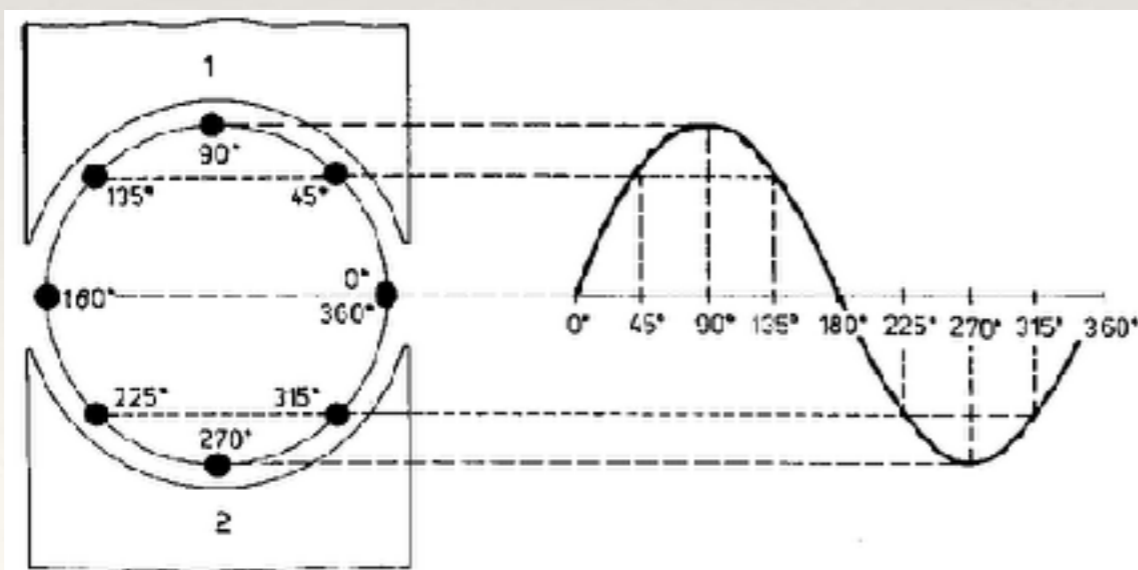


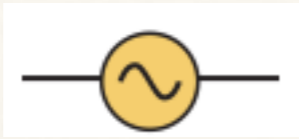
Izmjenične struje



Izmjenične struje

Da bi u strujnom krugu tekla izmjenična struja, potrebno je imati izvor izmjeničnog napona.

Izmjeničnim izvorom nazivamo svaki uređaj koji stvara sinusoidni napon ili struju i označavamo ga s:

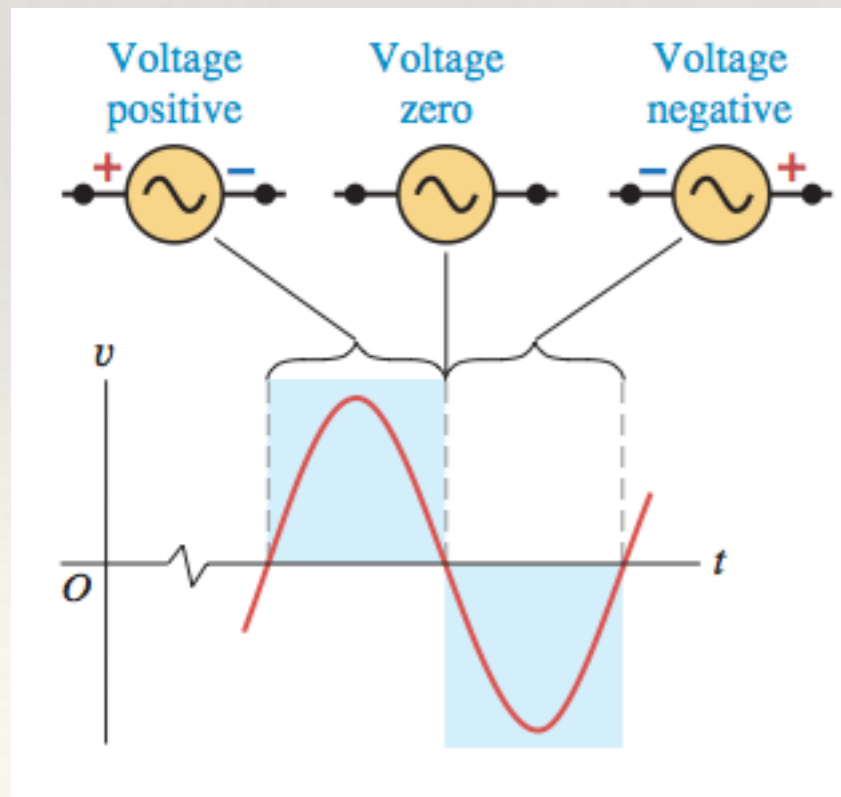


$$v = V \cos \omega t$$

v - trenutna vrijednost razlike potencijala, V - maksimalna vrijednost (amplituda), ω - kutna frekvencija

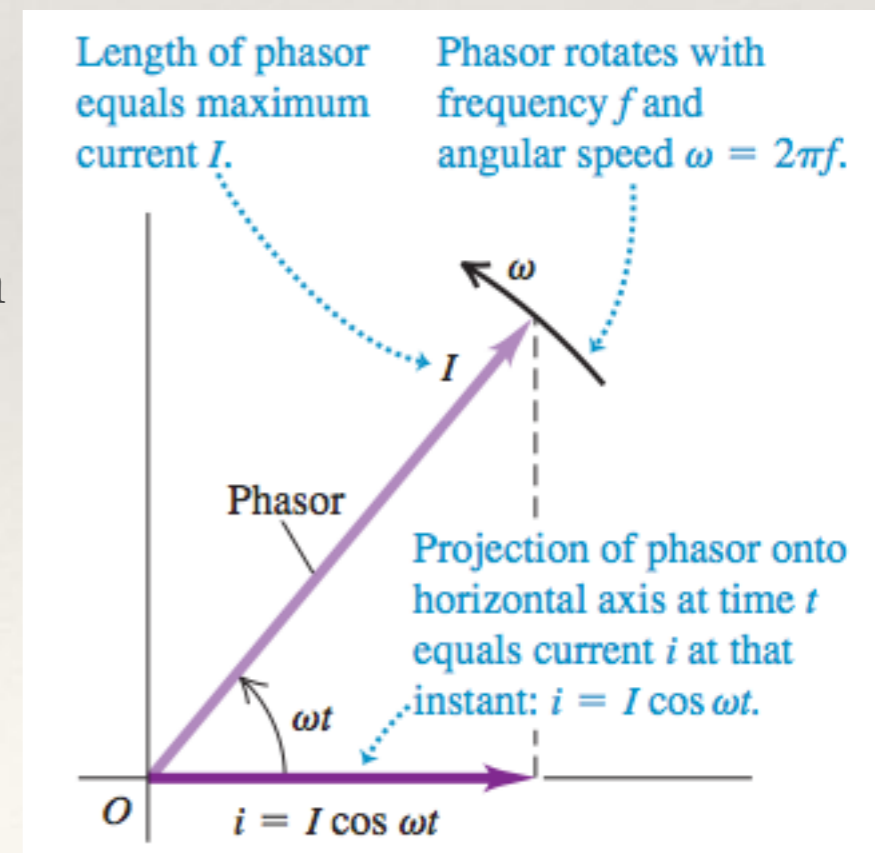
$$i = I \cos \omega t$$

i - trenutna vrijednost razlike potencijala, I - maksimalna vrijednost (amplituda), ω - kutna frekvencija



Fazor:

- rotirajući vektor, koji rotira u smjeru suprotnom kazaljci na satu kutnom brzinom ω
- projekcija na os x daje trenutnu vrijednost



Prosječna vrijednost sinusoidnog napona i struje je 0!

Kako opisati takve veličine?

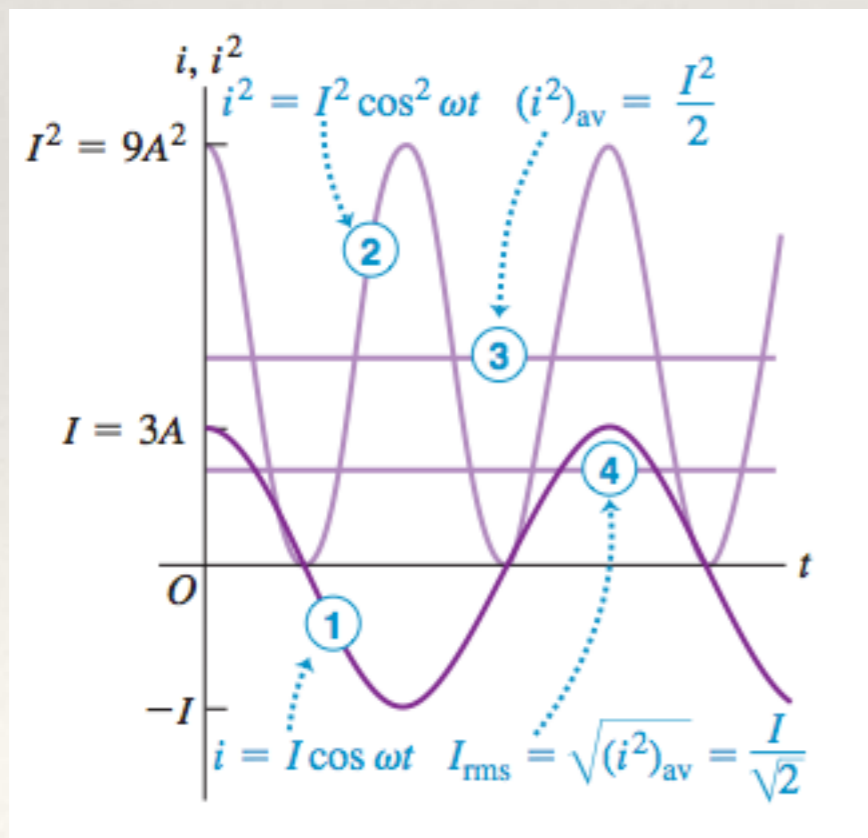
Efektivnu vrijednost izmjeničnog napona i struje računamo tako da trenutnu vrijednost kvadriramo, izračunamo prosječnu vrijednost kvadrata i zatim korijen te veličine.

$$i = I \cos \omega t$$

$$i^2 = I^2 \cos^2 \omega t = I^2 \frac{1}{2}(1 + \cos 2\omega t) = \frac{1}{2}I^2 + \frac{1}{2}I^2 \cos 2\omega t \longrightarrow \text{prosječna vrijednost} = 0$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{I}{\sqrt{2}} \text{ efektivna vrijednost struje}$$

$$V_{\text{eff}} = \frac{V}{\sqrt{2}} \text{ efektivna vrijednost napona}$$

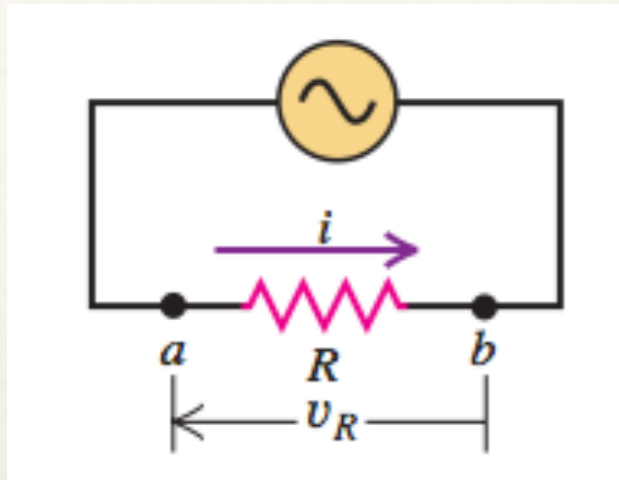


1. graf $i-t$
2. graf i^2-t
3. srednja vrijednost od i^2
4. I_{eff}

Kod napona u kućanstvu:

$$V = \sqrt{2}V_{\text{eff}} = \sqrt{2} \cdot 220V \approx 311V$$

Otpornik u strujnom krugu



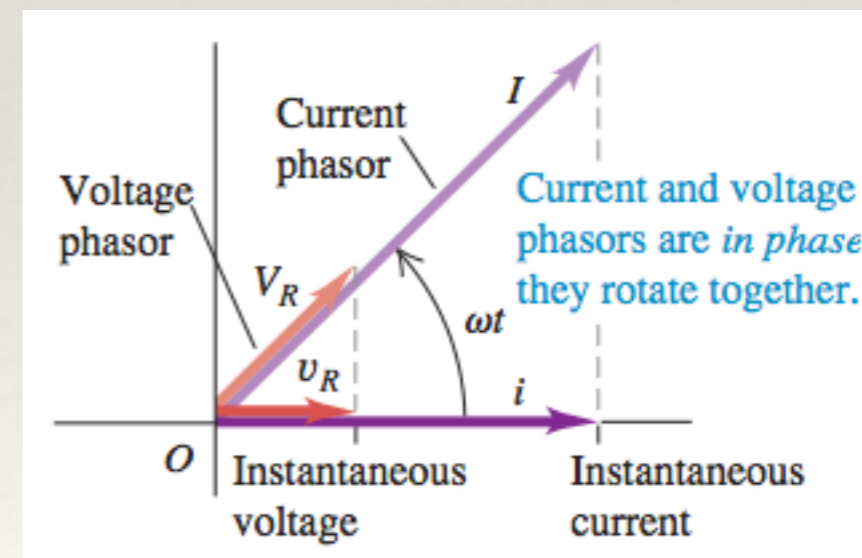
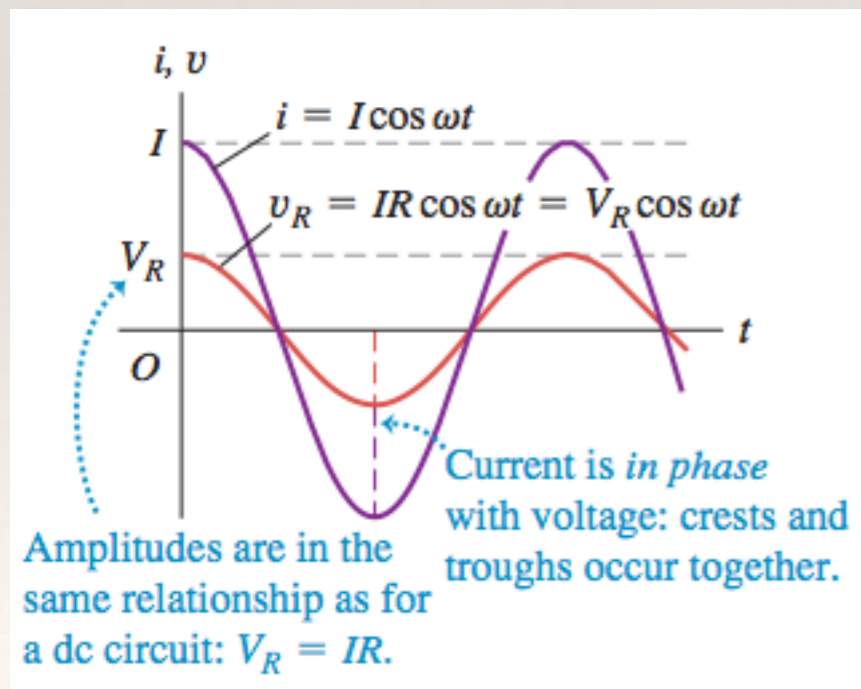
Struja: $i = I \cos \omega t$

Napon: $v_R = iR = (IR) \cos \omega t$

Maksimalan napon: $V_R = IR$

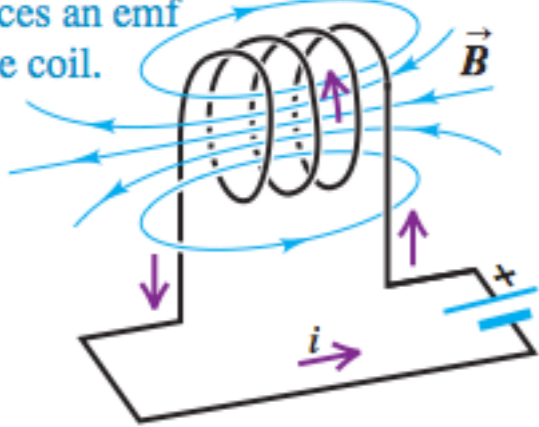
Odnosno: $v_R = V_R \cos \omega t$

I struja i napon proporcionalni su s $\cos(\omega t)$, pa je struja *u fazi* s naponom!



Zavojnica u strujnom krugu

Self-inductance: If the current i in the coil is changing, the changing flux through the coil induces an emf in the coil.



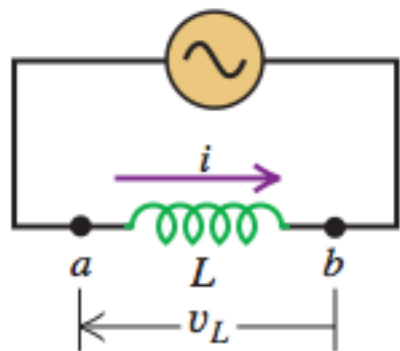
Induktivitet zavojnice: $L = \frac{N\Phi_B}{i} \rightarrow N \frac{d\Phi_B}{dt} = L \frac{di}{dt}$

Inducirani napon u zavojnici:

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$



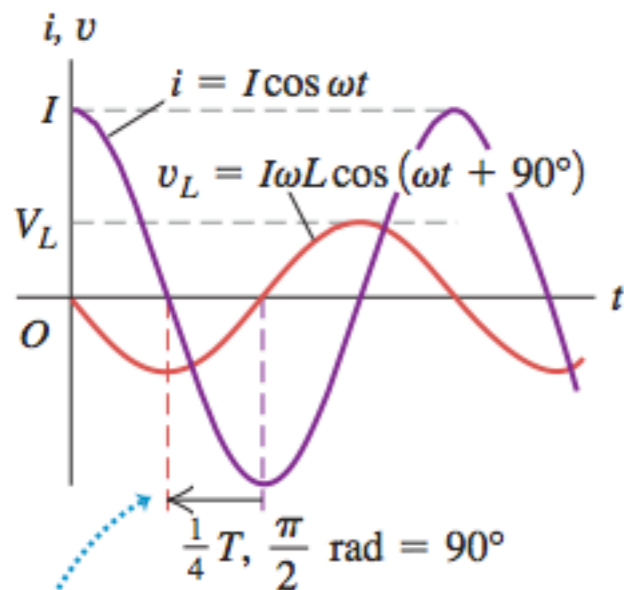
Gledamo strujni krug sa zavojnicom induktiviteta L i omskim otporom 0.



$$v_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt}(I \cos \omega t) = -I\omega L \sin \omega t$$

$$v_L = I\omega L \cos(\omega t + 90^\circ)$$

Obično gledamo razliku u fazi u odnosu na struju!

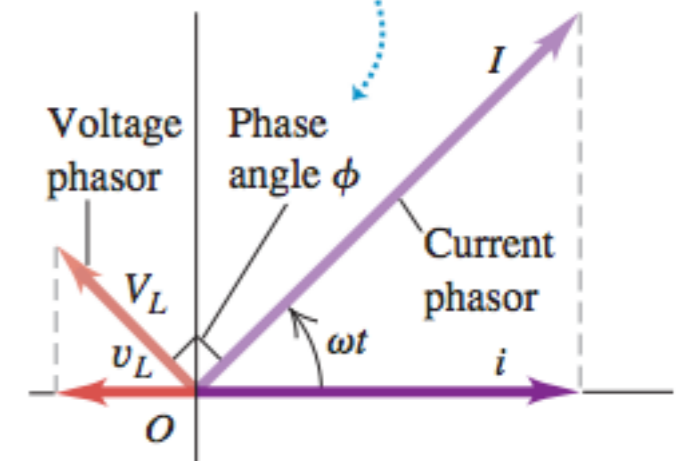


Voltage curve leads current curve by a quarter-cycle (corresponding to $\phi = \pi/2 \text{ rad} = 90^\circ$).

$$i = I \cos \omega t$$

$$v = V \cos(\omega t + \phi)$$

Voltage phasor leads current phasor by $\phi = \pi/2 \text{ rad} = 90^\circ$.



Za ohmski otpor fazni kut je 0° , a za zavojnicu 90° !

Iz prethodnih relacija očito je da je amplituda napona: $V_L = I\omega L$

Član ωL naziva se induktivna reaktancija, X_L .

Ovaj izraz analogan je Ohmovom zakonu, i mjerna jedinica reaktancije je također Ω .

Prema tome, napon na zavojnici u ac krugu možemo pisati: $V_L = IX_L$

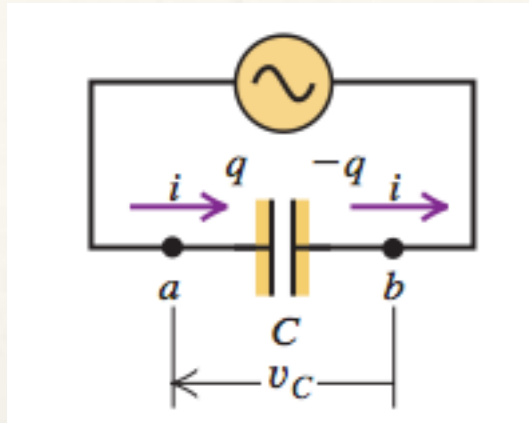
Induktivna reaktancija je u biti opis samoinducirane elektromotorne sile koja se opire promjeni električne struje koja prolazi kroz zavojnicu.

VAŽNO:

reaktancija ovisi o frekvenciji! Za visokofrekventni napon, struja će biti malena.

$$I = \frac{V_L}{\omega L}$$

Kondenzator u strujnom krugu

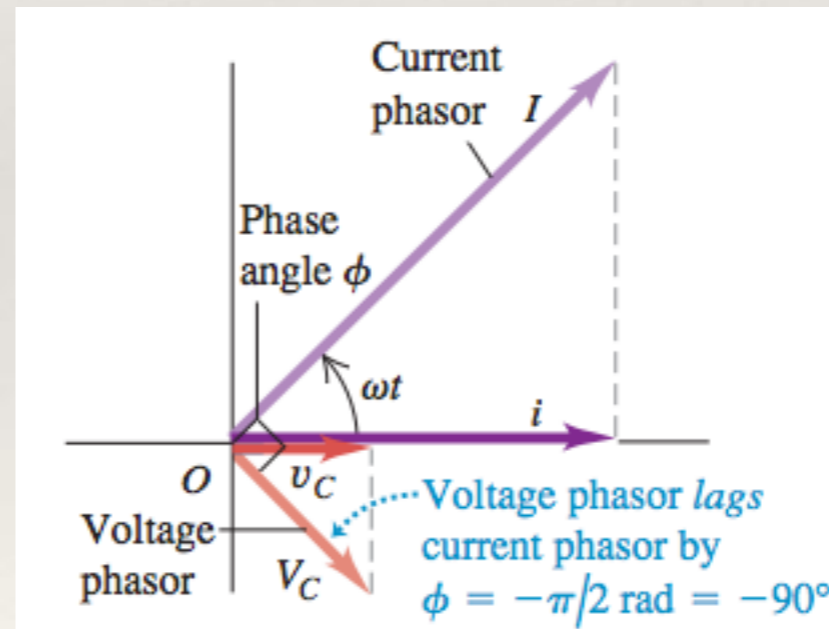
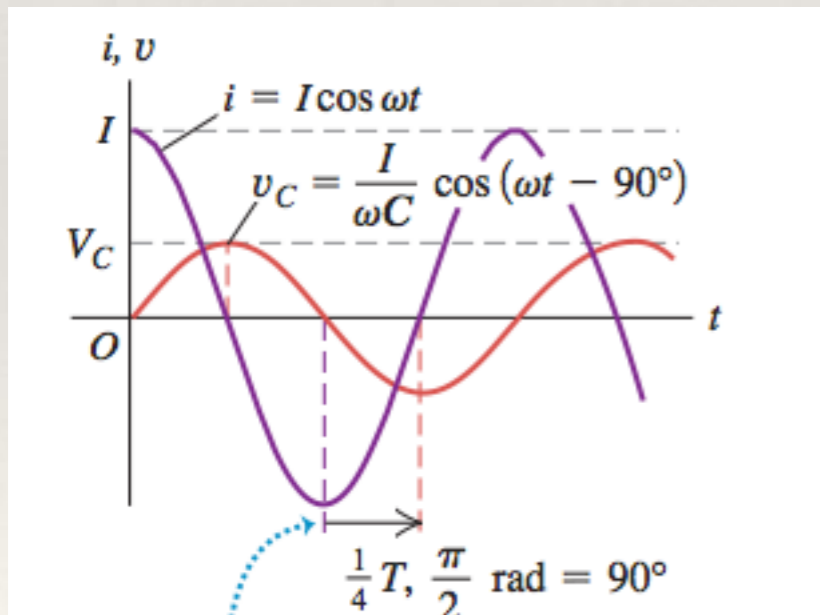


$$i = \frac{dq}{dt} = I \cos \omega t \Rightarrow q = \int I \cos \omega t dt$$
$$q = \frac{I}{\omega} \sin \omega t$$

Za kondenzator vrijedi: $q = C \cdot v_C$

Konačno: $v_C = \frac{I}{\omega C} \sin \omega t$

$$v_C = \frac{I}{\omega C} \cos(\omega t - 90^\circ)$$



Na kondenzatoru struja brza pred naponom!

Amplitudu napona možemo pisati: $V_C = \frac{I}{\omega C}$

Kapacitivnu reaktanciju definiramo kao: $X_C = \frac{1}{\omega C}$

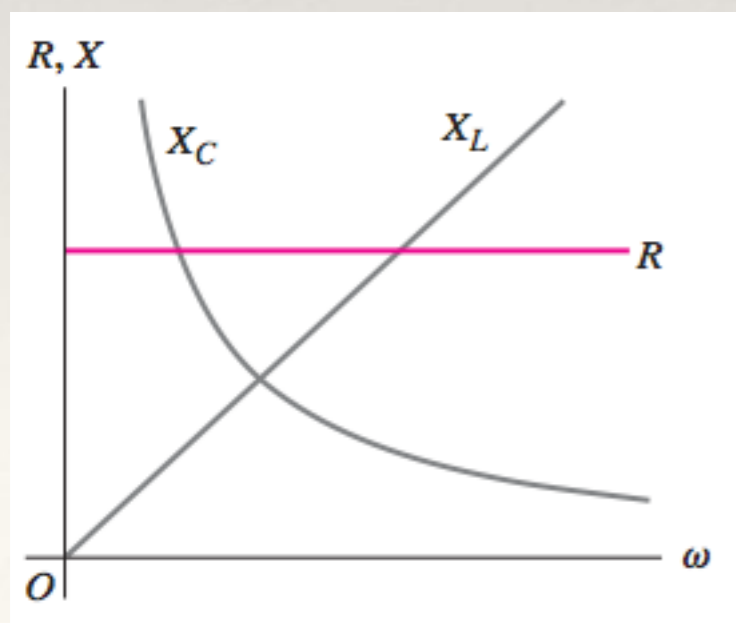
Konačno: $V_C = IX_C$

Kapacitivna reaktancija kondenzatora inverzno je proporcionalna kapacitetu i frekvenciji.

Što su veći kapacitet kondzatora i frekvencija to je manja kapacitivna reaktancija.

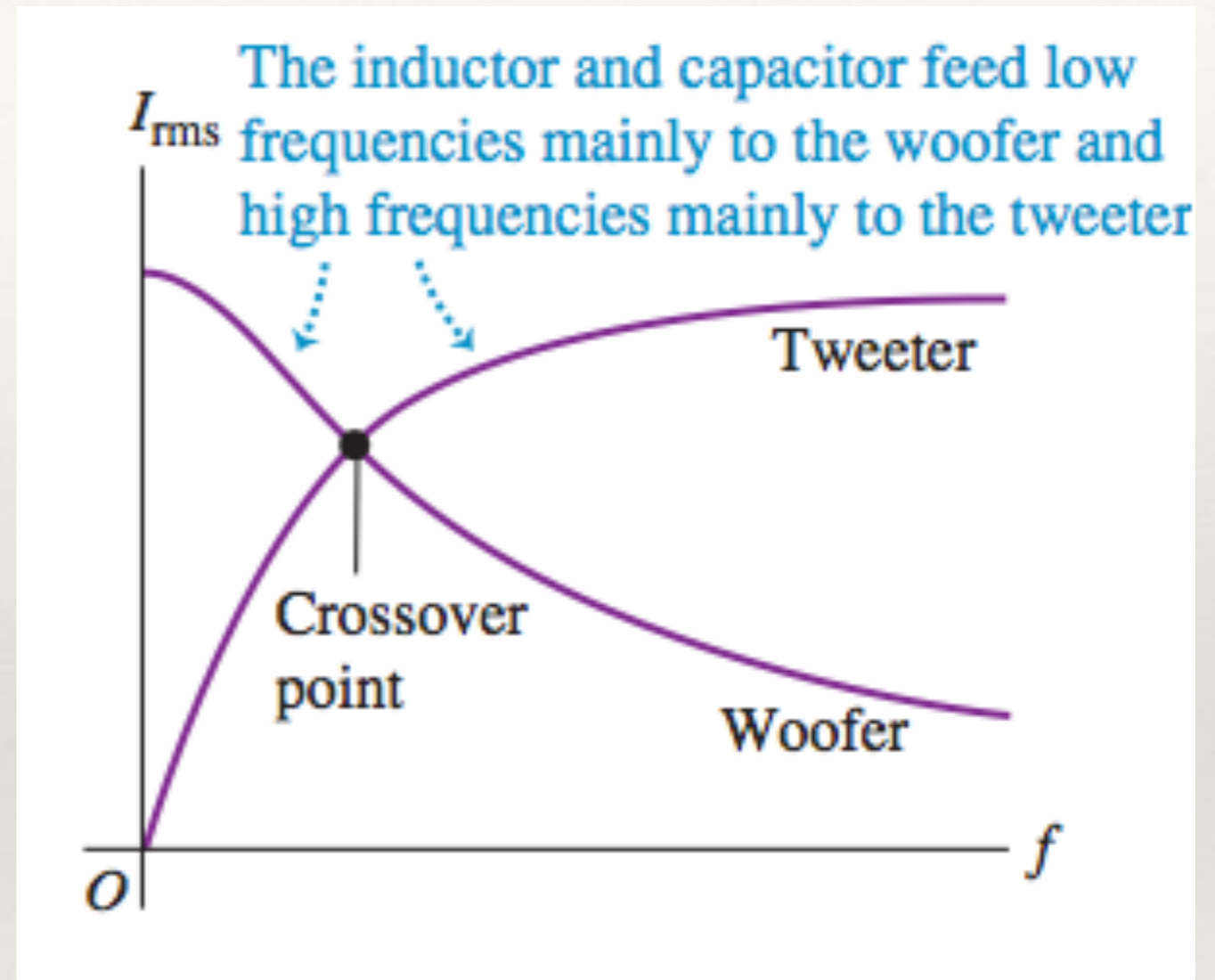
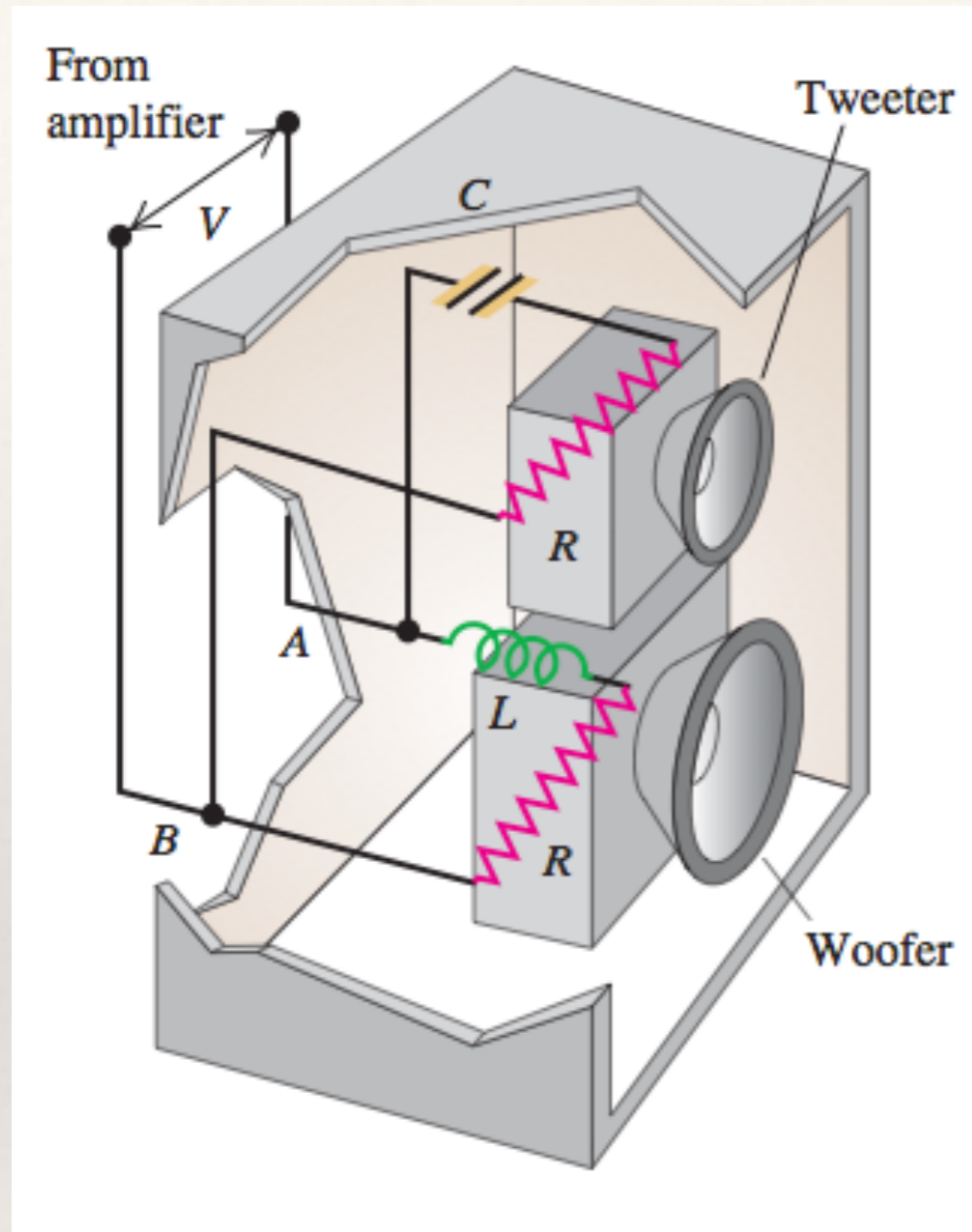
Kondenzatori propuštaju visokofrekventne, i blokiraju niskofrekventne struje, upravo suprotno od zavojnica.

Uređaj koji propušta signale visokih frekvencija naziva se visokofrekventni filter.



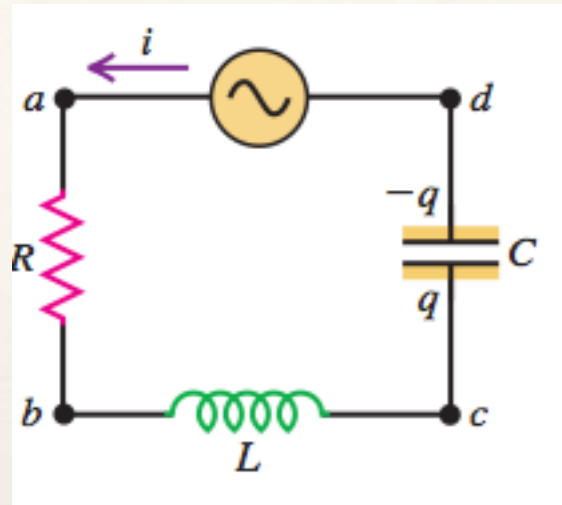
Circuit Element	Amplitude Relationship	Circuit Quantity	Phase of v
Resistor	$V_R = IR$	R	In phase with i
Inductor	$V_L = IX_L$	$X_L = \omega L$	Leads i by 90°
Capacitor	$V_C = IX_C$	$X_C = 1/\omega C$	Lags i by 90°

Primjer: zvučnik



1. woofer - niskotonac. Veliki promjer, u krugu je zavojnica koja blokira visoke frekvencije
2. tweeter - visokotonac. Mali promjer, u krugu je kondenzator koji blokira niske frekvencije

LRC strujni krug



Strujni krugovi koji se koriste u realnim elektroničkim sustavima sastoje se od otpornika, kondenzatora i zavojnica. Najjednostavniji takav krug prikazan je na slici gdje su ta tri elementa spojeni u seriju.

$$V = V_{ad} = V_R + V_L + V_C$$

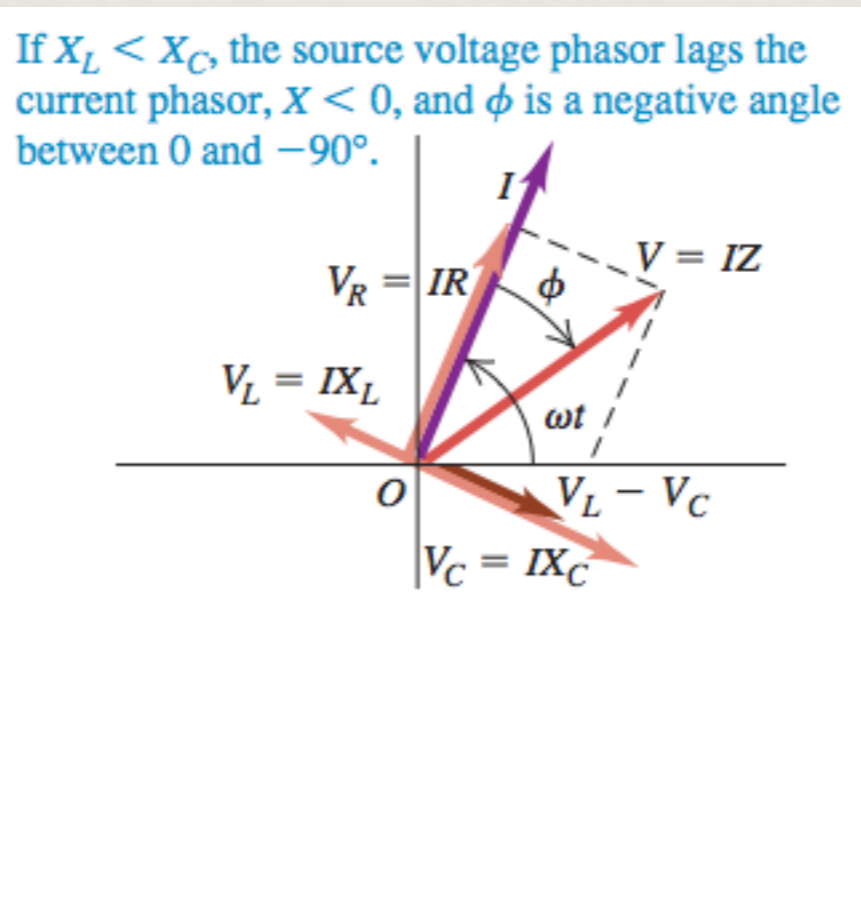
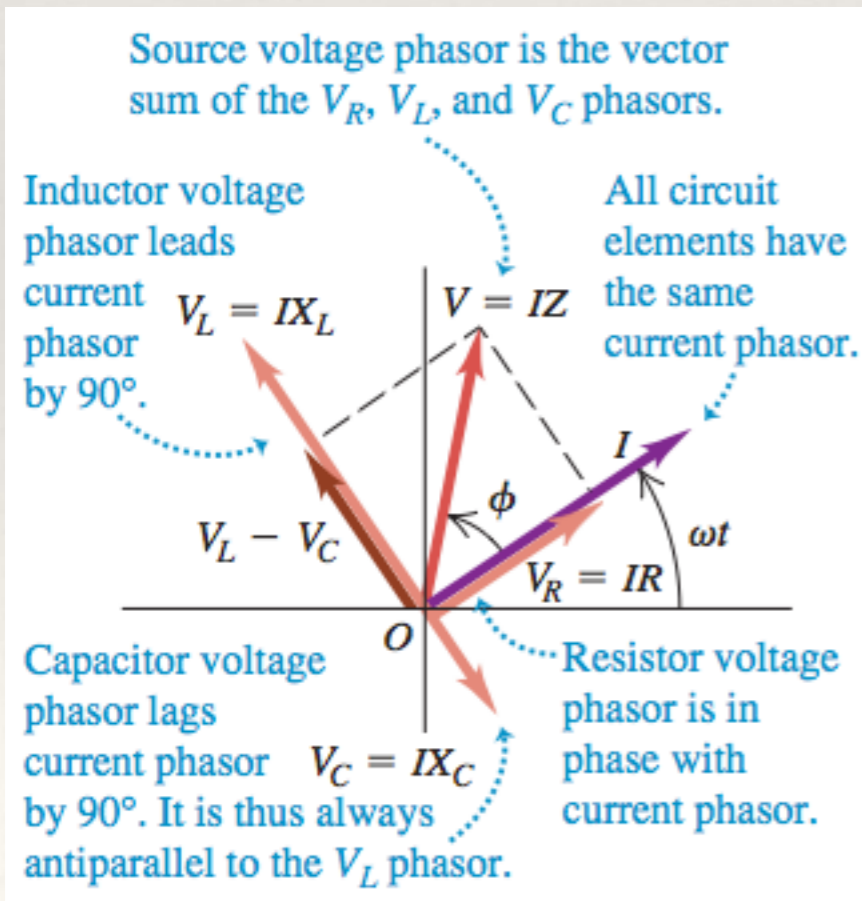
$$V_R = IR$$

$$V_L = IX_L$$

$$V_C = IX_C$$

$$X_L > X_C$$

$$X_L < X_C$$



$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{(IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2} = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Impedancija:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$V = IZ$$

Značenje impedancije i faznog kuta

Impedancija je funkcija R , L , C , ali i kutne frekvencije!

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + [\omega L - (1/\omega C)]^2}$$

Fazni kut, odnosno kut između napona i struje je:

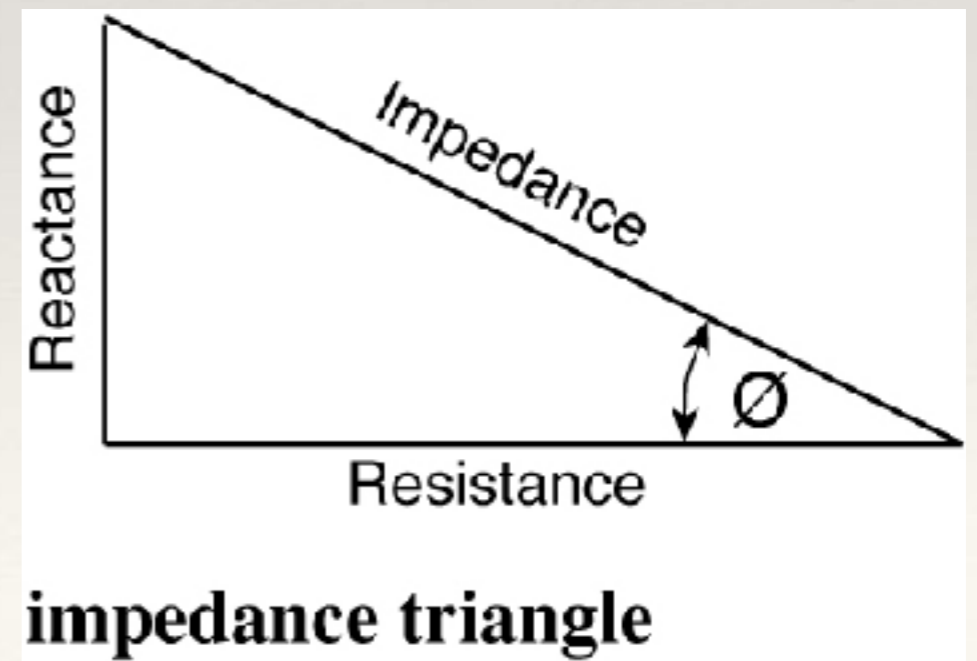
$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{R} = \frac{I(X_L - X_C)}{IR} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$\tan \phi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

$$i = I \cos \omega t \quad \Rightarrow \quad v = V \cos(\omega t + \phi)$$

$X_L > X_C$ napon brza pred strujom

$X_L < X_C$ napon kasni za strujom

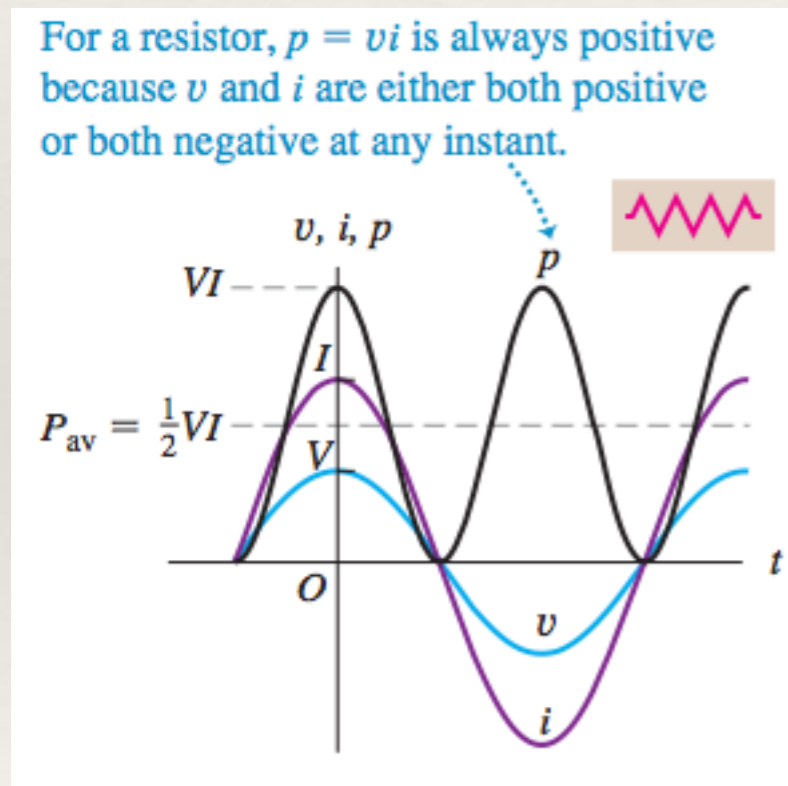


Snaga u izmjeničnim strujnim krugovima

Izmjenični krugovi igraju ključnu ulogu u sustavima za prijenos, pretvorbu i potrošnju električne energije, i stoga je bitno znati odnose koji određuju snagu u ac krugovima.

Snaga koja se troši na nekom elementu strujnog kruga je: $p = v \cdot i$

Snaga na otporniku



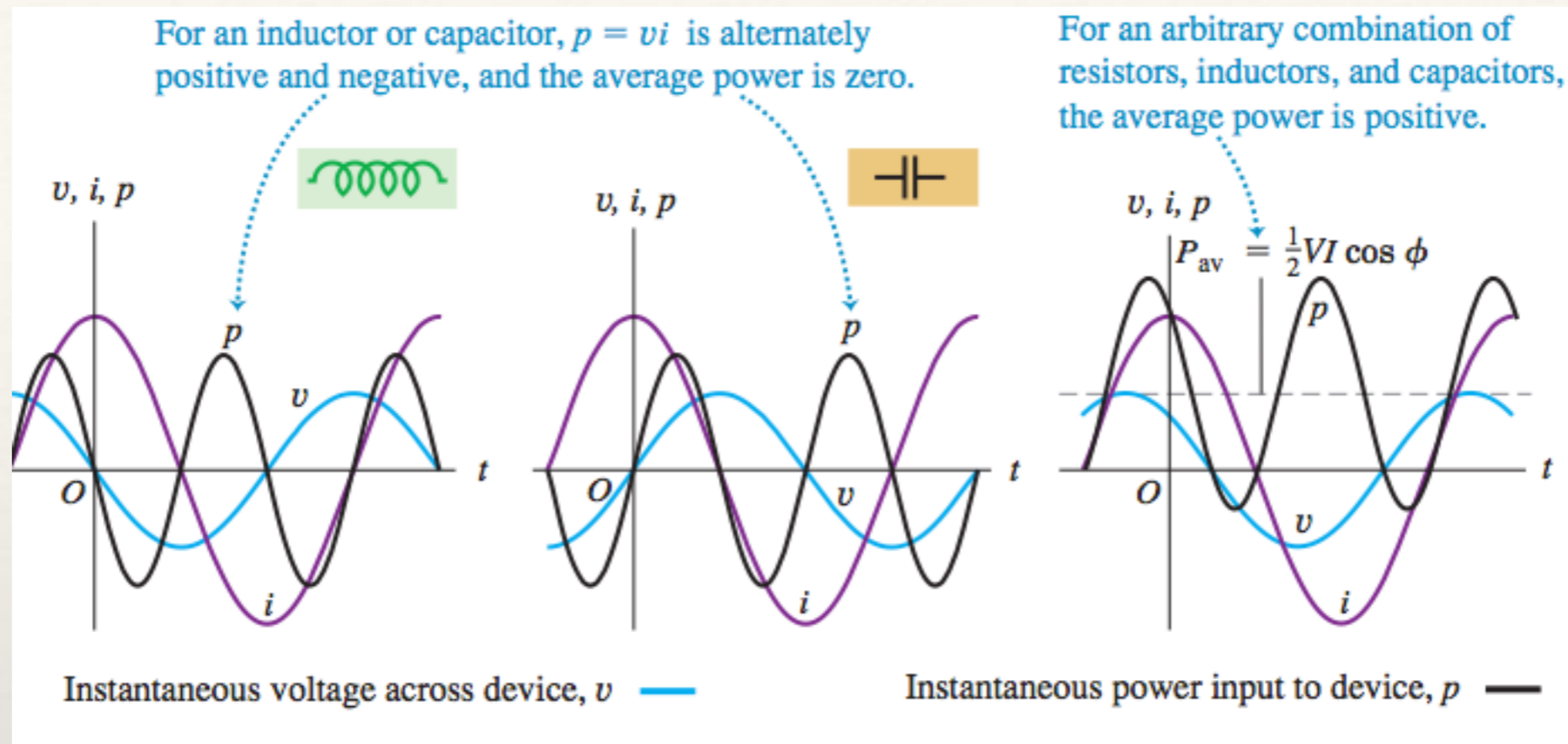
- napon i struja su u fazi
- umnožak $v \cdot i$ je uvijek pozitivan
- energija se u svakom trenutku dovodi otporniku, za oba smjera struje, premda snaga nije konstantna

Prosječna snaga na otporniku:

$$\bar{P} = \frac{1}{2}VI = \frac{V}{\sqrt{2}} \frac{I}{\sqrt{2}} = V_{eff} I_{eff}$$

$$\bar{P} = I_{eff}^2 R = \frac{V_{eff}^2}{R} = V_{eff} I_{eff}$$

Snaga na zavojnici i kondenzatoru



Snaga je naizmjenično pozitivna i negativna. Prosječna snaga je nula.

Zavojnica: kada je p pozitivno, energija se predaje i stvara magnetsko polje u zavojnici; kada je p negativno, polje kolabira i zavojnica vraća energiju izvoru.

Kondenzator: energija se predaje kondenzatoru prilikom nabijanja, i vraća u krug prilikom izbijanja.

Prijenos energije u oba slučaja za vrijeme jednog ciklusa je nula.

Snaga u općenitom *ac* krugu

U općenitom strujnom krugu postojat će fazna razlika između napona i struje.

Trenutna snaga p dana je s:

$$p = vi = [V \cos(\omega t + \phi)][I \cos \omega t]$$

To možemo napisati i ovako:

$$\begin{aligned} p &= [V(\cos \omega t \cos \phi - \sin \omega t \sin \phi)][I \cos \omega t] = \\ &= VI \cos \phi \cos^2 \omega t - VI \sin \phi \cos \omega t \sin \omega t \end{aligned}$$

sr. vrijednost = $\frac{1}{2}$

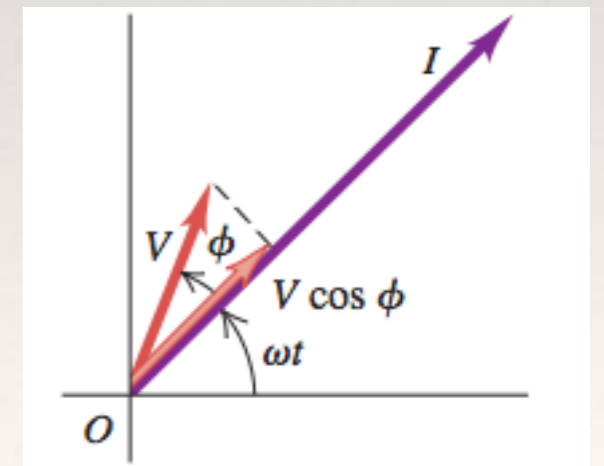
sr. vrijednost = 0

Prosječna vrijednost snage je:

$$\bar{P} = \frac{1}{2} VI \cos \phi = V_{eff} I_{eff} \cos \phi$$

Faktor snage: $\cos \phi$

Poželjno je postići što veći faktor snage u krugu, jer je inače za danu razliku potencijala moramo imati što veću struju da bi se dobila zadana snaga a to za sobom povlači velike gubitke.



Rezonancija u *ac* krugu

Jako je bitno kako strujni krugovi pružaju odziv na različite frekvencije.

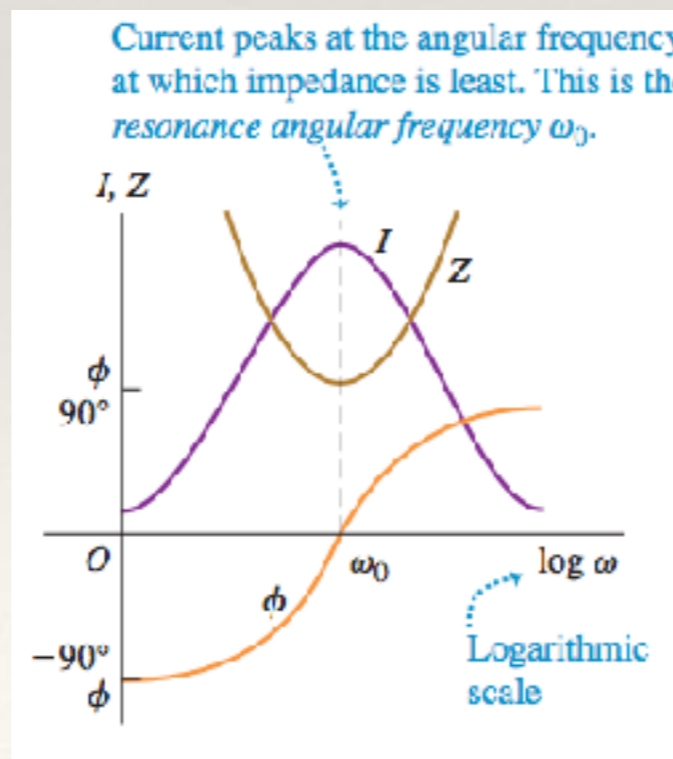
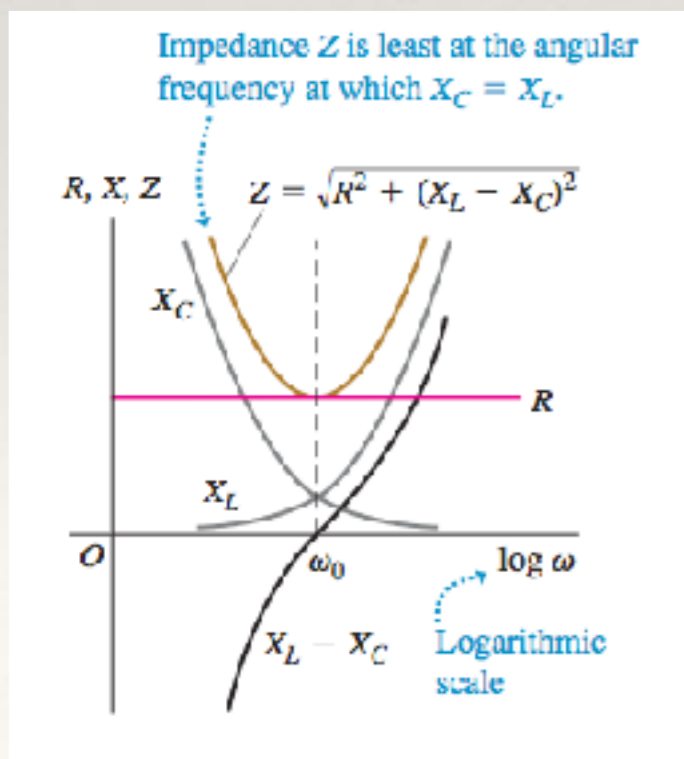
Npr. jedan dio radio uređaja je običan serijski *R-L-C* krug; radio signal neke frekvencije izaziva struju u krugu iste frekvencije, ali je amplituda struje najveća za određenu frekvenciju.

Taj efekt se zove **rezonancija**.

Strujni krug je konstruiran tako da signali ostalih frekvencija izazivaju struje koje su premale da bi izazvale čujni zvuk iz zvučnika.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

- X_L raste s frekvencijom, a X_C se smanjuje
- za određenu frekvenciju $X_L = X_C$
- $Z = R$, impedancija je najmanja

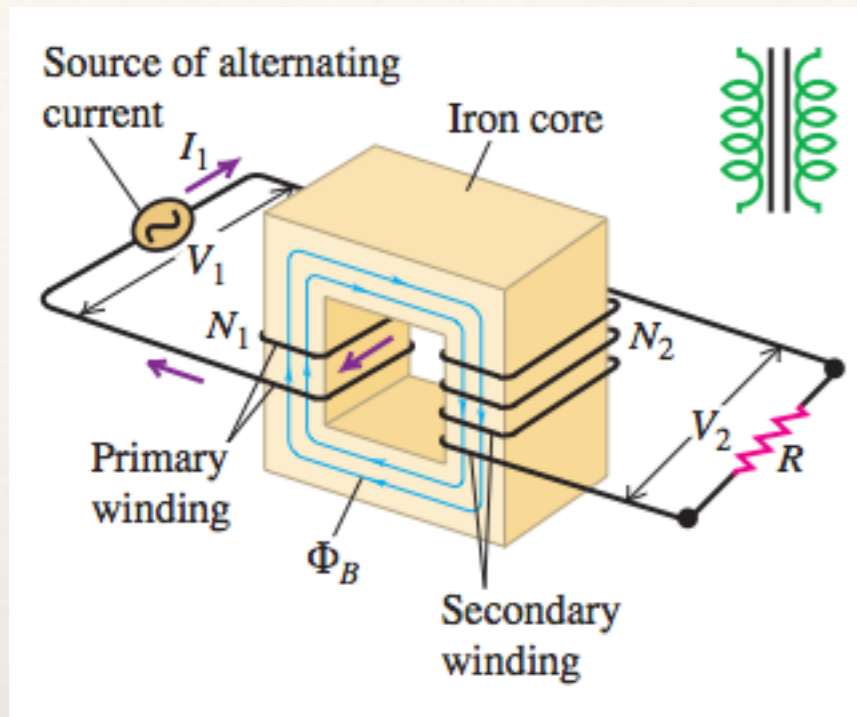


Rezonantna frekvencija:

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Napon na dijelu *LC* je nula, a na otporniku je jednak naponu izvora.

Transformatori



Jedna od najvećih prednosti izmjeničnog napona pred istosmjernim je što je njegovo smanjivanje / povećavanje puno lakše.

To je iznimno bitno kod prijenosa električne energije preko velikih udaljenost gdje je poželjno imati što veći napon i što manju struju budući da su gubici i^2R manji, a ujedno se koristi i manje materijala upotrebom žica s manjim presjekom.

- Današnji elektrovodi prenose napone iznosa 500 kV.
- U kućanstvu je napon 220 V (110 V)
- U svrhu konverzije napona koriste se **transformatori**

Osnovni elementi transformatora su zavojnice (primar i sekundar transformatora) i jezgra.

Jezgra se izrađuje od materijala s velikom relativnom permeabilnosti K_m (npr. željezo) zbog toga da bi sav magnetski tok koji proizvodi zavojnica ostao unutar jezgre.

Princip rada:

AC izvor izaziva struju u primaru, koja stvara izmjenično magnetsko polje, to polje kroz jezgru dolazi do sekundara, gdje u skladu s Faradayevim zakonom inducira izmjeničan napon na svakom zamotaju zavojnice. Sve struje i naponu imaju istu frekvenciju kao izvor.

Na koji način možemo napon na sekundaru učiniti većim odnosnom manjim od onog na primaru?

Pretpostavke:

1. ohmski otpor zavojnica je jednak 0
2. linije magnetskog polja ne napuštaju jezgru, odnosno Φ_B je jednak u primaru i sekundaru
3. zavojnica primara ima N_1 , a sekundara N_2 namotaja



Kada se magnetski tok mijenja zbog izmjenične struje u zavojnicama inducirani naponi su:

$$\varepsilon_1 = -N_1 \frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{i} \quad \varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Tok po namotaju je isti u primaru i sekundaru, pa je prema tome isti i *inducirani napon po namotaju* u primaru i sekundaru.

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \rightarrow \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Omjer induciranih napona jednak je omjeru namotaja na primaru i sekundaru.

Ukoliko je u strujni krug sekundara spojen otpornik R , njime teče struja $I_2 = V_2/R$

Snaga dovedena u primar jednaka je snazi koja odlazi iz sekundara: $V_1 I_1 = V_2 I_2$



$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{R}{(N_2/N_1)^2}$$

Iz ovoga je očito da transformator ne “transformira” samo struje i napone, nego i otpore.

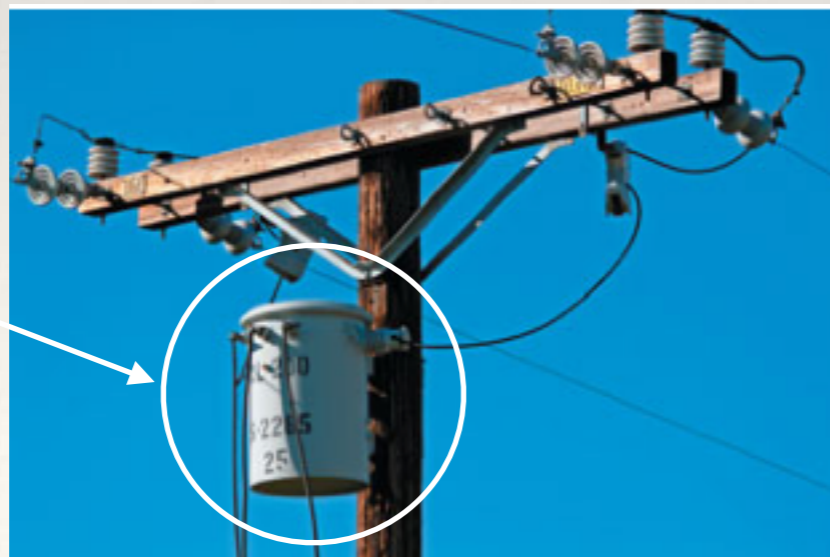
- transformator “transformira” impedanciju mreže na koju je spojen sekundar

Može se pokazati da je prijenos snage najveći kada su otpori jednaki, i kod *ac* i kod *dc* krugova.

Transformatori se koriste u slučaju kada je potrebno spojiti izvor velike impedancije na krug male impedancije (npr. pojačalo na zvučnik).

Kod transformatora uvijek postoje gubici, otpor zavojnice je različit od 0 (i^2R), kroz histerezu jezgre, vrtložne struje, itd...

transformator



Maxwellove jednađbe i elektromagnetski valovi

Do sada smo vidjeli da promjenjivo magnetsko polje može inducirati električno polje u blizini, kao i da promjenjivo električno polje može inducirati magnetsko polje.

Ovo međudjelovanje elektriciteta i magnetizma sumirano je u Maxwellovim jednađbama:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0} \quad (\text{Gaussov zakon})$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{Gaussov zakon za magnetizam})$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{encl} \quad (\text{Amperov zakon})$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{Faradayev zakon})$$

Ove relacije objašnjavaju širenje poremećaja koji se sastoji od vremenski-promjenjivog električnog i magnetskog polja, koji se može širiti kroz prostor.

Takav poremećaj ima svojstva vala, i naziva se elektromagnetski val.



James Clark Maxwell
(1831-1879)

Ukratko, Maxwellove jednačbe govore sljedeće:

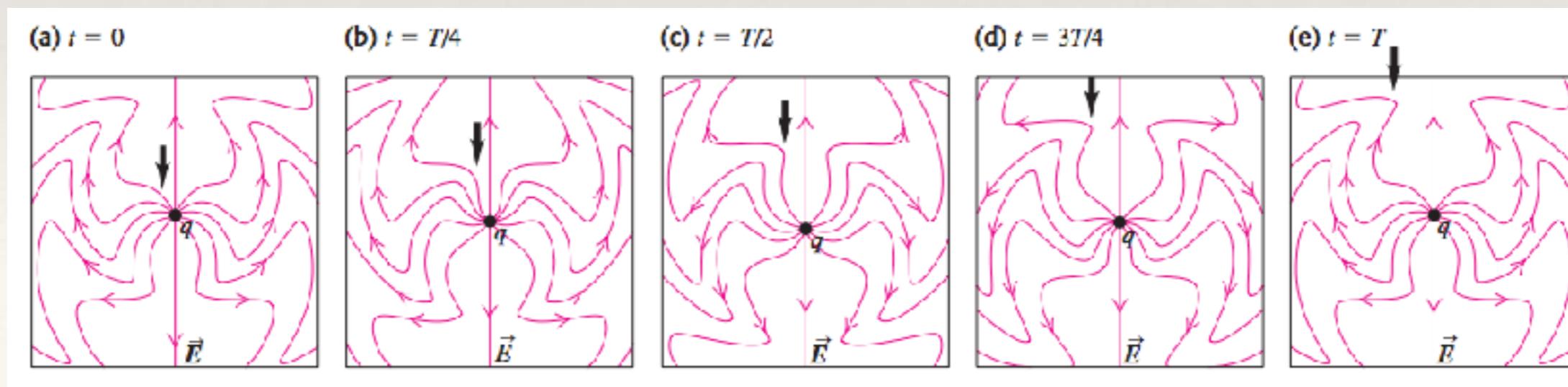
1. Gaussov zakon - površinski integral električnog polja po nekoj zatvorenoj plohi je jednak naboju koji se nalazi unutar te plohe podijeljen s ϵ_0 .
2. Gaussov zakon za magnetizam - površinski integral magnetskog polja po nekoj zatvorenoj plohi je jednak 0, odnosno - ne postoje magnetski monopoli.
3. Ampereov zakon - električna struja (vodljiva i struja pomaka) izaziva magnetsko polje.
4. Faradayev zakon - promjenjivi magnetski tok inducira električno polje.

Maxwell je dokazao da se ovakav elektromagnetski poremećaj širi brzinom svjetlosti.

Točkasti naboj u mirovanju proizvodi statično električno polje ali ne i magnetsko polje; točkasti naboj u gibanju konstantnom brzinom proizvodi i električno i magnetsko polje. Da bi točkasti naboj proizveo elektromagnetski val on se mora gibati *ubrzano*.

Svaki ubrzani naboj emitira elektromagnetski val.

Najjednostavniji način na koji točkasti naboj može proizvesti emv je harmonijskim titranjem.



Prve emv s makroskopskim valnim duljinama proizveo je 1887. Heinrich Hertz u svom laboratoriju. Kao izvor koristio je oscilirajući L - C titrajni krug.

Također je proizveo i stojne valove i izmjerio udaljenost među susjednim maksimumima (polovicu valne duljine).

Znajući rezonantnu frekvenciju kruga, izračunao je brzinu valova upotrebom relacije $v = \lambda f$.

Potvrdio je da je njihova brzina jednaka brzini svjetlosti.

SI jedinica za frekvenciju dobila je ime po H. Hertzu: Jedan hertz (1 Hz) je jednak jednom ciklusu po sekundi.

Trenutna vrijednost brzine svjetlosti, koju označavamo s c , je 299 792 458 m/s ($\approx 3 \times 10^8$ m/s).

Jedan metar je definiran kao udaljenost koju svjetlost prijeđe u $1 / 299792458$ s.

Elektromagnetski spektar

Elektromagnetski spektar sastoji se od emv svih frekvencija i valnih duljina.

Unatoč velikim razlikama u upotrebi i načinu generiranja, svi se šire jednakom brzinom u vakuumu i za sve njih vrijedi relacija $v = \lambda f$.

Ljudi su u stanju vidom detektirati samo maleni dio ovog spektra - vidljivu svjetlost.

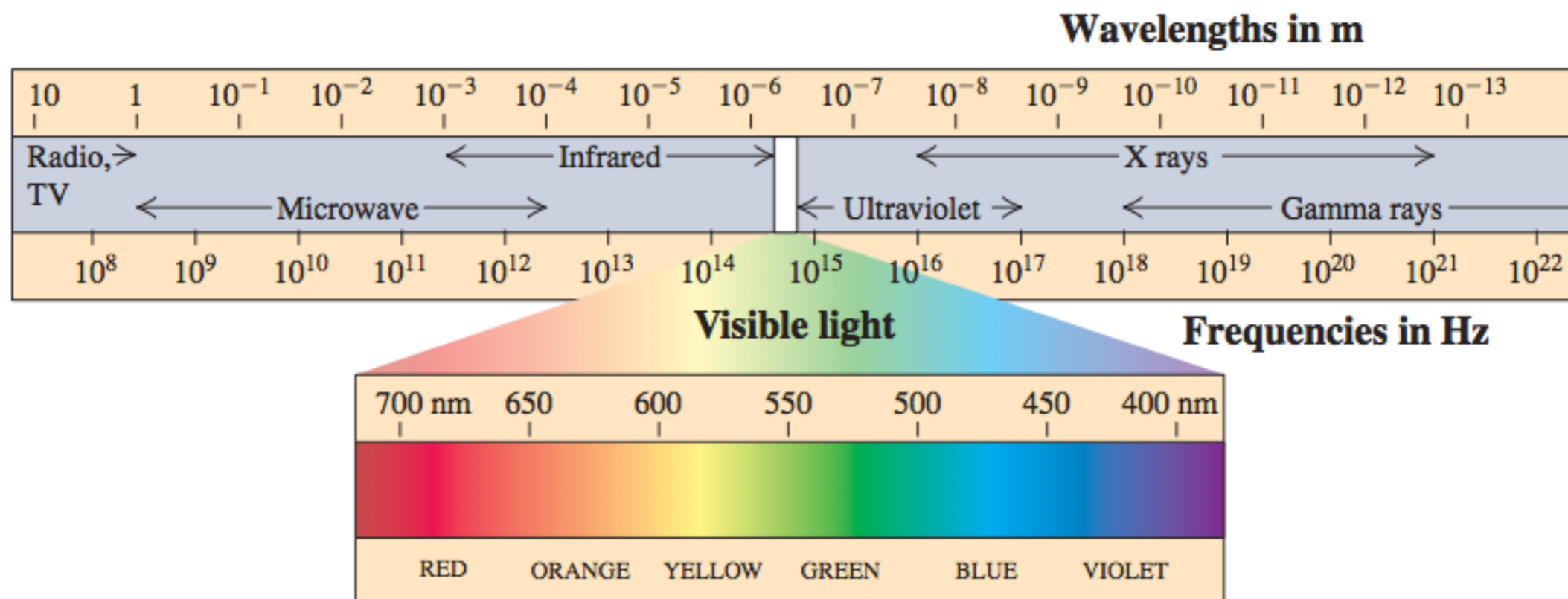
Valne duljine vidljive svjetlosti kreću se od 380 do 750 nm, s odgovarajućim frekvencijama od 790 do 400 THz.

Valne duljine vidljive svjetlosti

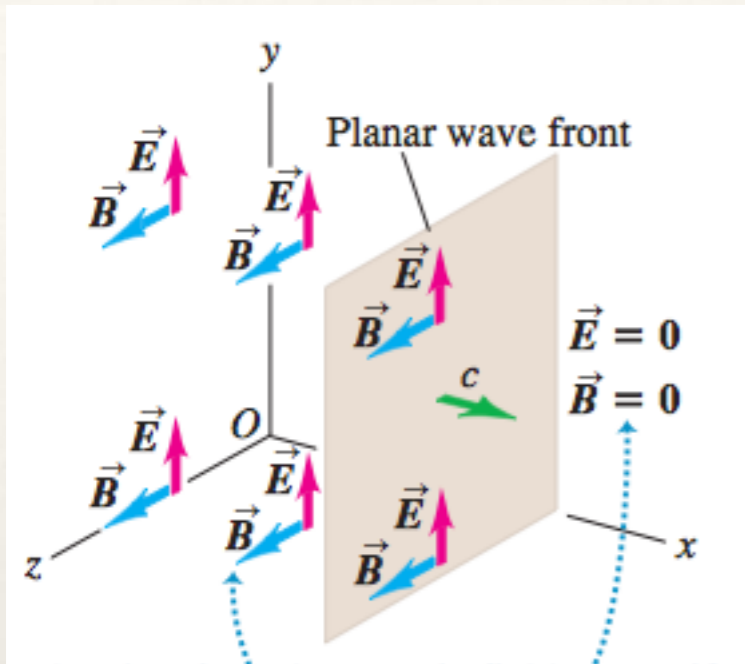
380-450 nm	Ljubičasta
450-495 nm	Plava
495-570 nm	Zelena
570-590 nm	Žuta
590-620 nm	Narančasta
620-750 nm	Crvena

- bijela svjetlost sadrži sve vidljive valne duljine.
- upotrebom posebnih izvora ili filtera moguće je dobiti svjetlost vrlo uskog intervala valnih duljina, od svega nekoliko nm.
- takvu svjetlost nazivamo monokromatska svjetlost.

Elektromagnetski spektar

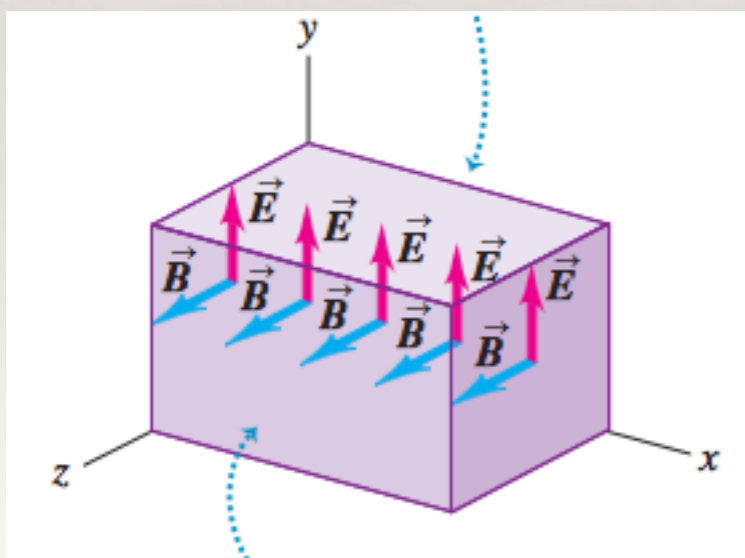


Jednostavan ravni elektromagnetski val



- električno polje ima samo y -komponentu, a magnetsko samo z
- oba polja se kreću u smjeru x
- cijeli prostor podijeljen je u dva dijela: lijevo od ravnine polja su kao što su opisana gore, a desno od ravnine nema ničega
- takva ravnina naziva se **valna fronta**, i ona se kreće u smjeru x , konstantnom brzinom c (za sada nepoznatom)
- ovakav val, za koji su u svakom trenutku polja jednolika u ravninama okomitim na smjer gibanja naziva se **ravni val**

Da li ovakav val zadovoljava Maxwellove jednačbe?

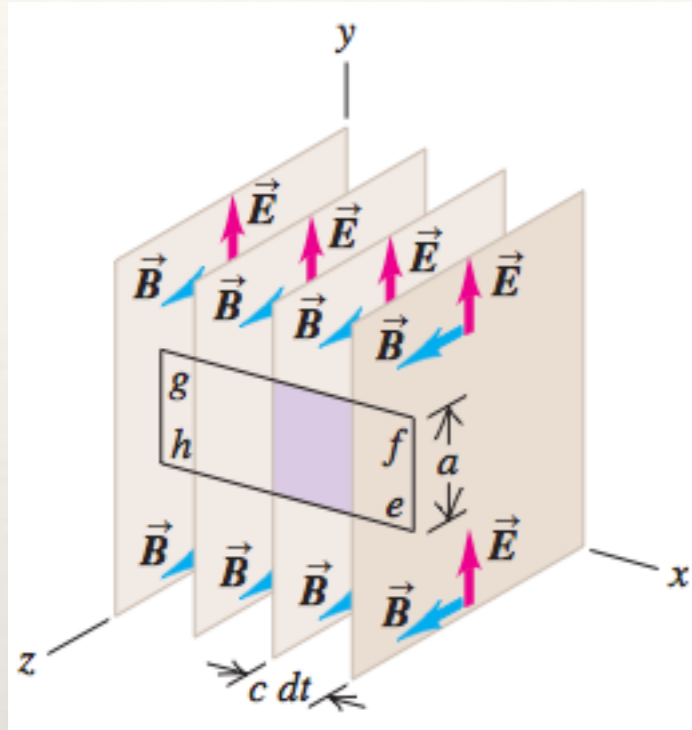


Na slici je prikazana Gaussova ploha

- unutar plohe nema električnih naboja
- električni i magnetski tok = 0
- to ne bi bilo tako kada bi postojala x -komponenta od E ili B
- prema tome, val mora biti transverzalan da bi bile ispunjene prve dvije Maxwellove jednačbe

Da li ovakav val zadovoljava Maxwellove jednačbe?

Faradayev zakon: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$



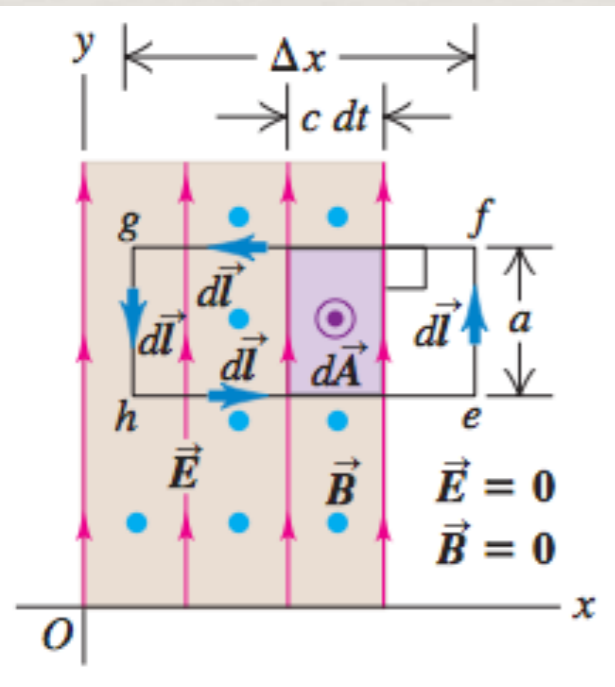
- gledamo pravokutnik $efgh$, površine $a \cdot \Delta x$
- vektor dA je u smjeru $+z$
- pravilo desne ruke: integriramo $E \cdot dl$ u smjeru suprotnom kazaljci na satu po pravokutniku
- u svakoj točki stranice ef E je 0, na stranicama gf i he je ili 0 ili okomito na $d\vec{l}$.
- jedino stranica gh doprinosi integralu, i ovdje su E i l suprotnog smjera

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -Ea$$

- za vrijeme dt , pravokutnik se pomakne $c \cdot dt$, i prebrisuje površinu $ac \cdot dt$
- za to vrijeme magnetski tok se poveća za $d\Phi_B = B(ac \cdot dt)$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = Bac$$

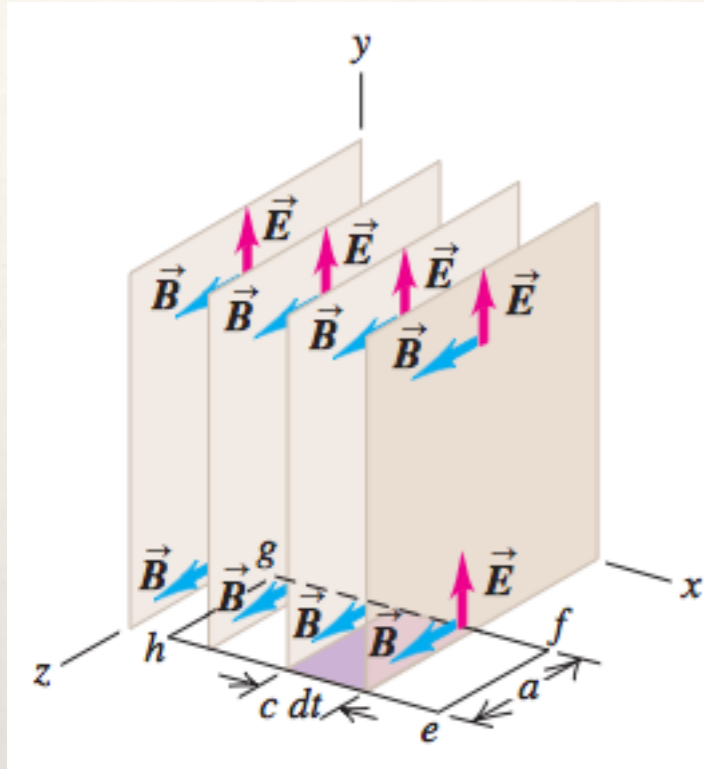
$$E = cB \quad (\text{EMV u vakuumu})$$



- to je uvjet koji mora biti ispunjen da bi EMV zadovoljavao Faradayev zakon

Da li ovakav val zadovoljava Maxwellove jednačbe?

Ampereov zakon: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$



- vektor dA je u smjeru $+y$
- pravilo desne ruke: integriramo $B \cdot dl$ u smjeru suprotnom kazaljci na satu po pravokutniku
- u svakoj točki stranice ef B je 0, na stranicama gf i he je ili 0 ili okomito na dl .
- jedino stranica gh doprinosi integralu, i ovdje su B i l paralelni

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = Ba$$

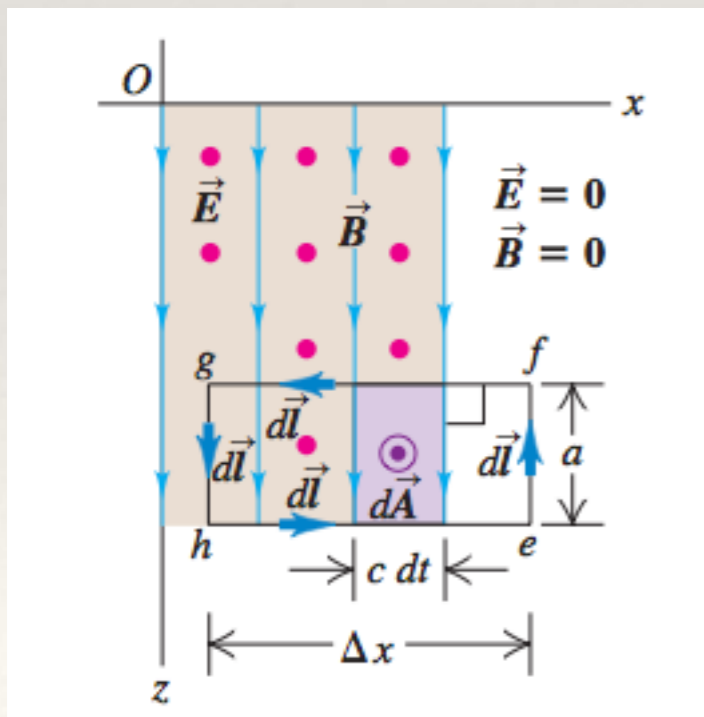
$$\frac{d\Phi_E}{dt} = Eac$$

$$B = \epsilon_0 \mu_0 c E \quad (\text{EMV u vakuumu})$$

Oba uvjeta biti će ispunjena akko:

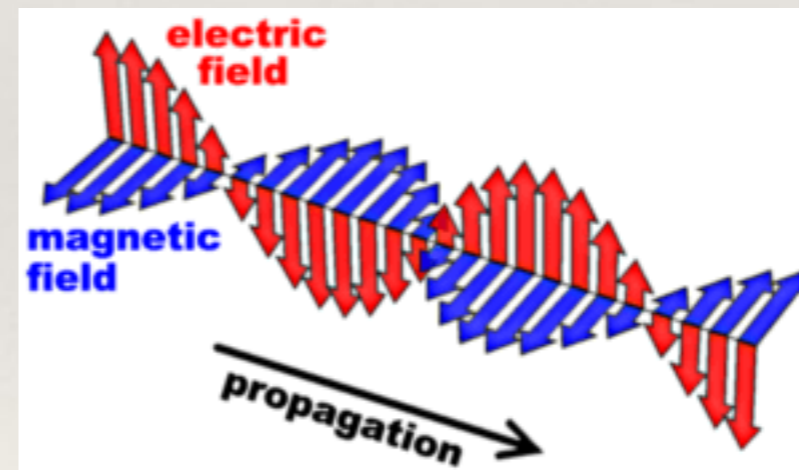
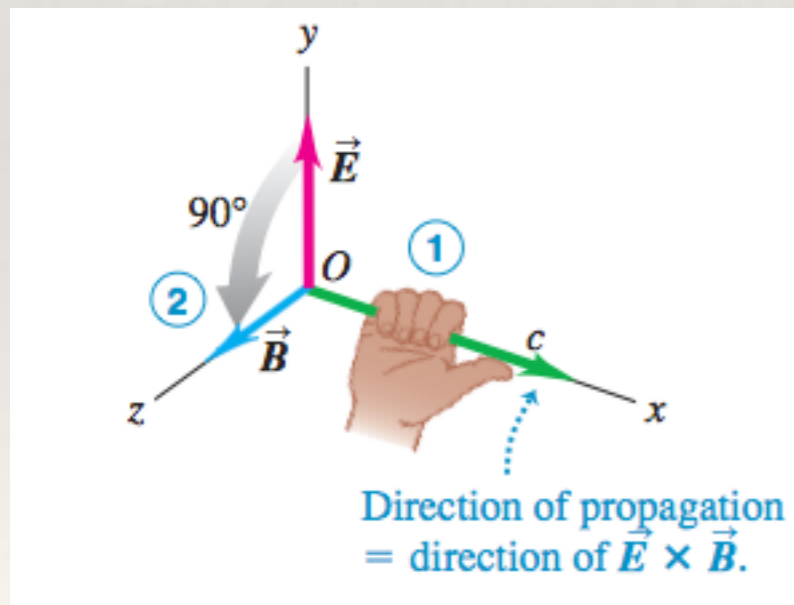
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (\text{brzina EMV u vakuumu})$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2)}} = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$$



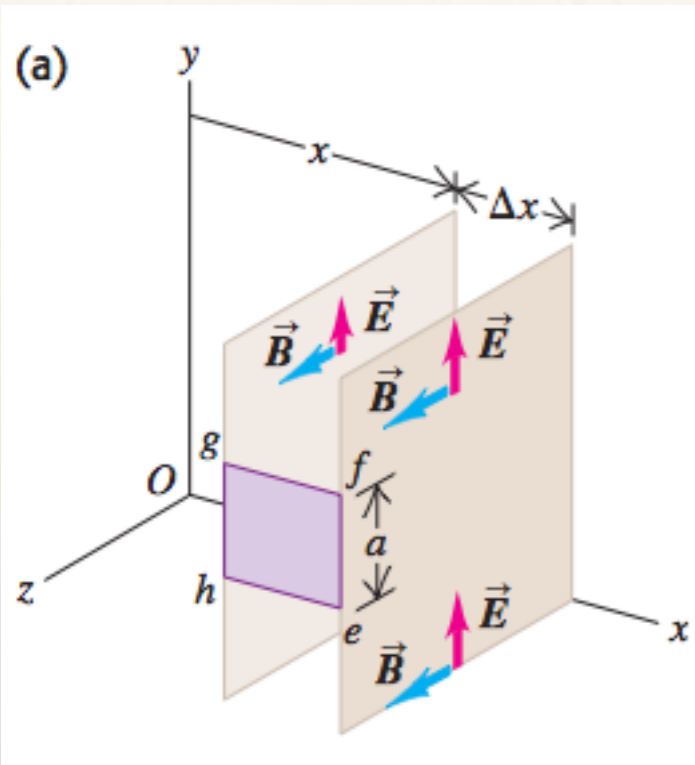
Ključna svojstva EMV

1. Val je transverzalan; i E i B su okomiti na smjer kretanja (propagacije vala). Električno i magnetsko polje su također međusobno okomiti. Smjer propagacije je smjer vektorskog umnoška $E \times B$ (slika).
2. E i B su povezni relacijom: $E = cB$.
3. Valovi se kreću u vakuumu konačnom i nepromjenjivom brzinom.
4. Za razliku od mehaničkih valova kojima su potrebne oscilirajuće čestice medija, kao što su voda ili zrak za prijenos vala, elektromagnetski val ne zahtijeva nikakav medij.



Izvod jednadžbe elektromagnetskog vala

Podsjetnik - valna jednadžba: $\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$ (v je brzina vala)



Isto kao i prije, računamo Faradejev zakon:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -E_y(x,t)a + E_y(x + \Delta x,t)a = a[E_y(x + \Delta x,t) - E_y(x,t)]$$

Δx je dovoljno malen da je B_z jednolik preko njega

$$\Phi_B = B_z(x,t)A = B_z(x,t)a\Delta x$$

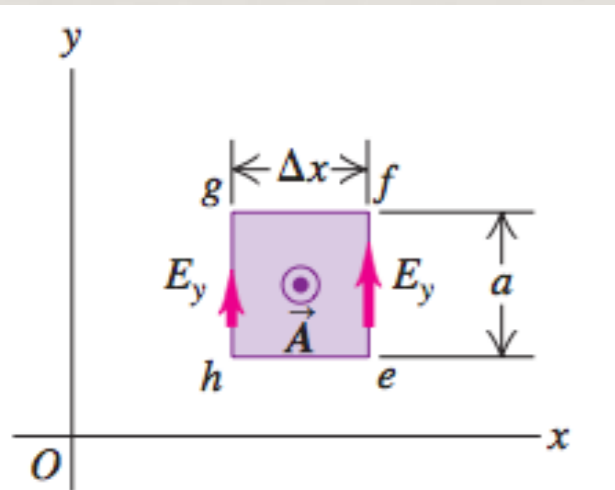
$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t} a\Delta x$$

Sređivanjem dobivamo:

$$\frac{1}{\Delta x} [E_y(x + \Delta x,t) - E_y(x,t)] = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$

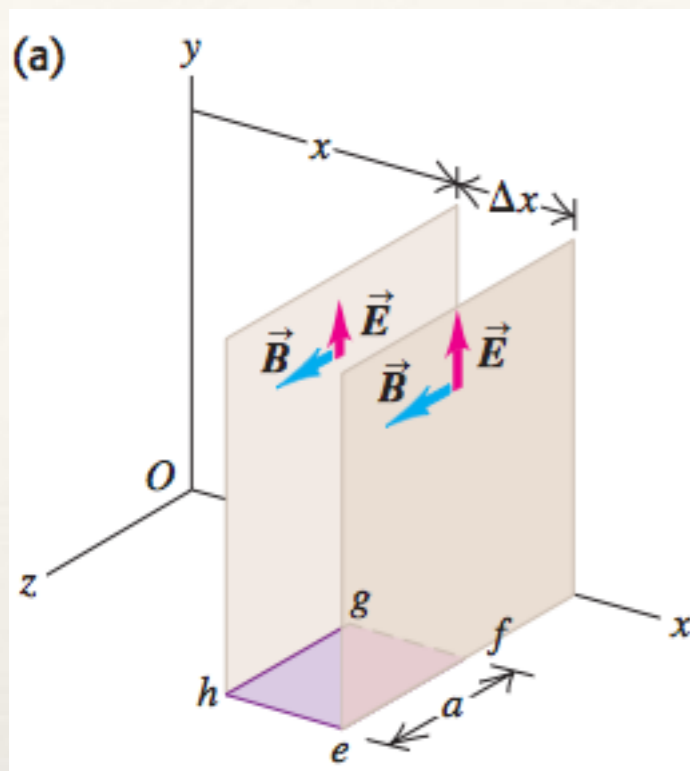
u limesu $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}$$



Ovaj izraz nam govori da ukoliko postoji promjenjiva B_z komponenta magnetskog polja onda mora postojati i E_y komponenta električnog polja koja se mijenja s x , i obratno.

Sada rješavamo Ampereov zakon



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = -B_z(x + \Delta x, t)a + B_z(x, t)a$$

$$\Phi_E = E_y(x, t)A = E_y(x, t)a\Delta x$$

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{\partial E_y(x, t)}{\partial t} a\Delta x$$

Uvrštavanjem u Ampereov zakon:

$$-B_z(x + \Delta x, t)a + B_z(x, t)a = \epsilon_0\mu_0 \frac{\partial E_y(x, t)}{\partial t} a\Delta x$$

$$-\frac{\partial B_z(x, t)}{\partial x} = \epsilon_0\mu_0 \frac{\partial E_y(x, t)}{\partial t}$$

Izraz za Faradejev zakon parcijalno deriviramo po x , a za Ampereov po t :

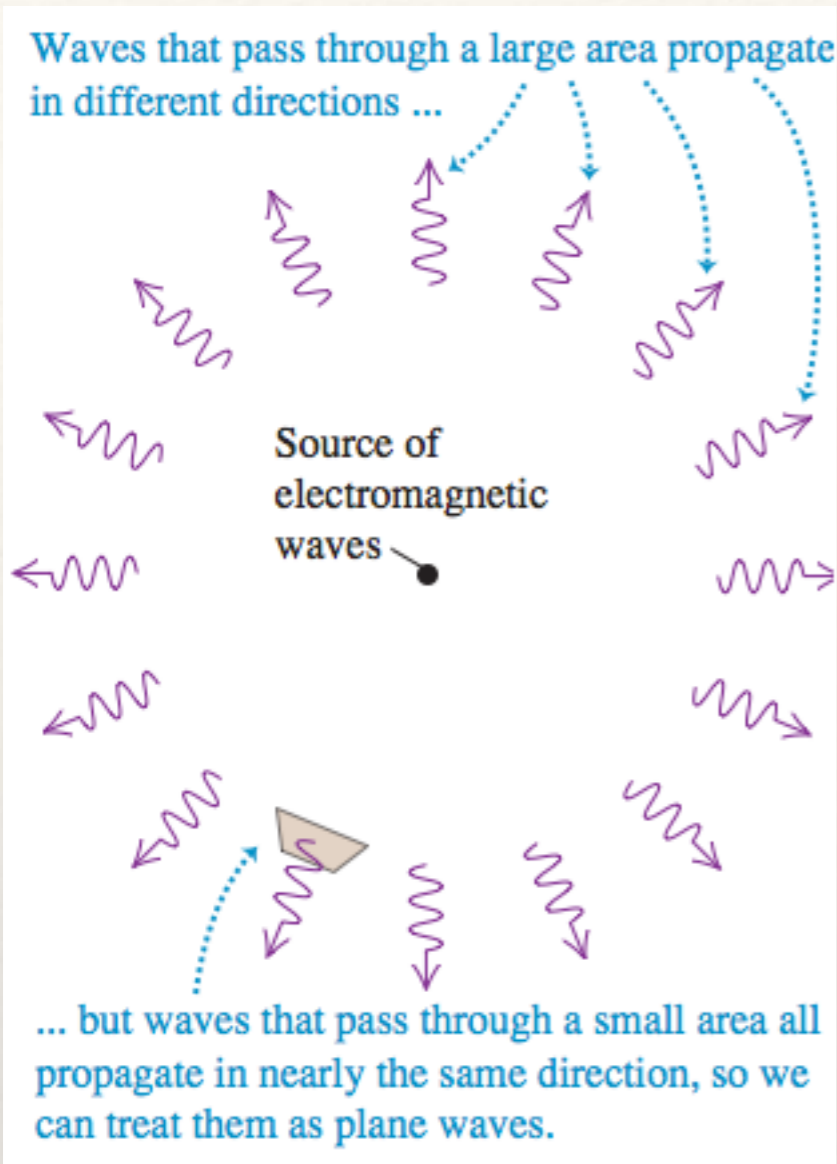
$$-\frac{\partial^2 E_y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 B_z(x, t)}{\partial x \partial t}, \quad -\frac{\partial^2 B_z(x, t)}{\partial x \partial t} = \epsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 E_y(x, t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 E_y(x, t)}{\partial x^2} = \epsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 E_y(x, t)}{\partial t^2} \quad \text{oblik opće valne} \\ \text{jednadžbe}$$

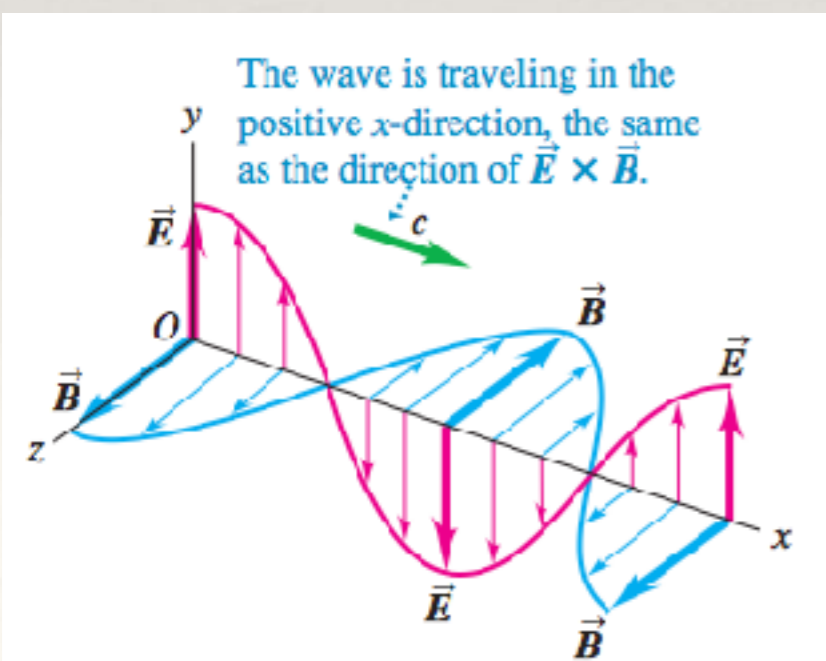
$$\frac{1}{v^2} = \epsilon_0\mu_0 \quad \text{odnosno}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$$

Sinusoidni EMV



- sve do sada izvedeno vrijedi za ravne valove
- sinusoidni emv su analogni sinusoidnim transverzalnim valovima na užetu
- E i B su u svakoj točki prostora sinusoidne funkcije vremena
- neki emv su *ravni valovi*
- no, valovi proizvedeni točkastim nabojem nisu ravni
- šire se u svim smjerovima
- no, ako se ograničimo na mala područja možemo ih aproksimirati ravnim valovima



Kao i za mehaničke valove, možemo ih opisati valnim funkcijama:

$$\vec{E}(x,t) = \hat{j}E_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

$$\vec{B}(x,t) = \hat{k}B_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

linearno polariziran sinusoidni ravni val