva površine baze A i visine $H = 1 \text{ m}$ napunjena je tekućinom koja slobodno istječe iz otvora površine a . Otvor je smješten na njezinu boku.

a) Odredite brzinu istjecanja tekućine ako je $a \ll A$, a unutarnje trenje tekućine zanemarivo.

b) Odredite brzinu istjecanja za proizvoljni a i obrazložite rješenje za $a = A$ i $a > A$.

- c) Odredite na kojoj visini h (mjereno od vrha bačve) treba probušiti otvor da bi mlaz padao na $2/3$ maksimalna dometa kad je $a \ll A$. Otpor zraka je zanemariv.
- d) Nacrtajte dijagram ovisnosti dometa d o visini h .

Rj.

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v^2 = \frac{2gh}{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2}$$

$$h_1 = 0.87 \text{ m}, \quad h_2 = 0.13 \text{ m}$$

7. Tanka aluminijska motka duljine $L = 6 \text{ cm}$ gustoće 2700 kg/m^3 prislonjena je na rub bazena. Dio dužine $l = 2.8 \text{ m}$ nalazi se izvan bazena. Koliki dio motke x je uronjen u vodu? (Rj. $x = 1.26 \text{ m}$)
8. Vanjski dio kugle polumjera $R = 10 \text{ cm}$ načinjen je od aluminijske. Unutrašnji dio polumjera 9 cm ispunjen je plutom gustoće 200 kg/m^3 . Kuglu stavimo u vodu. Koliki dio kugle H će biti iznad razine vode? (Rj. $h = 1.2 \text{ cm}$)
9. Ukupna masa balona napunjenog helijem iznosi 50 kg a volumen 100 m^3 . a) Koilka je sila koja diže balon sa površine Zemlje ako je gustoća zraka pri površini 1.29 kg/m^3 ? b) Kolika je gustoća sloja zraka u kojem će balon lebdjeti? (Rj. $F = 775 \text{ N}$, $\rho = 0.5 \text{ kg/m}^3$)

1.2 Dinamika fluida

- jednačba kontinuiteta

$$S \cdot v = \text{konst.}$$

- Bernoullijeva jednačba

$$p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{konst.}$$

10. Kolika je brzina rijeke ako se voda u cijevi podigla za $h = 5 \text{ cm}$ iznad površine rijeke? (Rj. $v = 1 \text{ m/s}$)
11. Na dnu cilindrične posude promjera $D = 0.4 \text{ m}$ nalazi se okrugli otvor promjera $d = 1 \text{ cm}$. Na početku je razina vode u posudi bila $h_0 = 0.2 \text{ m}$ iznad dna posude.
- Odredite kako brzina spuštanja razine vode u posudi ovisi o visini h .
 - Odredite kako ovisi visina razine o vremenu istjecanja (mjereno od trenutka kada je istjecanje počelo) te odredite ukupno vrijeme potrebno da sva voda istekne.
 - Grafički prikazite ovisnost brzine v_1 spuštanja razine o visini h te ovisnost visine razine h o vremenu istjecanja t .
 - Pomoću dimenzijske analize odredite potrebno vrijeme da sva tekućina iscuri.

Rj.

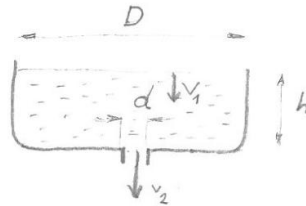
$$v_1 = \frac{d^2}{D^2} \sqrt{2gh}$$

$$t = (\sqrt{h_0} - \sqrt{h}) \frac{D^2}{d^2} \sqrt{\frac{2}{g}}$$

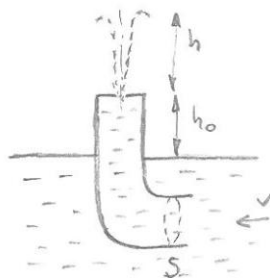
$$v_1(h) = \frac{d^2}{D^2} \sqrt{2gh}$$

$$h(t) = h_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^2$$

$$\tau = \frac{D^2}{d^2} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



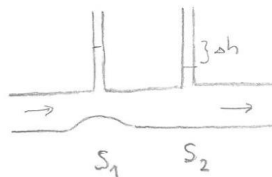
12. Svinuta cijev je uronjena u vodeni tok, kao na slici. Brzina vode obzirom na cijev je 2.5 ms^{-1} . Na zatvorenom kraju cijevi je mali otvor, na visini $h_0 = 12 \text{ cm}$. Izračunajte visinu h vodoskoka. (Rj. $h = 20 \text{ cm}$)



13. Dvije manometarske cijevi su ugrađene na horizontalnu cijev varijabilnog presjeka, kao na slici. Koliki volumen vode proteče kroz cijev u jedinici vremena ako je razlika u stupcima vode Δh .

Rj.

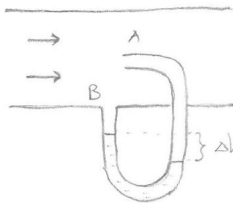
$$V = S_1 S_2 \sqrt{\frac{2g\Delta h}{S_2^2 - S_1^2}}$$



14. Pitot-Prantlova cijev je ugrađena u cijev poprečnog presjeka S kojom struji plin. Odredite volumen plina koji struji kroz cijev u jedinici vremena, ako je razlika visina tekućine u cijevi Δh a gustoće tekućine i plina su ρ i ρ' . Zanimarujemo viskoznost.

Rj.

$$V = S \sqrt{\frac{2\rho_0 g \Delta h}{\rho}}$$

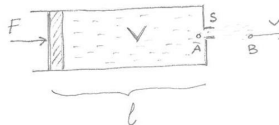


15. Široka posuda s malom rupom na dnu napunjena je vodom i kerozinom. Zanimarujemo viskoznost, nađite brzinu vodenog toka ako je $h_1 = 30 \text{ cm}$ i $h_2 = 20 \text{ cm}$. Gustoća kerozina iznosi 820 kgm^{-3} . (Rj. $v = 3 \text{ m/s}$)

16. Koliki je rad potreban za istiskivanje vode iz horizontalnog cilindra u vremenu t , ako na klip djeluje konstantna sila. Volumen vode u cilindru je V , površina poprečnog presjeka rupice $s \ll S$. Trenje i viskoznost su zanemarivo mali.

Rj.

$$W = \frac{\rho V^3}{2s^2 t^2}$$



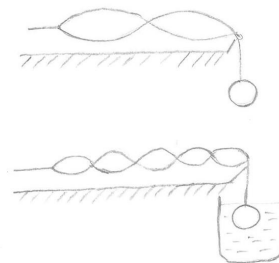
17. Cilindrična posuda visine h i površine baze S je napunjena vodom. Na dnu posude je rupica površine $s \ll S$. Zanemarujući viskoznost, odredite koliko će vremena trebati vodi da istekne iz posude.

Rj.

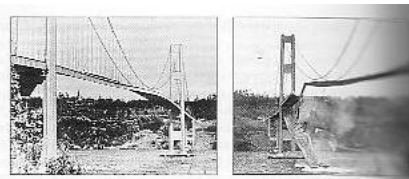
$$t = \frac{S}{s} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

18. Jedan kraj horizontalnog užeta je privezan za izvor vibracija dok je na drugi kraj ovješena kuglasti uteg mase 2 kg. Nastali stojni val ima dva trbuha i tri čvora. Kada uteg potpuno uronimo u vodu, stojni val ima 5 trbuha i 6 čvorova. Koliki je radijus kugle?

Rj. $r = 7.38$ cm



2 Titranje i valovi



2.1 Harmonijsko titranje

- matematičko njihalo

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

- linearni harmonički oscilator

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

- jednačina harmonijskog titranja

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x &= 0 \\ x &= A \cos(\omega t + \phi)\end{aligned}$$

19. Linearni harmonijski oscilator mijenja položaj prema funkciji

$$x(t) = 4 \text{ m} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right).$$

a) Odredite amplitudu, frekvenciju i period titranja. b) Odredite funkcije brzine i akceleracije. c) Izračunajte položaj i brzinu u trenutku $t = 0$.

Rj. 4 m, $\pi \text{ s}^{-1}$, 2 s

$$\begin{aligned}v(t) &= -4\pi \text{ m/s} \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \\ a(t) &= -4\pi^2 \text{ m/s}^2 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\end{aligned}$$

2.83 m, -8.89 m/s

20. Tijelo mase 200 g titra na opruzi konstante elastičnosti 5 N/m. a) Koliki je period titranja? b) Koika je najveća brzina i najveća akceleracija? Maksimalni otklon od ravnotežnog položaja je 5 cm. c) Odredite položaj tijela te njegovu brzinu i akceleraciju kao funkciju vremena, uz pretpostavku $\phi = 0$.

$$\begin{aligned} \text{Rj. } T &= 1.26 \text{ s, } v_{max} = 0.25 \text{ m/s,} \\ a_{max} &= 1.25 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v(t) &= -0.25 \text{ m/s } \sin(5t) \\ a(t) &= -1.25 \text{ m/s}^2 \cos(5t) \end{aligned}$$

21. Čestica harmonijski titra uzduž x osi oko ravnotežnog položaja $x_0 = 0$. Frekvencija titranja iznosi $\omega = 4 \text{ s}^{-1}$. U trenutku t čestica ima koordinatu $x = 25 \text{ cm}$ i brzinu $v = 100 \text{ cm/s}$. Nađite koordinatu x' i brzinu v' čestice 2.4 s nakon trenutka t . (Rj. $x(t + 2.4\text{s}) = -30 \text{ cm}$, $v(t + 2.4\text{s}) = -71 \text{ cm/s}$)

22. U početnom trenutku u sustavu prikazanom na slici elastično pero nije istegnuto.
a) Koliku će udaljenost d preći tijelo mase m_2 do zaustavljanja nakon što pustimo da se sustav giba pod utjecajem gravitacijskog polja? (Rj. $d = \frac{2g(m_2 - m_1)}{k}$)

23. Na kolicima koja se spuštaju bez trenja niz kosinu kuta α nalazi se matematičko njihalo dužine l . Koliki je omjer perioda njihala T' kada se ono giba niz kosinu i perioda T kada kolica miruju? (Rj. $T'/T = 1/\sqrt{\cos \alpha}$)

24. Za koliko moramo produžiti matematičko njihalo dužine l da bi ono imalo isti period titranja u dizalu koje se diže ubrzavajući akceleracijom $a = g/2$, kao u slučaju da dizalo miruje? (Rj. $\Delta l = l/2$)

2.2 Valovi

25. Frekvencije dva susjedna harmonika jedne svirale orgulja su 1372 Hz i 1764 Hz . Je li ta svirala otvorena ili zatvorena? Kolika je duljina svirale? Brzina zvuka u zraku je 344 m/s . (Rj. $l = 43 \text{ cm}$, svirala je zatvorena)

3 Toplina



3.1 Jednadžba stanja idealnog plina

- jednadžba stanja idealnog plina

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

- Van der Waalsova jednadžba

$$\left(p + \frac{n^2a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

- barometarska formula

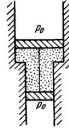
$$p = p_0 \cdot e^{-Mgh/RT}$$

26. U zatvorenoj posudi volumena 10 l, nalazi se smjesa od 16 g helija i 10 g vodika temperature 300 K. Koliki je tlak plina na stijenke posude? Čiji je parcijalni tlak veći? Obrazložite. (Rj. $p = 2.24 \cdot 10^6$ Pa)

27. Posuda volumena $V = 30$ l sadrži idealni plin temperature 0° C. Nakon što dio plina izađe iz posude, tlak padne za $\Delta p = 0.78$ atm (temperatura ostane konstantna). Nađite masu ispuštenog plina. Gusotća plina je 1.3 g/l. (Rj. $\Delta m = 30$ g)

28. Posuda sadrži smjesu dušika mase 7 g i ugljičnog dioksida mase 11 g, na temperaturi 280 K i tlaku 1 atm. Nađite gustoću smjese pretpostavljajući da je plin idealan. (Rj. $\rho = 1.5$ kgm⁻³)

29. Vertikalna tuba sadrži dva klipa povezana nerastezljivom niti, između kojih se nalazi 1 mol plina. Površina šireg presjeka je za 10 cm² veća nego užeg. Ukupna masa klipa je 5 kg. Vanjski tlak je 1 atm. Za koliko treba povećati temperaturu plina da bi se klipovi pomaknuli 5 cm? (Rj. $\Delta T = 0.9$ K)



30. Pretpostavimo da temperatura i molarna masa zraka ne ovisi o visini. Nađite pritisak zraka na visini 5 km iznad površine Zemlje te na dubini 5 km u rudniku. (Rj. 0.5 atm, 2 atm)

31. Jedan mol dušika nalazi se na temperaturi 300 K zatvoren u volumenu od 10 l. Koliki je tlak dušika ako je isti:

- a) idealni plin,
 b) Van der Waalsov plin,

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - a \frac{n^2}{V^2}$$

$$a = 1.404 \frac{\text{l}^2 \text{bar}}{\text{mol}^2}$$

$$b = 0.03913 \frac{1}{\text{mol}}$$

c) plin izražen preko virijalnih koeficijenata,

$$\frac{pV}{RT} = 1 + \frac{B}{V} + \frac{C}{V^2}$$

gdje za temperaturu 300 K virijalni koeficijenti iznose: $B = -4.7 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$, $C = 1400 \text{ cm}^6 / \text{mol}^2$, a $R = 8.31432 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Usporedite dobivene rezultate. (Rj. $2.49 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

32. Posuda visine 25 cm je zaronjena u vodu otvorom okrenutim prema dolje. Do koje dubine treba uroniti posudu u vodu da bi se volumen zraka u posudi smanjio na jednu četvrtinu početnog volumena? Izračunajte tlak zraka u posudi kada se ona uroni na dubinu od 1 m. Atmosferski tlak zraka smatrajte normiranim. (Rj. $H = 31.17 \text{ m}$, $h = 0.087 \text{ m}$, $p = 110921.63 \text{ Pa}$)

33. Horizontalni cilindar zatvoren na jednom kraju rotira konstantnom kutnom brzinom ω oko vertikalne osi koja prolazi otvorenim krajem cilindra. Vanjski tlak zraka je jednak p_0 , temperatura je T a molarna masa zraka M . Nađite pritisak zraka kao funkciju udaljenosti r od osi rotacije. Pretpostavimo da je molarna masa neovisna o r . (Rj. $p = p_0 \cdot \exp\left(\frac{M\omega^2 r^2}{2RT}\right)$)

34. Koji najmanji tlak doseže idealni plin u procesu $T = T_0 + \alpha V^2$ gdje je V volumen jednog mola plina. (Rj. $p_{min} = 2R\sqrt{\alpha T_0}$)

35. Nađite maksimalnu temperaturu idealnog plina u procesima $p = p_0 - \alpha V^2$ i $p = p_0 \cdot \exp(-\beta V)$. (Rj. $T_{max} = \frac{2p_0}{3R} \sqrt{\frac{p_0}{3\alpha}}$, $T_{max} = \frac{p_0}{e\beta R}$)

36. Idealni plin molarne mase M nalazi se u gravitacijskom polju gravitacijske akceleracije g . Nađite tlak plina kao funkciju visine h , ako je $p = p_0$ na visini $h = 0$, a temperatura varira s visinom a) $T = T_0(1 - ah)$, b) $T = T_0(1 + ah)$ (Rj. $p = p_0(1 - ah)^{Mg/RT_0a}$, $p = p_0/(1 + ah)^{Mg/RT_0a}$)

3.2 Kinetička teorija plinova

- prosječna kinetička energija molekula

$$\bar{E} = \frac{3}{2}kT$$

- srednja kvadratna brzina

$$v_{sq} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

- prosječno vrijeme između sudara

$$\bar{t} = \frac{v}{4\pi\sqrt{2}r^2\nu N}$$

- prosječni put

$$\lambda = \frac{kT}{4\pi\sqrt{2}r^2p}$$

37. Za atom vodika u međuzvezdanom prostoru izračunajte a) srednji slobodni put, b) srednju kvadratnu brzinu, c) prosječno vrijeme između dva sudara. Za efektivni promjer atoma vodika uzmite 0.1 nm. U međuzvezdanom prostoru je u 1 m³ oko 10⁶ atoma vodika na temperaturi 3 K. (Rj. $3.2 \cdot 10^{13}$ m, 273 m/s, 4130 god.)

38. Za molekulu vodika u čistoj vodikovoj atmosferi i normalnu tlaku odredite srednji slobodni put, srednju kvadratnu brzinu i prosječno vrijeme između dva sudara, i to za a) $T = 300$ K, b) $T = 20.3$ K (vrelište vodika). Efektivni promjer molekula vodika iznosi 0.22 nm. (Rj. a) $2.46 \cdot 10^{-4}$ m, $1.93 \cdot 10^3$ m/s, $1.27 \cdot 10^{-7}$ s)

39. Izračunajte najvjerojatniju, srednju i srednju kvadratnu brzinu molekule plina čija je gustoća pri standardnim uvjetima jednaka 1 g/l. (Rj. 0.45 km/s, 0.5 km/s, 0.55 km/s)

40. Na kojoj temperaturi smjese dušika i kisika najvjerojatnije brzine molekula dušika i kisika se razlikuju za 30 m/s? (Rj. $T = 363$ K)

41. Pri standardnim uvjetima gustoća smjese helija i dušika jednaka je 0.6 g/l. Kolika je koncentracija helijevih atoma u toj smjesi? (Rj. $1.6 \cdot 10^{19}$ cm⁻³)

3.3 Termodinamika

- prvi zakon termodinamike

$$Q = \Delta U + W$$
$$\Delta Q = mc\Delta T$$

- statističko objašnjenje entropije

$$S = k \ln W$$

42. Uz normalni tlak toplina taljenja leda na 0°C iznosi $6.01 \cdot 10^3 \text{ J/mol}$. Toplina isparavanja vode na 100°C iznosi $40.66 \cdot 10^3 \text{ J/mol}$. Srednji molarni termički kapacitet vode između 0°C i 100°C iznosi $75.5 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$. Izračunajte razliku entropija jednog mola vodene pare pri tlaku 1 bar i temperaturi od 100°C i jednog mola leda pri tlaku od 1 bar i temperaturi od 0°C . (Rj. $\Delta S = 154.6 \text{ J/K}$)

43. a) Idealni Carnotov stroj uzima toplinu od sustava A (voda i para na 100°C) i predaje toplinu sustavu B (voda i led na 0°C). Koja se količina pare treba kondenzirati u sustavu A da bi se u sustavu B rastalio jedan kilogram leda? $L_{\text{isp}} = 2.26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$, $L_t = 3.34 \cdot 10^5 \text{ J/K}$. b) Ako ciklusu promijenimo smjer tj. ako stroj radi kao hladnjak, kolika će količina vode ispariti u sustavu A da bi se u sustavu B 1 kg vode zamrznuo? c) Izračunajte koeficijente iskorištavanja navedenog Carnotovog stroja i hladanjaka? (Rj. a) $m = 0.2 \text{ kg}$, b) isto kao a), c) $\eta = 0.27$, $\eta = 2.73$)

44. Idealni plin prolazi ciklično izotermičke i adijabatske procese, kao na dijagramu. Izotermički procesi počinju na temperaturama T_1, T_2 i T_3 . Nađite efikasnost takvog ciklusa ako se pri izotermičkim ekspanzijama volumen poveća u istim omjerima. (Rj. $\eta = 1 - \frac{2T_3}{T_1+T_2}$)

45. Jedan mol idealnog jednoatomnog plina prelazi reverzibilno ciklus prikazan na slici. Odredite a) ekstremne temperature ciklusa (u jedinicama T_0), b) primljenu toplinu u jednom ciklusu, c) ukupni izvršeni rad u jednom ciklusu, d) koeficijent iskorištenja ciklusa i koeficijent iskorištenja Carnotovog stroja koji bi radio između istih ekstremnih temperatura, e) promjenu entropije između stroja B i C. Energetske jedinice izrazite u RT_0 . (Rj. a) $T_{\text{min}} = T_0$, $T_{\text{max}} = T_c$, b) $Q = 0.87RT_0$, c) $W_{AB} = 0.69RT_0$, d) 0.21, 0.37, e) $S_B - S_C = -0.69R$)

46. Cilindar sadrži 3 mol helijevog plina na temperaturi 300 K. Koliko toplinske energije treba biti predano plinu da bi mu se temperatura povećala na 500 K ako ga grijemo a) pri konstantnom volumenu, b) konstantnom tlaku. (Rj. $Q = 7.48 \cdot 10^3 \text{ J}$, $Q = 1.25 \cdot 10^4 \text{ J}$)

47. Helij se nalazi u početnom stanju A (14 K, 15 bar). a) Iz stanja A idealni plin helij prelazi adijabatski na tlak iznosa 10 bar, zatim prigušenim protjecanjem na tlak 1 bar. Kolika je konačna temperatura helija? b) Iz stanja A idealni piln helij prelazi prigušenim protjecanjem na tlak 10 bar, zatim adijabatskom ekspanzijom na tlak 1 bar. Kolika je konačna temperatura helija? (Rj. 11.9 K, 5.5 K)

48. Cilindar je podijeljen klipom u dva dijela, A i B. U početnom stanju u oba dijela cilindra nalazi se idealni dvoatomni plin temperature $T_0 = 300$ K. Početno stanje plina u dijelu A je (2 bar, 1 l) a u dijelu B (1 bar, 1 l). Otkočimo klip i on se kvazistatički giba, bez trenja, do položaja ravnoteže. Odredite stanje plina (p, T, V) u dijelu A i u dijelu B, ako je proces a) izoterman, b) adijabatski. (Rj. a) (1.5 bar, $T_0, 1.33V_0$), b) (1.47 bar, $0.91T_0, 1.24V_0$)

4 Elektricitet i magnetizam



4.1 Električno polje

- Coulombova sila

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

- potencijal točkastog naboja

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q}{r}$$
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \int \frac{dQ}{r}$$

49. Količina od 27 identičnih kapljica žive, od kojih svaka nosi naboj 2 pC i ima polumjer 0.1 cm spoje se u jednu veliku kaplju. Koliki je potencijal te velike kaplje? (Rj. $V = 162 \text{ V}$)

50. Dvije jednake kuglice mase 1 g ovješene su u istoj točki na niti zanemarive mase jednake dužine 0.15 m . Kada se na kuglice dovedu jednake količine istovrsnog naboja Q , one se razmaknu tako da njihove niti zatvaraju kut 2θ . a) Nađite vezu između naboja Q i kuta otklona θ . b) Nađite naboje Q kod kojih bi kutovi otklona θ poprimili vrijednosti $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ i 70° . c) Koristeći podatke iz b) nacrtajte dijagram ovisnosti kuta otklona θ o naboju Q . d) Ako bi se ovaj uređaj iskoristio za mjerenje naboja, u kojem bi području imao veću osjetljivost? (Rj. a) $Q^2 = 4l\sqrt{\pi\epsilon_0\epsilon_r mg}\theta^{3/2}$)

51. Tri nabijene čestice leže na osi x . Čestica naboja $15 \text{ }\mu\text{C}$ se nalazi u točki $x = 2 \text{ m}$ a čestica naboja $6 \text{ }\mu\text{C}$ se nalazi u ishodištu. Gdje treba postaviti česticu naboja q_3 tako da rezultantna sila na nju bude 0 ? (Rj. $x = 0.77 \text{ m}$)

52. Dvije jednake i jednako nabijene kuglice ovješene su svaka na svoju nit dužine L i u isto ovjesište. Niti su načinjene od savršenog izolatora. Kuglice promatramo jednom u zraku a drugi puta uronjene u parafinsko ulje ($\rho = 900 \text{ kg/m}^3$, $\epsilon_r = 2.2$). Kolika bi trebala biti gustoća materijala od kojeg su npravljene kuglice da kut što ga međusobno zatvaraju niti bude u oba slučaja jednak? (Rj. 1650 kg/m^3)

53. Izračunajte omjer između Coulombove i gravitacijske interakcije a) između dva elektrona, b) dva protona. Za koju vrijednost specifičnog naboja q/m će te sile biti jednake u slučaju međudjelovanja identičnih čestica? (Rj. $4 \cdot 10^{42}$, 10^{36} , $8.6 \cdot 10^{-11}$ C/kg)

54. Četiri identična slobodna pozitivna naboja e smještena su u vrhove kvadrata čija je stranica a . Kakav naboj moramo smjestiti u središte kvadrata da bismo dobili ravnotežu? (Rj. $q = 0.9e$)

55. Dvije nabijene kugle polumjera 2 cm i 6 cm nalaze se na udaljenosti 1 m i privlače se silom $5.4 \cdot 10^{-4}$ N. Nakon dodira, kugle se ponovo odvoje na udaljenost R . Tada među njima vlada odbojna sila $1.08 \cdot 10^{-3}$ N. Koliki su početni naboji na kuglama? (Rj. $\pm 8.69 \cdot 10^{-7}$ C, $\pm 6.9 \cdot 10^{-8}$ C)

56. Dva pozitivna naboja q pričvršćena su u točkama $x = d$ i $x = -d$. Dva naboja $-q$ mogu se slobodno kretati po y -osi. a) Nađite koordinate y u kojima su negativni naboji u ravnotežnom položaju, b) Nađite potencijalnu energiju negativnih naboja i pokažite da je u položaju ravnoteže ta energija minimalna, c) Grafički prikazite ovisnost potencijalne energije i sile na negativni naboj o koordinati y . (Rj. $y_{1,2} = \pm \frac{d}{\sqrt{3}}$)

4.2 Električni kapacitet

- električni kapacitet

$$Q = C \cdot U$$

- pločasti kondenzator

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{l}$$

- kuglasti kondenzator

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

- kugla radijusa R

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r R$$

- serijski spoj kondenzatora

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

- paralelni spoj kondenzatora

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

57. Dvije naelektrizirane kugle poslije dodira imaju naboje 600 nC i 300 nC. Koji je odnos njihovih volumena? (Rj. $V_1 = 8V_2$)

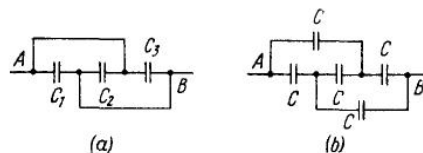
58. Izvedite formulu za paralelno spojene kondenzatore.

59. Koliki je električni potencijal u točki P koja je smještena na osi koja prolazi središtem ringa radijusa a i ukupnog naboja Q . Ravnina u kojoj leži ring je okomita na x -os. (Rj. $V = \frac{kQ}{\sqrt{x^2+a^2}}$)

60. Kugla radijusa R ima ukupni naboj Q koji je ravnomjerno raspoređen volumenom. a) Nađite električni potencijal na udaljenosti $r > R$, b) Nađite električni potencijal na udaljenosti $r < R$, c) Nacrtajte $v - r$ dijagram. (Rj. $V_1 = \frac{kQ}{r}$, $V_2 = \frac{3kQ}{2R}$)

61. Koliki je kapacitet sustava koji se sastoji od kugle radijusa R_1 i njenog omotača vanjskog polumjera R_2 čija je permitivnost ϵ ? (Rj. $C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r R_1}{1 + \frac{R_1}{R_2}(\epsilon_r - 1)}$)

62. Nađite kapacitet sustava na slici između točaka A i B. (Rj. a) $C = C_1 + C_2 + C_3$, b) $C_{uk} = C$)



4.3 Magnetsko polje

- djelovanje magnetske sile na vodič kojim teče struja

$$\vec{F} = l\vec{B} \times \vec{I}$$

- Lorentzova sila

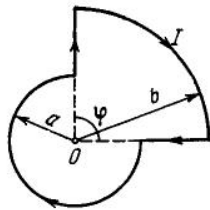
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

- magnetsko polje beskonačnog ravnog vodiča

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

63. Četiri duga, tanka bakrena vodiča postavljena su duž bridova prizme kvadratičnog presjeka na međusobnoj udaljenosti 20 cm. Svakim vodičem teče struja 20 A u smjerovima prikazanim na slici. a) Izračunajte jakost i smjer magnetskog polja B na os sustava, b) Izračunajte silu po jedinici duljine i njezin smjer za svaki vodič. (Rj. $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi l} \sqrt{\frac{5}{2}}$, $\alpha = 71.6^\circ$, $F = 6.32 \cdot 10^{-4}$ N/m, $\gamma = 18.4^\circ$)

64. Nađite izraz za magnetsku indukciju polja u točki O petlje kojom teče struja I čiji je oblik prikazan na slici. (Rj. $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[\frac{2\pi - \phi}{a} + \frac{\phi}{b} \right]$)



65. Žica je svinuta u polukružnicu radijusa R i njome teče struja I . Položena je u magnetsko polje B tako da su silnice polja u ravnini polukružnice i okomito na ravni dio žice. Kolika sila djeluje na ravni dio žice a kolika na savinuti? (Rj. $F_1 = F_2 = 2RIB$)

66. Vodičem radijusa R teče struja I . Izračunajte magnitudu polja u točki P na udaljenosti x od središta vodiča. (Rj. $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$)

4.4 Elektromagnetska indukcija

- inducirani napon

$$U = vBl \sin \alpha$$

- Faradayev zakon

$$\epsilon = - \frac{d\phi}{dt}$$

- inducirana ems u zavojnici

$$\epsilon = -N \frac{d\phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

67. Zavojnica se sastoji od 200 namotaja žice kvadratnog oblika stranice 18 cm. Magnetsko polje je okomito na ravninu zavojnice. Iznos magnetskog toka se mijenja konstantno od magnitude 0 do 0.5 T, u vremenu 0.8 s. Koliki je inducirani napon? (Rj. 4.1V)

68. Zavojnica poprečnog presjeka A se nalazi u magnetskom polju pri čemu njena normala i indukcija polja zatvaraju kut θ . Magnetska indukcija je promjenjiva u vremenu, sukladno zakonitosti

$$B = B_{max} e^{-at}.$$

Nađite induciranu ems u zavojnici kao funkciju vremena. (Rj. $\epsilon(t) = aAB_{max} \cos(\theta) e^{-at}$)

69. a) Izračunajte induktivitet solenoida od 300 namotaja ako je duljina žice 25 cm a poprečni presjek je 4 cm^2 . b) Koliki je samoinducirani napon u zavojnici ako njome teče struja koja se smanjuje 50 A/s. (Rj. a) $L = 1.81 \cdot 10^{-4} \text{ H}$, b) $\epsilon_L = 9.05 \text{ mV}$)

70. a) Nacrtajte $I - t$ dijagram za krug koji se sastoji od zavojnice induktiviteta 30 mH, otpornika od 6Ω i izvora 12 V. b) Izračunajte jakost struje 2 s nakon zatvaranja strujnog kruga. (Rj. b) $I = 0.659 \text{ A}$)

I. Martinjak

Literatura

- [1] I. E. Irodov, Problems in General Physics, Mir Publishers, Moscow, 1988.
- [2] E. Babić, R. Krsnik, M. Očko, Zbirka riješenih zadataka iz fizike, Školska knjiga, Zagreb, 1988.