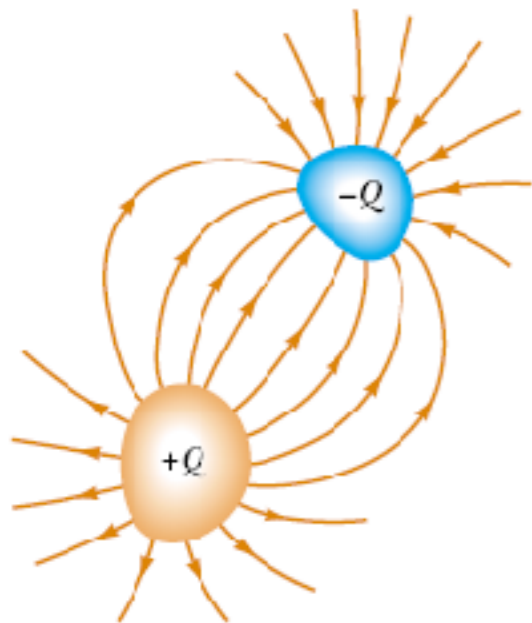


KONDENZATORI ELEKTRIČNA STRUJA I OTPOR ISTOSMJERNI STRUJNI KRUGOVI



Georg Simon Ohm
German physicist (1789–1854)



- Dva vodiča, nose jednaki naboj suprotnog predznaka - kondenzator
- Vodiče nazivamo ploče kondenzatora
- Između ploča kondenzatora postoji razlika potencijala ΔV
- Elektronički element za pohranu naboja

Što određuje količinu naboja na pločama ovisno o naponu?

- eksperimentalno je nađeno da je količina naboja na kondenzatoru izravno proporcionalna razlici potencijala između ploča, konstanta proporcionalnosti ovisi o obliku i razmaku između ploča - **kapacitet** - mjera koliko kondenzator može pohraniti naboja

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Farad (F) $1\text{F} = 1\text{C}/\text{V}$

- velika jedinica, u praksi govorimo o μF i pF

Kapacitet izoliranog sfernog kondenzatora:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{k_e Q / R} = \frac{R}{k_e} = 4\pi\epsilon_0 R$$

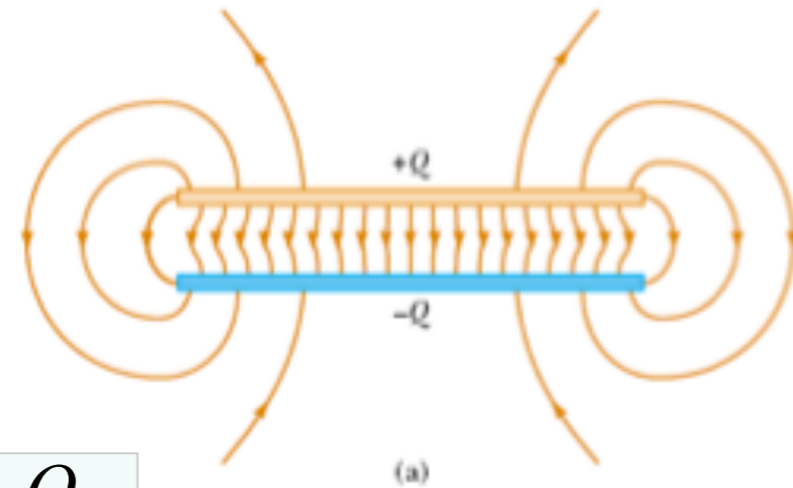
- neovisan o naboju i razlici potencijala, u slučaju para vodiča kapacitet ovisi o geometriji kondenzatora

Kondenzator s paralelnim pločama

$$\text{Gustoća naboja na ploči: } \sigma = \frac{Q}{A}$$

$$\text{Električno polje između ploča: } E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

$$\text{Za jednoliko polje, razlika potencijala: } \Delta V = Ed = \frac{Q}{\epsilon_0 A} d$$

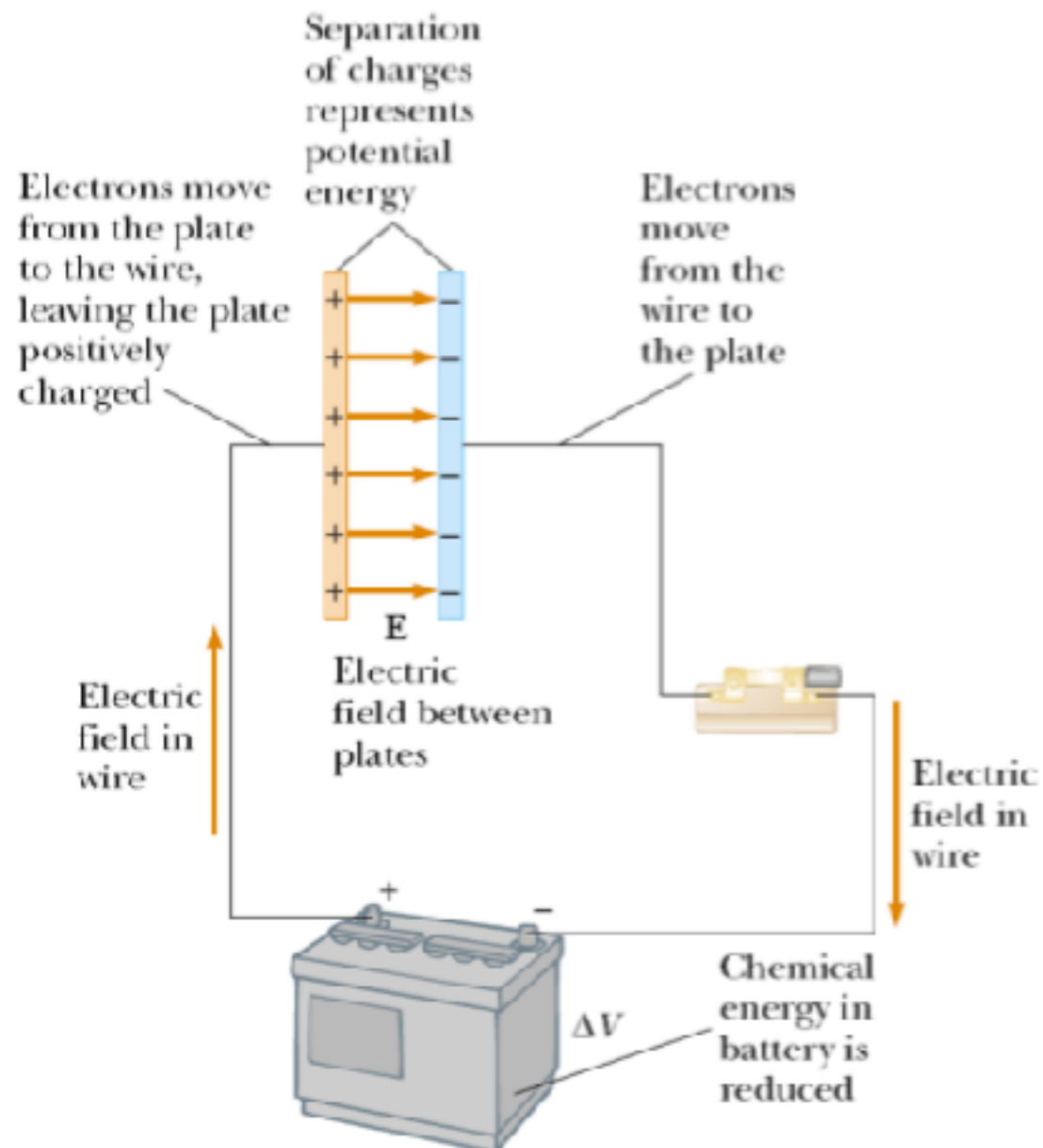


$$\text{Kapacitet: } C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd / \epsilon_0 A} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Nabijanje kondenzatora:

Baterija uspostavlja električno polje u žicama, električno polje djeluje silom na elektrone u žici "gurajući" ih prema ploči, to se događa sve dok žica i ploča ne budu na jednakom potencijalu, tada nema E u žici, nema pomicanja elektrona- ploča kondenzatora je negativno nabijena. Obrnuti proces odvija se pozitivnoj ploči

Kondenzator pohranjuje i energiju - potencijalnu energiju naboja



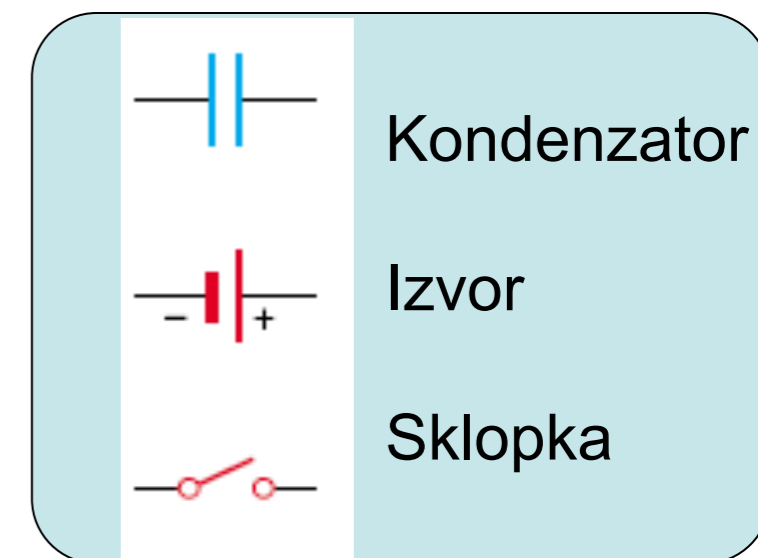
Paralelno spajanje kondenzatora u strujnom krugu

Kondenzator 1 ima maksimalnu količinu naboja Q_1 , a kondenzator 2 Q_2 , tada je ukupni naboj:

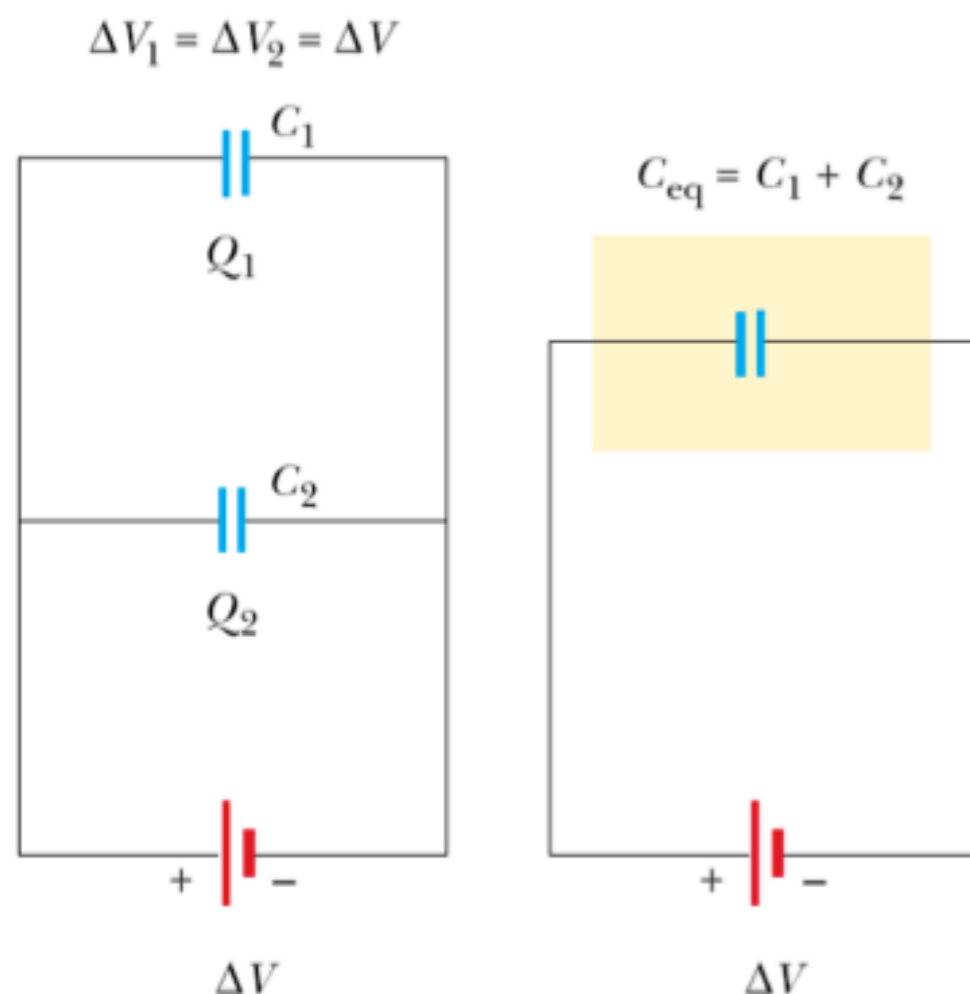
$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q_1 = C_1 \Delta V$$

$$Q_2 = C_2 \Delta V$$



Ukoliko ta dva kondenzatora želimo zamjeniti s jednim, tada taj kondenzator mora moći pohraniti jednaku količinu naboja:



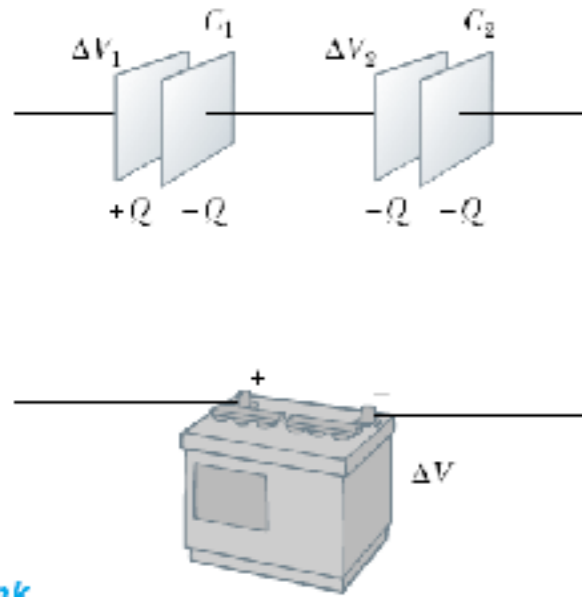
$$Q = C_{eq} \Delta V$$

$$C_{eq} \Delta V = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

Serijsko spajanje kondenzatora u strujnom krugu



Za razliku od paralelnog spoja, gdje je razlika potencijala na svakom pojedinačnom kondenzatoru međusobno jednaka, i jednaka ukupoj razlici potencijala izvora ($\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$), kod serijskog spoja svaki kondenzator ima razliku potencijala takvu da je njihov zbroj jednak razlici potencijala baterije $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$

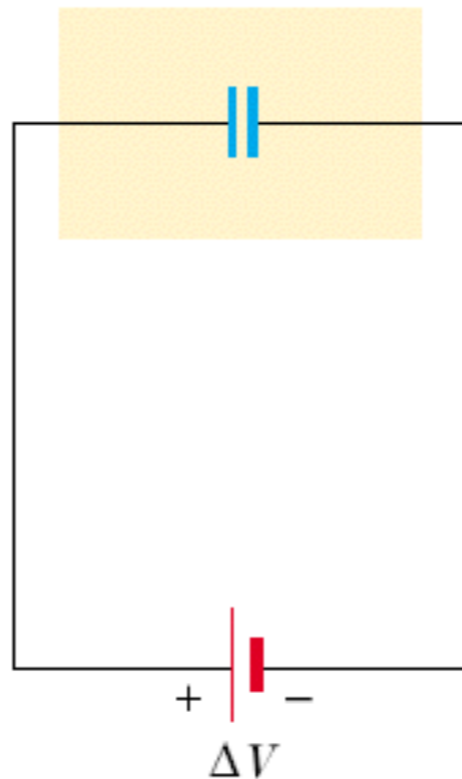
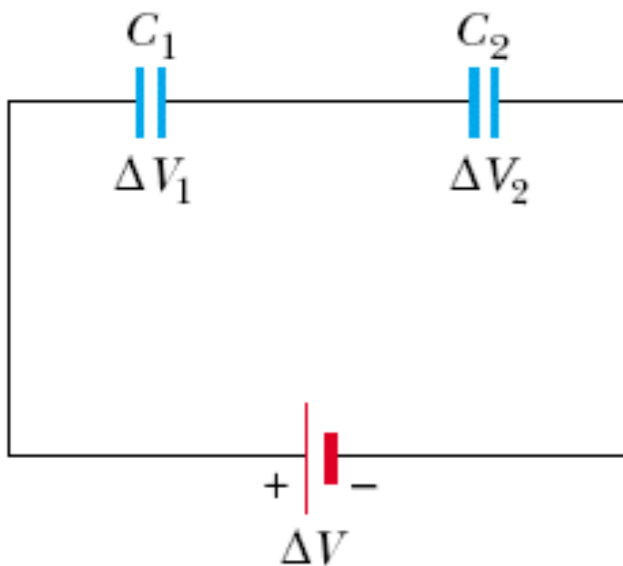
Ukoliko ta dva kondenzatora želimo zamjeniti s jednim: $\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}}$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1} \quad \Delta V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

ista struja teče kroz oba kondenzatora

$$Q_1 = Q_2 = Q$$



$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

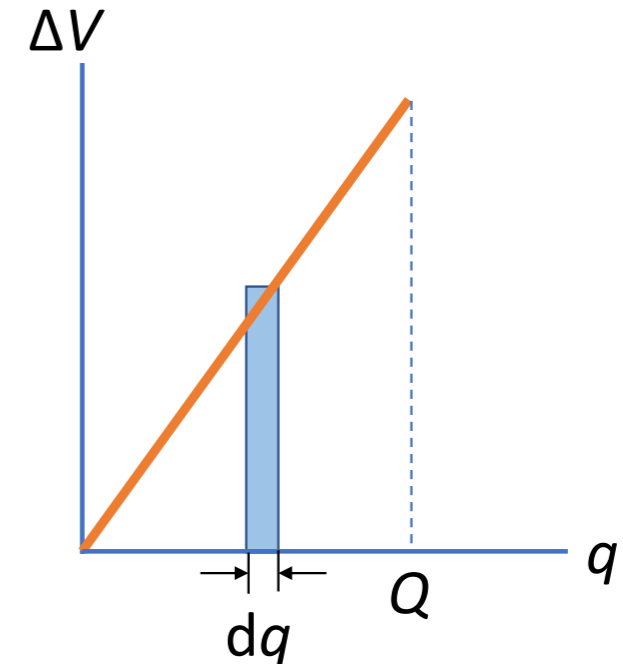
Koliko energije je pohranjeno u kondenzatoru?

Zamislimo da se naboj prenosi mehanički između ploča kondenzatora. Zamislimo da “uzmemo” malu količinu pozitivnog naboja s ploče spojene na - i “prenesemo” na ploču spojenu na +. Čim je malena količina prenesena, stvara se razlika potencijala i potrebno je uložiti rad za daljnje “prebacivanje” naboja

Time se obavlja rad: $dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$



Za dani kapacitet, energija koju možemo pohraniti raste kako raste naboj i razlika potencijala. Praktično, postoji granica do kojeg naboja je to moguće, nakon čega dolazi do električnog izboja.

Energija pohranjena u kondenzatoru → pohranjena u električnom polju između ploča kondenzatora:

$$U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} (E^2 d^2) = \frac{1}{2} (\epsilon_0 A d) E^2$$

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

← gustoća energije

Gdje se nalaze kondenzatori?

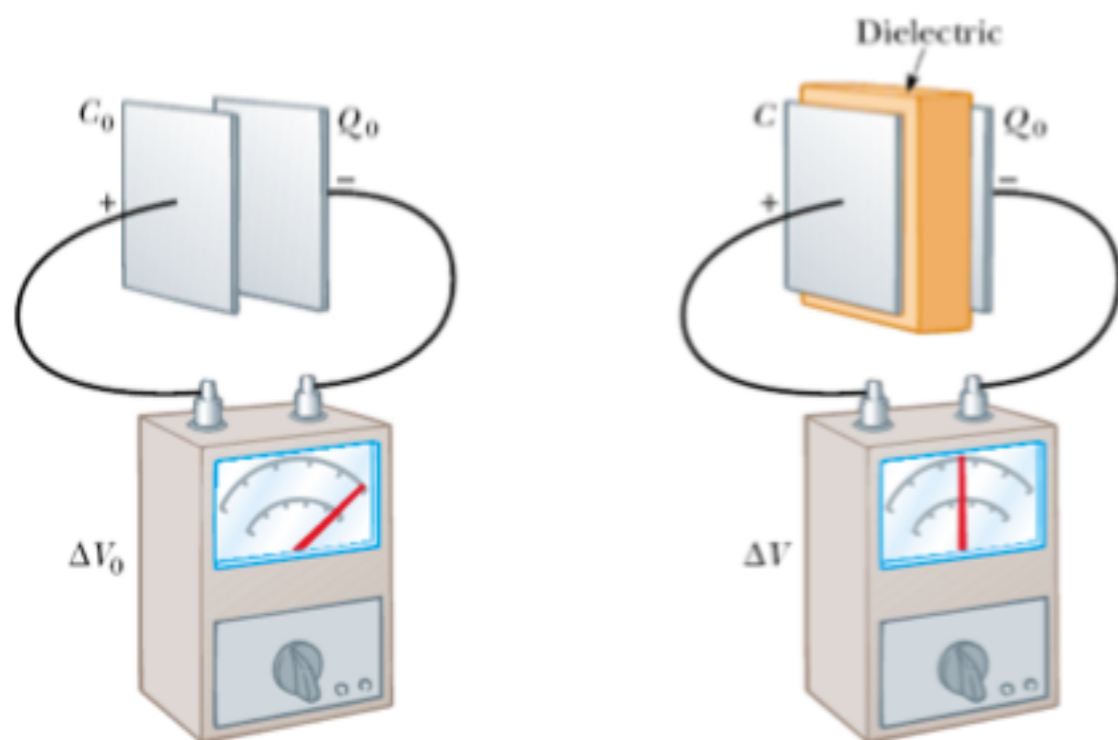


Uređaj za elektrošokove
-u električnom polju velikog kondenzatora može se pohraniti $360 \text{ J} \sim 3000 \times 60 \text{ W}$ žarulja. Uređaj predaje tu energiju pacijentu u kratkom impulsu od 2 ms !

Flash fotoaparata također sadrži kondenzator, energija se predaje lampi koja u kratkom i intenzivnom pulsu osvjetli predmet fotografiranja.



Dielektrik između ploča kondenzatora



Dielektrik - nevodljivi materijal

Kada se između ploča kondenzatora stavi dielektrični materijal kapacitet kondenzatora naraste za faktor κ – dielektrična konstanta

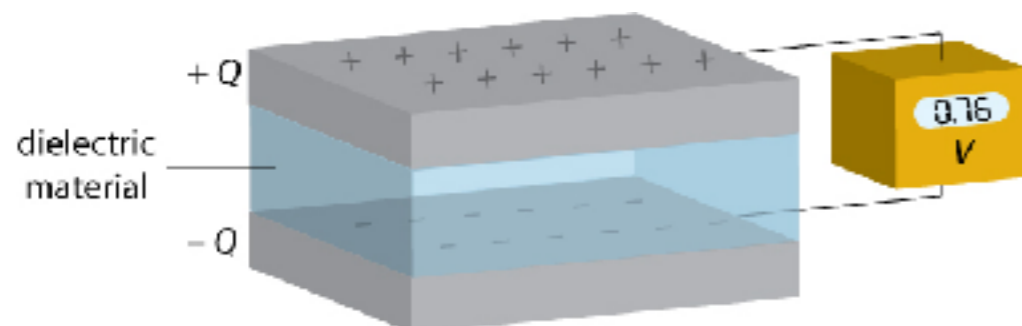
Voltmetar pokazuje: $\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\kappa}$

Kako se naboj Q na pločama kondenzatora ne mijenja, promjena potencijala izazvana je promjenom kapaciteta kondenzatora

$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0 / \kappa} = \kappa C_0$$
$$C = \kappa C_0$$

Za kondenzator s paralelnim pločama:

$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d}$$



Izmjene na kondenzatoru moraju se raditi nakon što ga se odspoji s izvora, u suprotnom potencijal na kondenzatoru ostati će nepromjenjen neovisno o umetnutom dielektriku!

Dielektrik između ploča kondenzatora



$$C \sim \frac{1}{d}$$

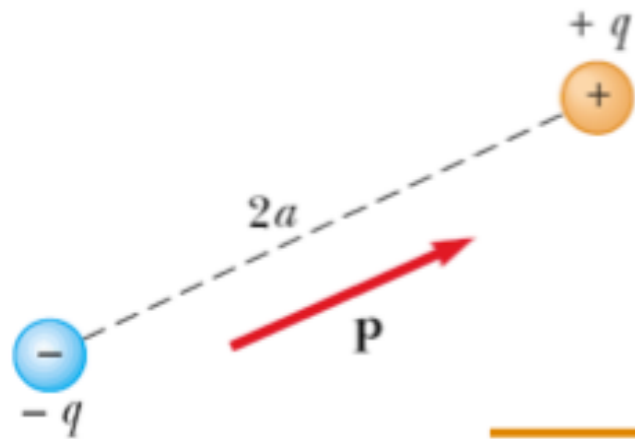
Kapacitet kondenzatora raste kako se smanjuje debljina dielektričnog sloja – no to je ogranično dielektričnom jakosti materijala kojeg koristimo.

Kada električno polje u dielektriku postane prejako dolazi do izboja i izolator počinje voditi struju.

| Approximate Dielectric Constants and Dielectric Strengths of Various Materials at Room Temperature | | |
|--|------------------------------|--|
| Material | Dielectric Constant κ | Dielectric Strength ^a (10^6 V/m) |
| Air (dry) | 1.000 59 | 3 |
| Bakelite | 4.9 | 24 |
| Fused quartz | 3.78 | 8 |
| Mylar | 3.2 | 7 |
| Neoprene rubber | 6.7 | 12 |
| Nylon | 3.4 | 14 |
| Paper | 3.7 | 16 |
| Paraffin-impregnated paper | 3.5 | 11 |
| Polystyrene | 2.56 | 24 |
| Polyvinyl chloride | 3.4 | 40 |
| Porcelain | 6 | 12 |
| Pyrex glass | 5.6 | 14 |
| Silicone oil | 2.5 | 15 |
| Strontium titanate | 233 | 8 |
| Teflon | 2.1 | 60 |
| Vacuum | 1.000 00 | — |
| Water | 80 | — |

[link](#)

Dipol u električnom polju



Električni dipolni moment definiran je vektorom \vec{p} :

$$\vec{p} \equiv 2\vec{a}q$$

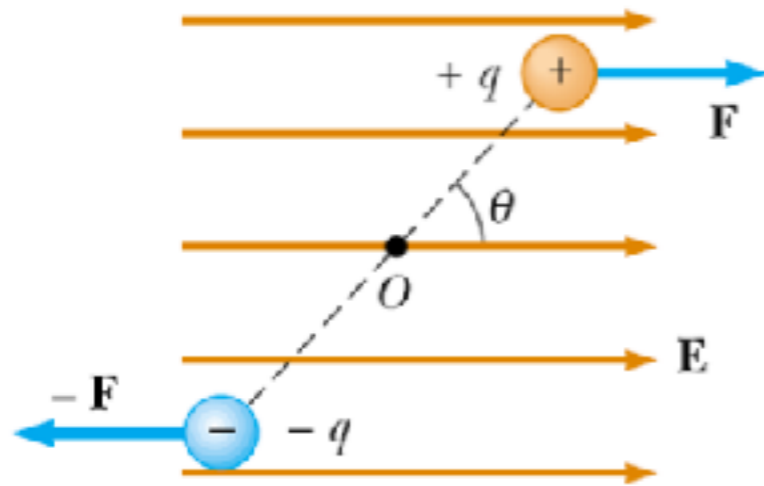
Dipol u električnom polju \vec{E} ima zakretni moment:

$$\tau = 2Fa \sin \theta$$

$$\vec{F} = q\vec{E}, \vec{p} = 2\vec{a}q$$

$$\tau = 2aqE \sin \theta = pE \sin \theta$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$



Potencijalna energija dipola u električnom polju pohranjeni je rad uložen na rotaciju dipola rotirajući ga suprotno smjeru kojim ga usmjerava \vec{E} .

Rotacija od θ_i do θ_f rezultira u promjeni potencijalne energije, odaberimo $\theta_i = 90^\circ$ i $U_i = 0$:

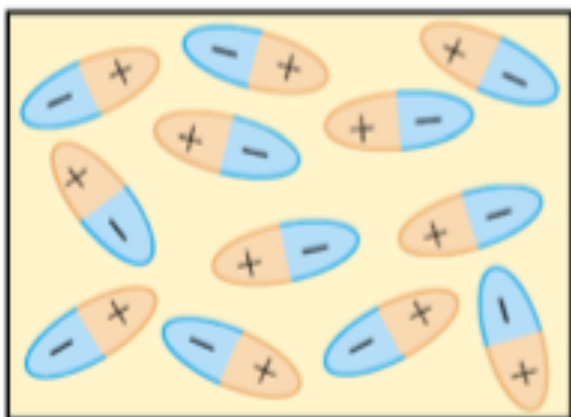
$$U_f - U_i = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_f} pE \sin \theta d\theta =$$

$$= pE \int_{\theta_i}^{\theta_f} \sin \theta d\theta = pE \left[-\cos \theta \right]_{\theta_i}^{\theta_f} = pE (\cos \theta_i - \cos \theta_f)$$

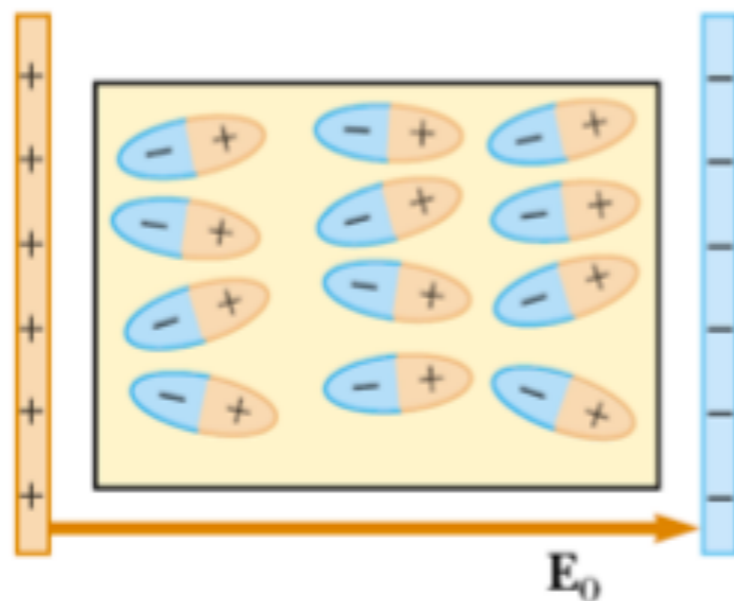
$$U = -pE \cos \theta = \vec{p} \cdot \vec{E}$$

Usporedimo izraz za potencijalnu energiju objekta u gravitacijskom polju i električnog dipola u električnom polju

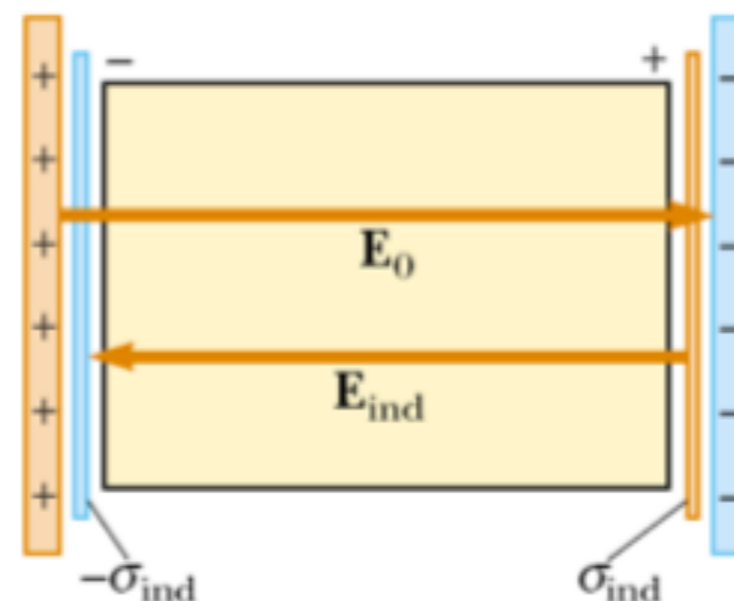
Dielektrik



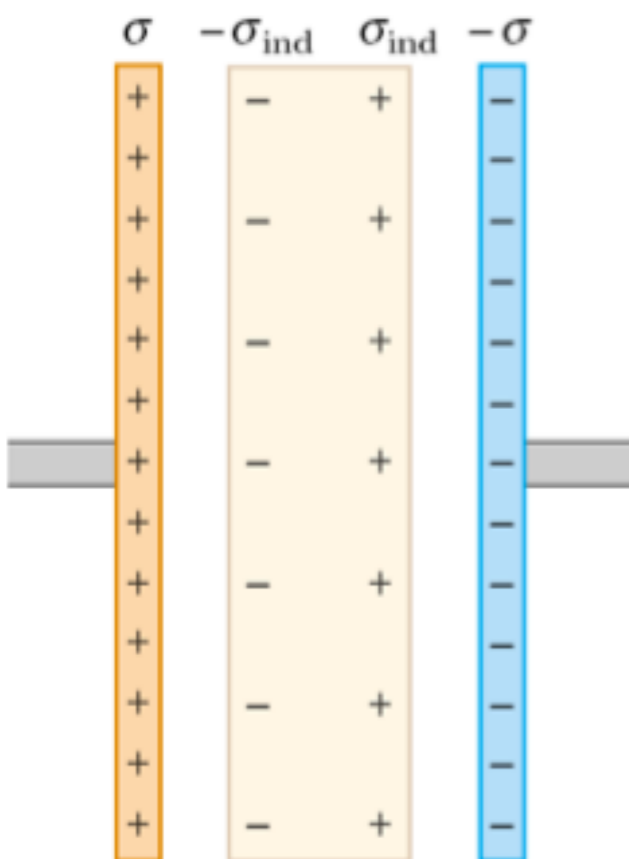
$E_0=0$, dipolne molekule nasumično orijentirane



$E_0 \neq 0$, dipolne molekule se orijentiraju ovisno o električnom polju



Inducirani naboj na rubovima tako polariziranog dielektrika možemo smatrati novim parom ploča kondenzatora



Rezultantno električno polje:

$$E = E_0 - E_{ind}$$

$$\frac{\sigma}{\kappa \epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_{ind}}{\epsilon_0}$$

$$\sigma_{ind} = \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa} \right) \sigma$$

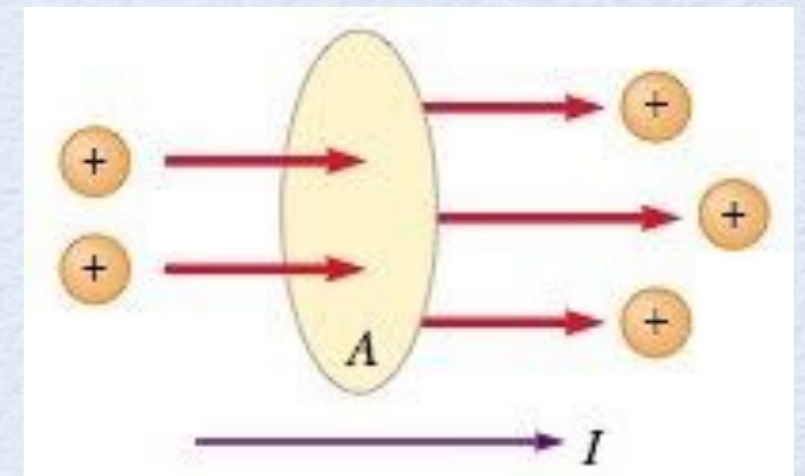
ELEKTRIČNA STRUJA

- zanima nas protok električnih naboja kroz neki materijal
- količina protoka ovisi o materijalu i razlici potencijala kroz materijal
- kada postoji ukupan protok električnog naboja kroz neko područje kažemo da postoji električna struja
- analogija s protokom vode
- analogija s toplinskom vodljivošću
- definicija **prosječne** struje:

$$\bar{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

- definicija **trenutne** struje:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$



$$1 \text{ A} = 1 \frac{\text{C}}{\text{s}} \quad \text{Amper}$$

ELEKTRIČNA STRUJA

Smjer električne struje → smjer gibanja pozitivnih naboja

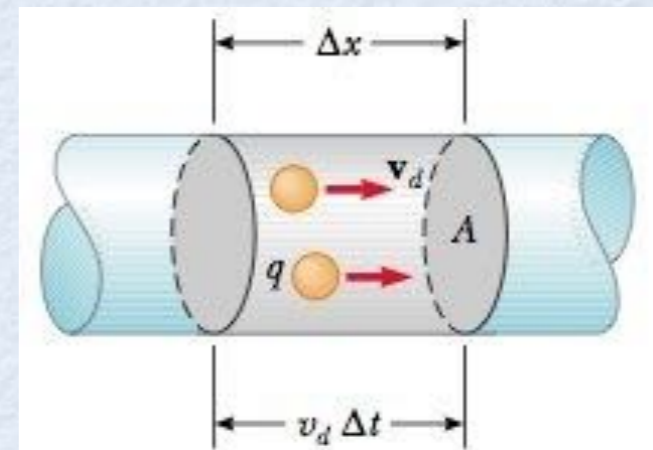
- kod električnih vodiča najčešće su elektroni nosioci naboja
- smjer struje suprotan je smjeru gibanja elektrona

Mikroskopski model električne vodljivosti:

- gledamo električnu struju u vodiču poprečnog presjeka A
- volumen područja duljine Δx je $A \cdot \Delta x$
- neka je n broj nositelja naboja po jedinici volumena (gustoća nositelja naboja)
- broj nositelja naboja u ovom volumenu je $n \cdot A \cdot \Delta x$
- ukupni naboj, ΔQ , u ovom području je:

$$\Delta Q = (n \cdot A \cdot \Delta x)q$$

(q je naboj svakog nositelja)



ELEKTRIČNA STRUJA

- neka se naboji gibaju brzinom v_d , a neka je Δt vrijeme potrebno da naboj prijeđe put Δx

- tada vrijedi:

$$\Delta Q = (nAv_d\Delta t)q$$

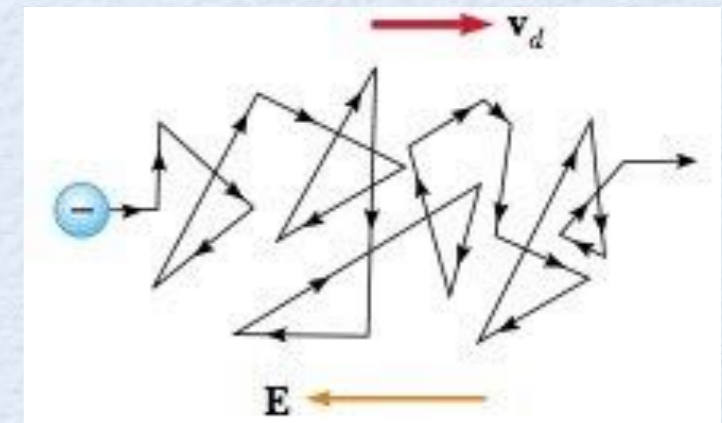
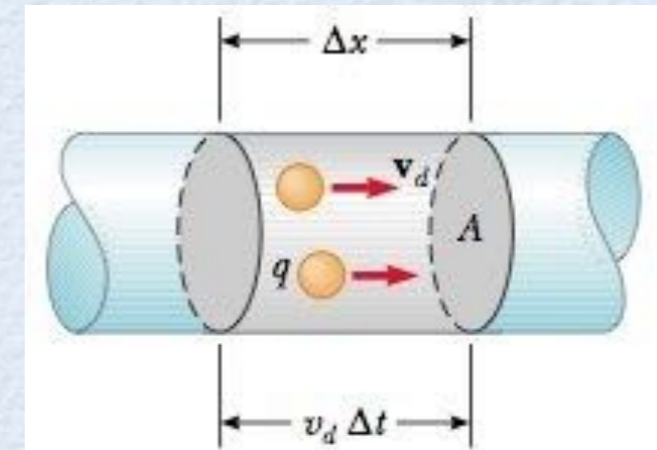
- odnosno:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqv_dA$$

- brzina v_d je prosječna brzina nositelja naboja i naziva se **driftna** brzina

- pod utjecajem električnog polja dolazi do usmjerenog gibanja elektrona - no, to gibanje je kaotično, puno međusobnih sudara i sudara s atomima, no u globalu elektroni se gibaju driftnom brzinom u smjeru suprotnom od električnog polja

- na sudare elektrona možemo gledati kao na efektivno unutarnje trenje



ELEKTRIČNI OTPOR

- ranije smo napomenuli da je električno polje unutar vodiča jednako nuli
- no, to vrijedi jedino ukoliko je vodič u elektrostatskoj ravnoteži
- zanima nas slučaj kada vodič nije u elektrostatskoj ravnoteži, tj. kada u njemu postoji električno polje

Def.: gustoća struje je omjer struje i površine presjeka vodiča

$$J \equiv \frac{I}{A} = nqv_d$$

- ovaj izraz vrijedi jedino ukoliko je gustoća struje jednolika i ukoliko je struja okomita na presjek vodiča A
- gustoća struje je vektorska veličina:

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d$$

Gustoća struje i električno polje uspostavljaju se ukoliko u vodiču postoji razlika potencijala

ELEKTRIČNI OTPOR

- u nekim materijalima gustoća struje proporcionalna je električnom polju:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

- σ se naziva električnom vodljivošću

- ova relacija naziva se **Ohmov zakon**

- razlika potencijala na žici je $\Delta V = V_b - V_a$

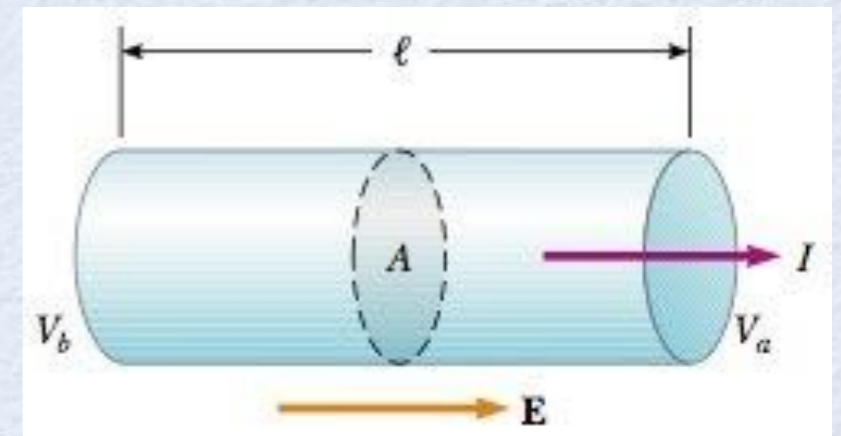
- $\Delta V = E \cdot l$

- gustoća električne struje:

$$J = \sigma \cdot E = \sigma \cdot \frac{\Delta V}{l}$$

- razliku potencijala možemo pisati:

$$\Delta V = \frac{l}{\sigma} J = \left(\frac{l}{\sigma \cdot A} \right) I = R \cdot I$$



ELEKTRIČNI OTPOR

- vrijednost $R = l/(\sigma \cdot A)$ naziva se električni otpor vodiča
- električni otpor jednak je omjeru razlike potencijala na vodiču i električne struje u njemu:

$$R \equiv \frac{\Delta V}{I}$$

- SI jedinica za otpor je ohm (Ω)

$$1\Omega \equiv \frac{1V}{1A}$$

- recipročna vrijednost vodljivosti naziva se otpornost, $\rho = \frac{1}{\sigma}$
- otpor jednolikog dijela materijala možemo pisati kao:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

- otpor se povećava s duljinom vodiča i smanjuje s povećanjem presjeka vodiča
- u elektronici se **otpornici** koriste za reguliranje električne struje

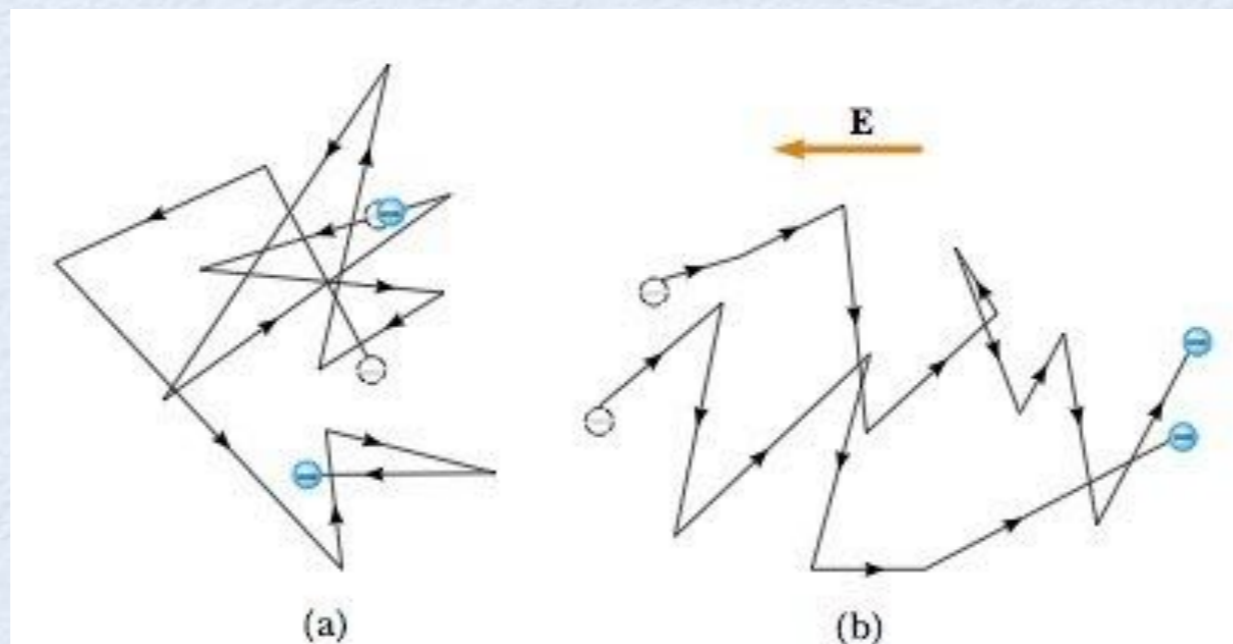
ELEKTRIČNI OTPOR

Resistivities and Temperature Coefficients of Resistivity for Various Materials

| Material | Resistivity ^a ($\Omega \cdot \text{m}$) | Temperature Coefficient ^b $\alpha[(^{\circ}\text{C})^{-1}]$ |
|-----------------------|--|--|
| Silver | 1.59×10^{-8} | 3.8×10^{-3} |
| Copper | 1.7×10^{-8} | 3.9×10^{-3} |
| Gold | 2.44×10^{-8} | 3.4×10^{-3} |
| Aluminum | 2.82×10^{-8} | 3.9×10^{-3} |
| Tungsten | 5.6×10^{-8} | 4.5×10^{-3} |
| Iron | 10×10^{-8} | 5.0×10^{-3} |
| Platinum | 11×10^{-8} | 3.92×10^{-3} |
| Lead | 22×10^{-8} | 3.9×10^{-3} |
| Nichrome ^c | 1.50×10^{-6} | 0.4×10^{-3} |
| Carbon | 3.5×10^{-5} | -0.5×10^{-3} |
| Germanium | 0.46 | -48×10^{-3} |
| Silicon | 640 | -75×10^{-3} |
| Glass | 10^{10} to 10^{14} | |
| Hard rubber | $\sim 10^{13}$ | |
| Sulfur | 10^{15} | |
| Quartz (fused) | 75×10^{16} | |

MODEL ELEKTRIČNE VODLJIVOSTI

- predložio ga je Paul Drude (1863-1906)
- ovaj model vodi do Ohmovog zakona i povezuje otpor s gibanjem elektrona
- na vodič gledamo kao na rešetku atoma i skupinu slobodnih elektrona (vodljivih elektrona)
- bez prisutnosti električnog polja slobodni elektroni nasumično se kreću kroz materijal brzinama $\approx 10^6$ m/s
- u prisutnosti električnog polja dolazi do driftnog gibanja elektrona u smjeru suprotnom električnom polju, te brzine su reda veličine 10^{-4} m/s



MODEL ELEKTRIČNE VODLJIVOSTI

- u ovom modelu gibanje elektrona nakon sudara ne ovisi o njegovom gibanju prije sudara
- također, višak energije koji elektroni prime uslijed ubrzanja od električnog polja troši se prilikom sudara s drugim elektronima i atomima
- time se povećava energija materijala (pojačano titranje atoma)
- ubrzanje elektrona:

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m_e}$$

- brzina nakon sudara:

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t = v_i + \frac{q\vec{E}}{m_e}t$$

- prosječna brzina:

$$\bar{\vec{v}}_f = v_d = 0 + \frac{q\vec{E}}{m_e}\tau = \frac{q\vec{E}}{m_e}\tau$$

- τ je prosječno vrijeme između dva sudara

MODEL ELEKTRIČNE VODLJIVOSTI

- gustoća električne struje sada je:

$$J = nqv_d = \frac{nq^2 E}{m_e} \tau$$

- vodljivost je:

$$\sigma = \frac{nq^2 \tau}{m_e}$$

- otpornost je:

$$\rho = \frac{m_e}{nq^2 \tau}$$

ELEKTRIČNI OTPOR I TEMPERATURA

- otpornost vodiča ovisi aproksimativno linearno o temperaturi:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

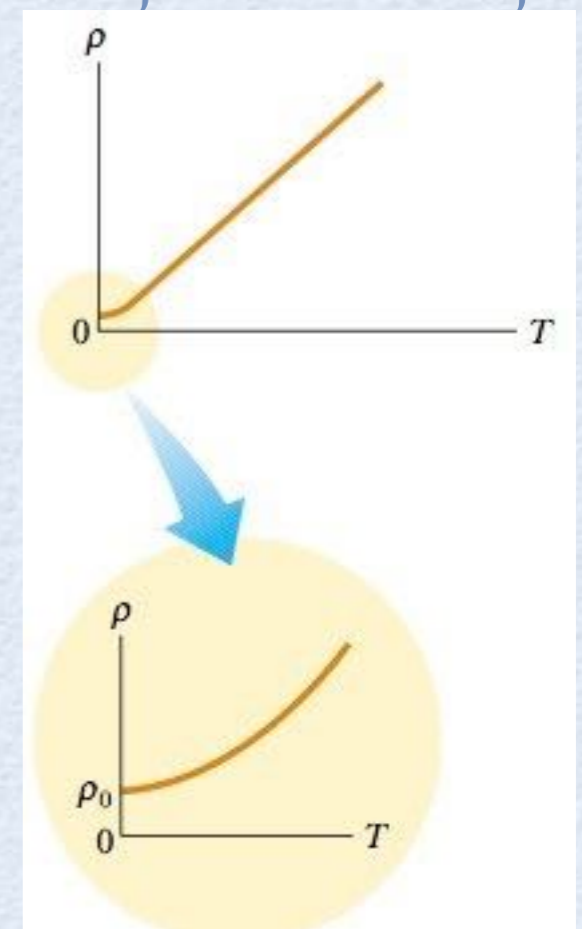
- ρ je otpornost pri nekoj temperaturi T , a ρ_0 otpornost pri nekoj referentnoj temperaturi T_0 (najčešće sobnoj)

- α je temperaturni koeficijent otpornosti:

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta\rho}{\Delta T}$$

- možemo pisati:

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$



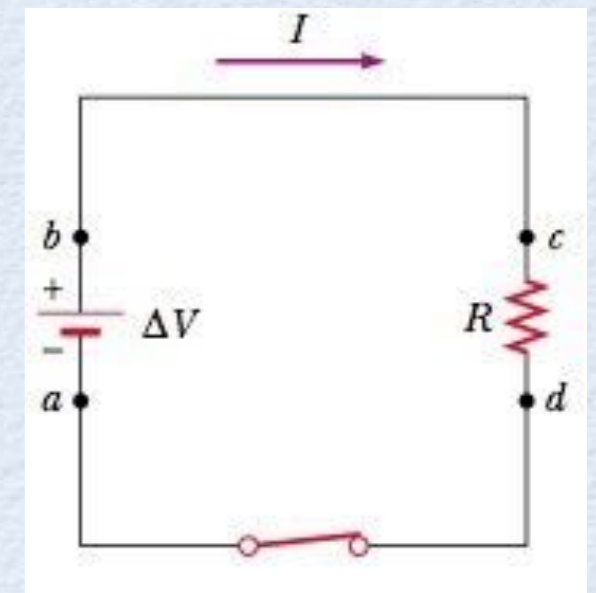
metal

ELEKTRIČNA SNAGA

- snaga = brzina prijenosa energije
- primjer: pretvorba kemijske energije baterije u električnu energiju (žarulja)
- neka količina naboja Q giba se kroz strujni krug od točke a , kroz bateriju, otpornik i opet natrag na točku a
- prolaskom kroz bateriju sustav dobiva energiju $Q\Delta V$, a baterija toliko energije gubi
- prolaskom kroz otpornik sustav gubi na energiji zbog sudara elektrona s atomima u otporniku
- ta energija ostaje u otporniku pohranjena u obliku titranja atoma
- brzina kojom sustav gubi energiju:

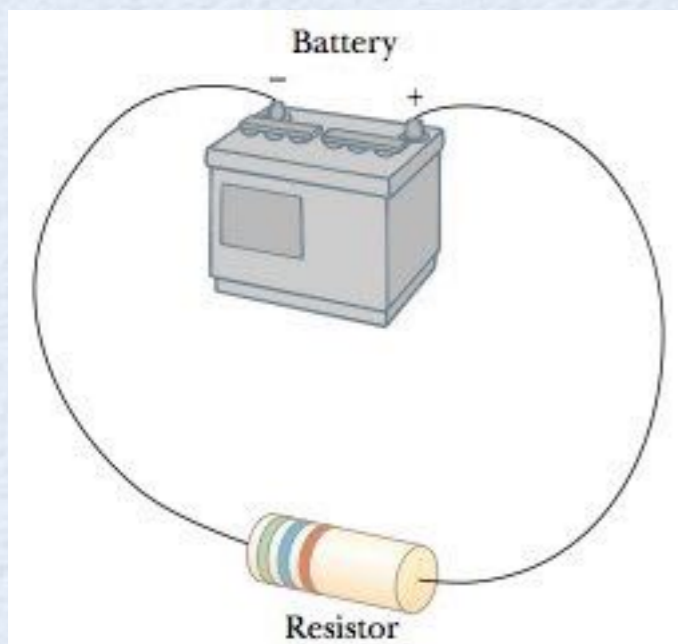
$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(Q\Delta V) = \frac{dQ}{dt}\Delta V = I\Delta V$$

$$P = I\Delta V = \frac{(\Delta V)^2}{R} = I^2 R$$



ELEKTROMOTORNNA SILA

- primjer: baterija
- budući da je razlika potencijala konstantna na krajevima baterije, električna struja je konstantna u vremenu i istog smjera
- istosmjerna električna struja, istosmjerni napon
- elektromotorna sila (ε) je maksimalan mogući napon koji baterija može ostvariti na svojim krajevima



- pozitivan kraj baterije je na višem potencijalu od negativnog
- baterija također posjeduje svoj unutarnji otpor, r
- za idealnu bateriju napon na krajevima bio bi ε
- za realnu bateriju on je nešto manji, zbog gubitaka na unutarnjem otporu

ELEKTROMOTORNNA SILA

- ukupna razlika potencijala između točaka a i b (krajevi baterija) jednak je:

$$V_{ab} = \mathcal{E} - I \cdot r$$

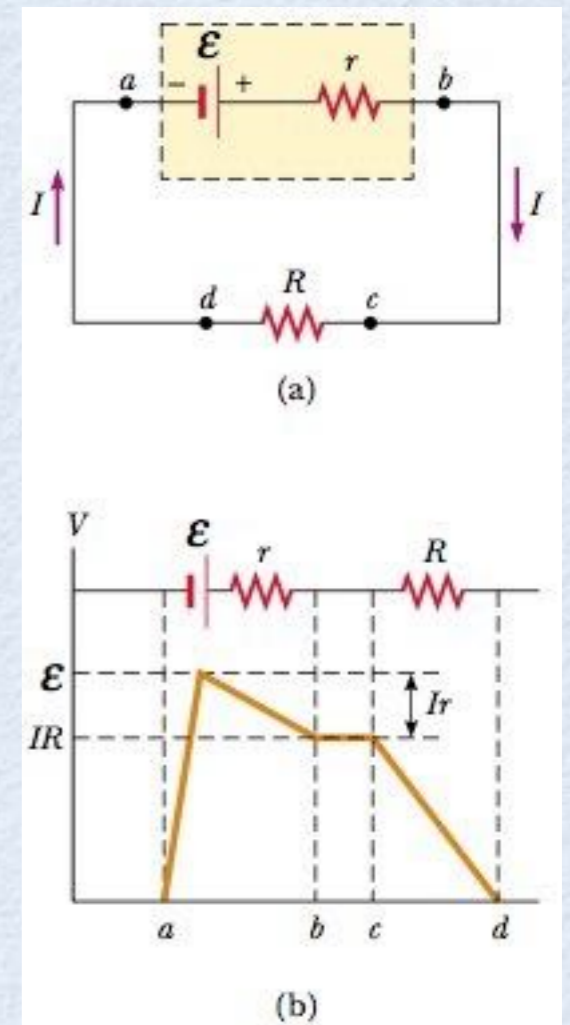
- ukoliko u krugu imamo otpornik R vrijedi sljedeće:

$$\mathcal{E} = I \cdot R + I \cdot r$$

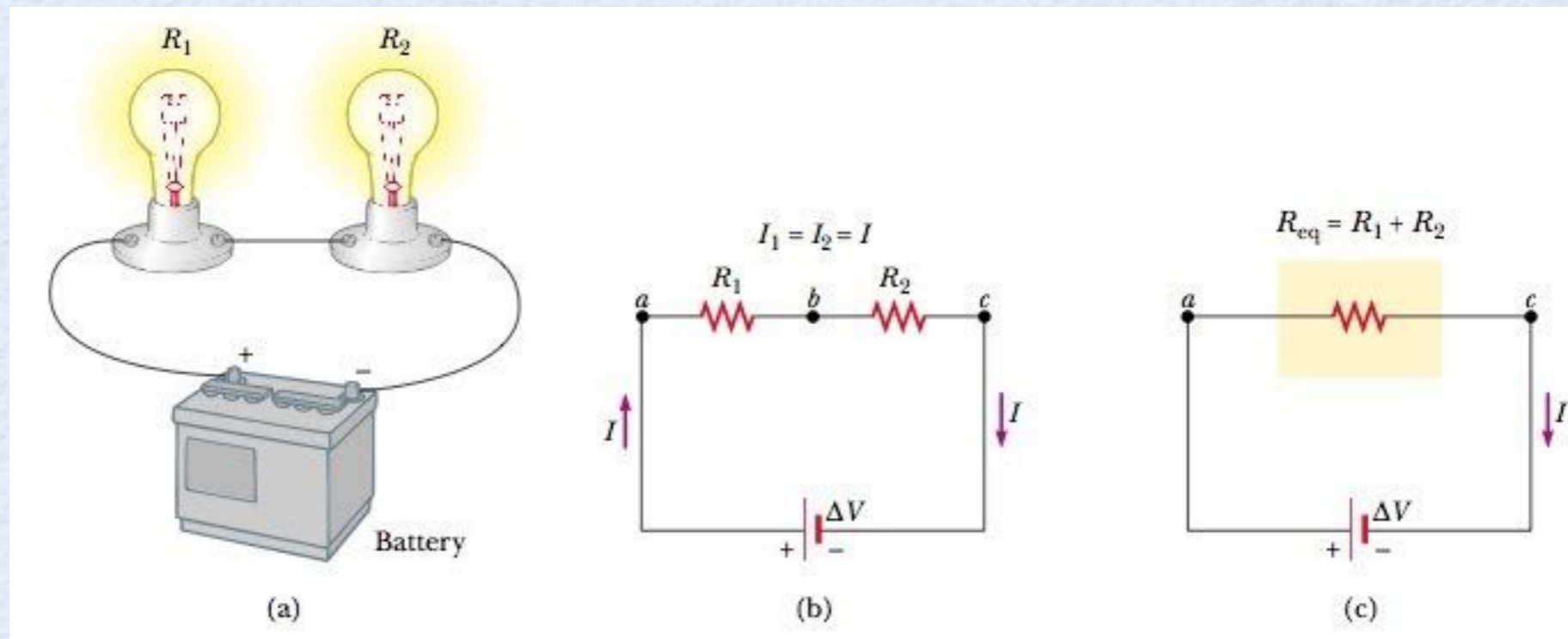
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

Ukupna snaga:

$$\mathcal{E}I = I^2 R + I^2 r$$



SPAJANJE OTPORNIKA U SERIJU



Serijski spoj

$$\Delta V = V_{ac} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2$$

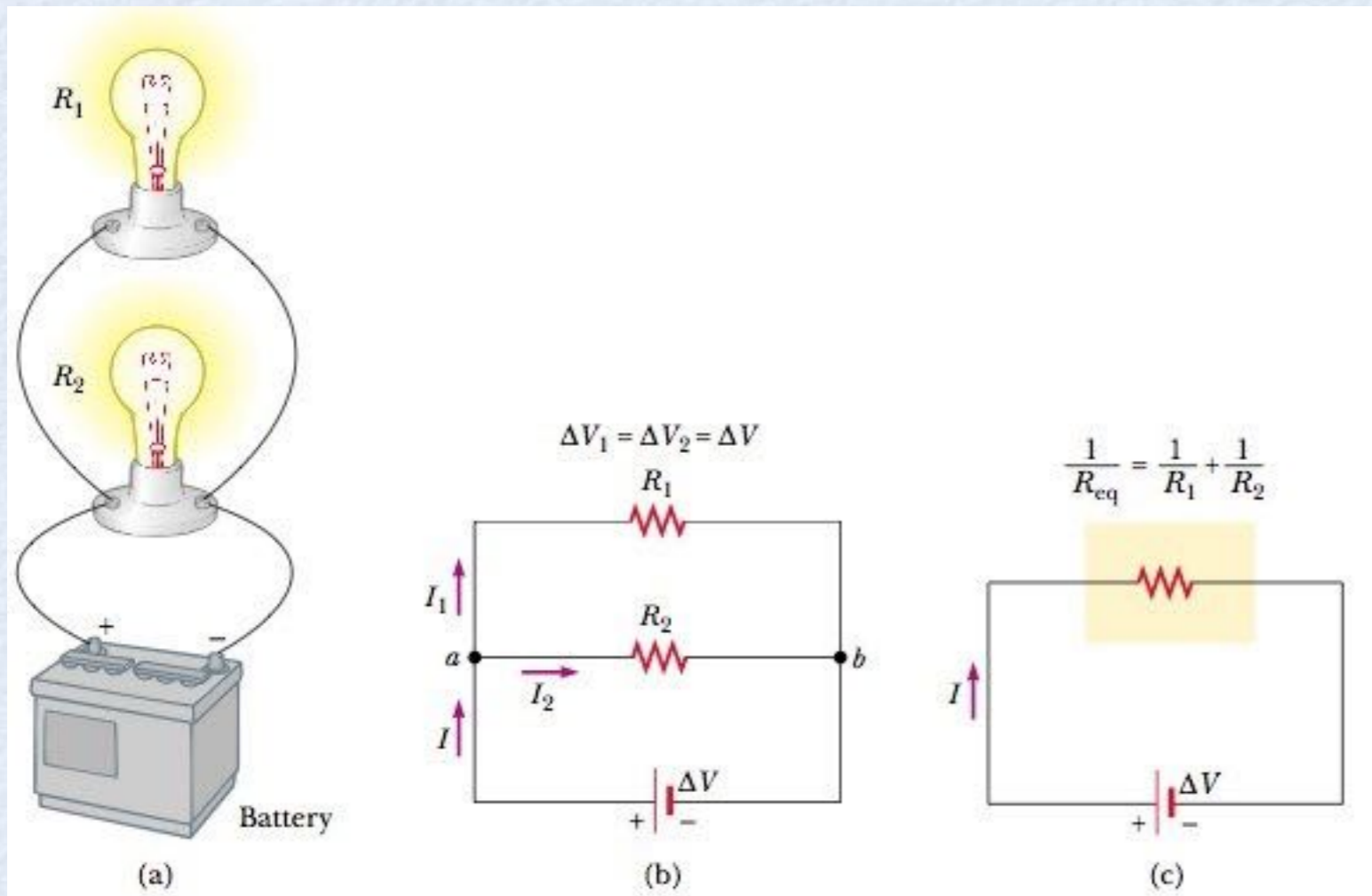
$$R_{uk} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$\Delta V = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n)$$

Ista struja teče kroz sve otpornike!

Ukupan otpor jednak je zbroju svih otpornika

SPAJANJE OTPORNIKA U PARALELU



Paralelni spoj

$$I = I_1 + I_2$$

Napon je isti na svakom otporniku!

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \Delta V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{\Delta V}{R_{eff}}$$

$$R_{uk} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

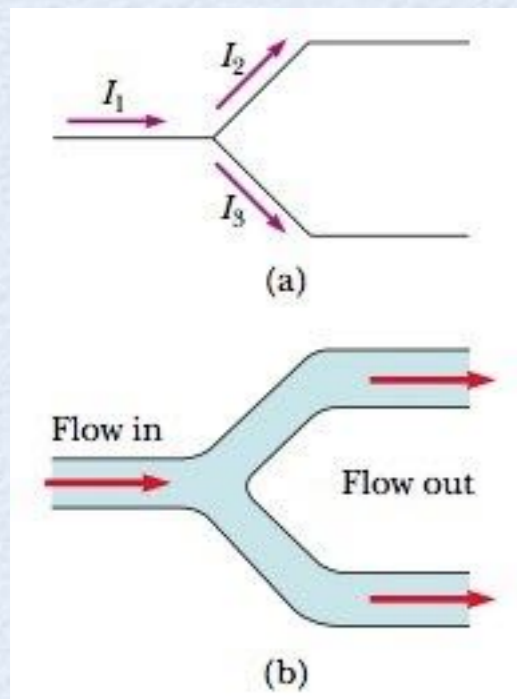
$$\frac{1}{R_{uk}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}, \quad I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

KIRCHOFFOVA PRAVILA

1. Kirchoffovo pravilo

zbroj svih struja koje ulaze i izlaze iz čvora jednak je nuli
struje koje ulaze imaju pozitivan predznak, one koje
izlaze imaju negativan

$$\sum I_{in} = \sum I_{out}$$



KIRCHOFFOVA PRAVILA

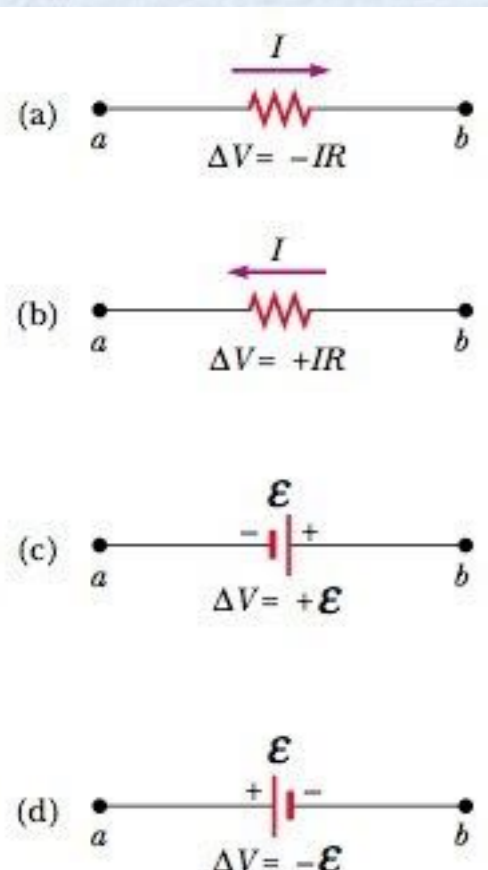
2. Kirchoffovo pravilo

zbroj razlika potencijala na svim elementima unutar zatvorene petlje jednak je nuli

- ovo pravilo proizlazi iz zakona očuvanja energije

- ukoliko se petlja obilazi u smjeru struje razlika potencijala na otporniku je $(-IR)$

- ukoliko se petlja obilazi u smjeru suprotnom smjeru struje razlika potencijala na otporniku je $(+IR)$



- ukoliko se izvor EMS prelazi u smjeru EMS (od - prema +), razlika potencijala ΔV je $+\mathcal{E}$

- ukoliko se izvor EMS prelazi u smjeru suprotnom od smjera EMS (od + prema -), razlika potencijala ΔV je $-\mathcal{E}$

$$\sum \Delta V = 0$$

Ukoliko u krajnjem rezultatu dobijemo negativnu struju, to znači da smo odabrali krivi smjer struje!

Find the currents I_1 , I_2 , and I_3 in the circuit shown in Figure 28.17.

Solution Conceptualize by noting that we cannot simplify the circuit by the rules of adding resistances in series and in parallel. (If the 10.0-V battery were taken away, we could reduce the remaining circuit with series and parallel combinations.) Thus, we categorize this problem as one in which we must use Kirchhoff's rules. To analyze the circuit, we arbitrarily choose the directions of the currents as labeled in Figure 28.17. Applying Kirchhoff's junction rule to junction c gives

$$(1) \quad I_1 + I_2 = I_3$$

We now have one equation with three unknowns— I_1 , I_2 , and I_3 . There are three loops in the circuit— $abcda$, $befcb$, and $aefda$. We therefore need only two loop equations to determine the unknown currents. (The third loop equation would give no new information.) Applying Kirchhoff's loop rule to loops $abcda$ and $befcb$ and traversing these loops clockwise, we obtain the expressions

$$(2) \quad abcda \quad 10.0 \text{ V} - (6.0 \, \Omega)I_1 - (2.0 \, \Omega)I_3 = 0$$

$$(3) \quad befcb \quad -14.0 \text{ V} + (6.0 \, \Omega)I_1 - 10.0 \text{ V} - (4.0 \, \Omega)I_2 = 0$$

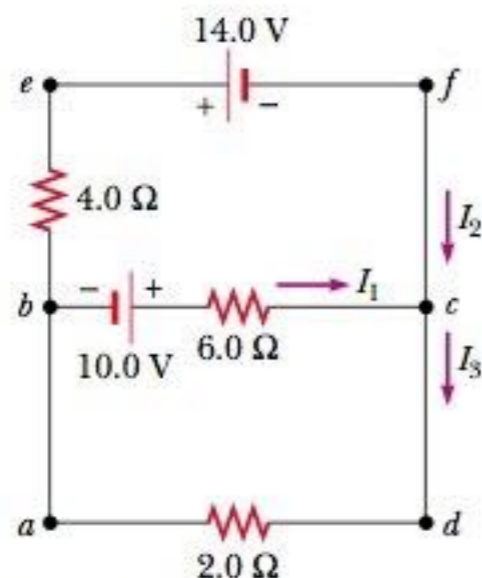


Figure 28.17 (Example 28.9) A circuit containing different branches.

Note that in loop $befcb$ we obtain a positive value when traversing the $6.0\text{-}\Omega$ resistor because our direction of travel is opposite the assumed direction of I_1 . Expressions (1), (2), and (3) represent three independent equations with three unknowns. Substituting Equation (1) into Equation (2) gives

$$10.0 \text{ V} - (6.0 \, \Omega)I_1 - (2.0 \, \Omega)(I_1 + I_2) = 0$$

$$(4) \quad 10.0 \text{ V} = (8.0 \, \Omega)I_1 + (2.0 \, \Omega)I_2$$

Dividing each term in Equation (3) by 2 and rearranging gives

$$(5) \quad -12.0 \text{ V} = -(3.0 \, \Omega)I_1 + (2.0 \, \Omega)I_2$$

Subtracting Equation (5) from Equation (4) eliminates I_2 , giving

$$22.0 \text{ V} = (11.0 \, \Omega)I_1$$

$$I_1 = 2.0 \text{ A}$$

Using this value of I_1 in Equation (5) gives a value for I_2 :

$$\begin{aligned} (2.0 \, \Omega)I_2 &= (3.0 \, \Omega)I_1 - 12.0 \text{ V} \\ &= (3.0 \, \Omega)(2.0 \text{ A}) - 12.0 \text{ V} = -6.0 \text{ V} \end{aligned}$$

$$I_2 = -3.0 \text{ A}$$

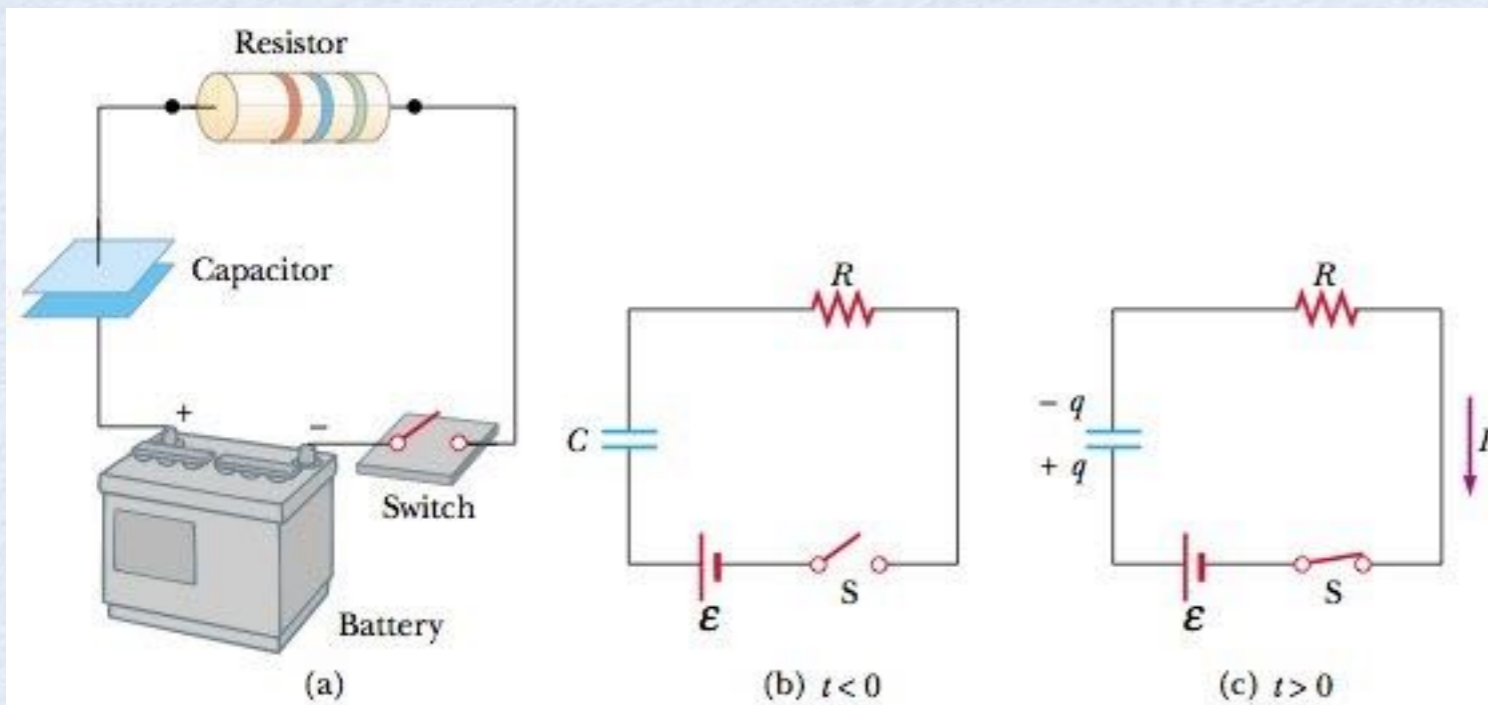
Finally,

$$I_3 = I_1 + I_2 = -1.0 \text{ A}$$

To finalize the problem, note that I_2 and I_3 are both negative. This indicates only that the currents are opposite the direction we chose for them. However, the numerical values are correct. What would have happened had we left the current directions as labeled in Figure 28.17 but traversed the loops in the opposite direction?

RC KRUGOVI

Nabijanje kondenzatora



- kondenzator je u početnom trenutku nenabijen
- uključivanjem sklopke naboj se počinje gibati, struja teče i kondenzator se nabija

I, q ovise o vremenu!

$$\varepsilon - \frac{q}{C} - IR = 0$$

$$q(t) = Q(1 - e^{-t/RC})$$

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC}$$

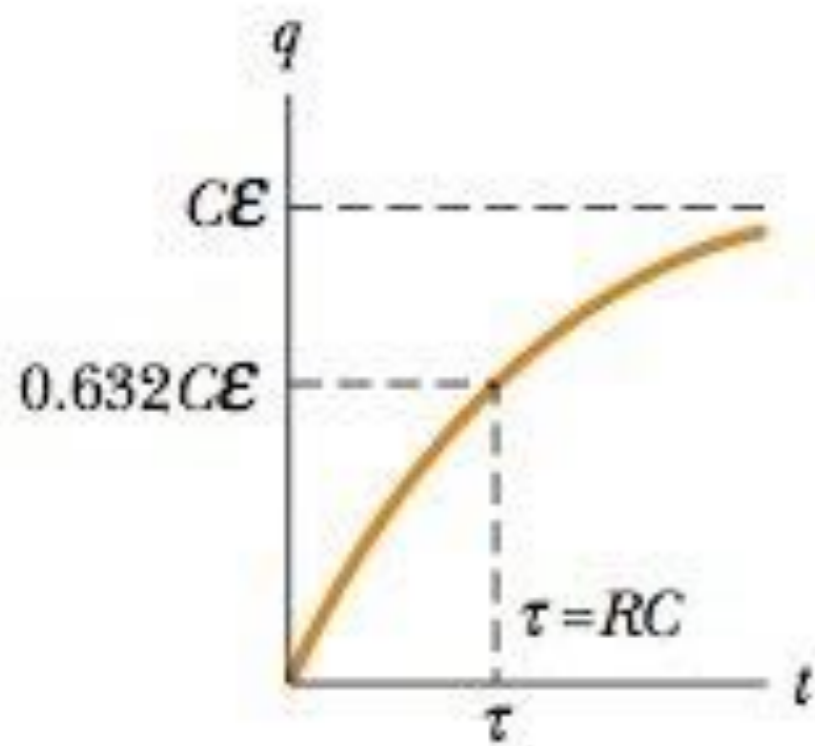
$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}, \quad t = 0 \quad \text{max. struja u krugu}$$

$$Q = C \cdot \varepsilon \quad \text{max. naboj na kondenzatoru}$$

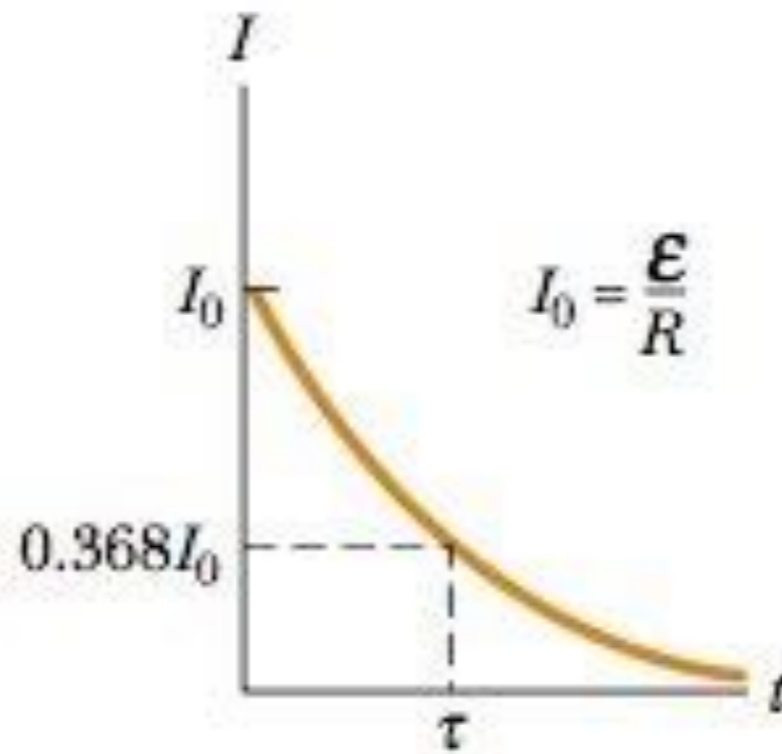
$$RC = \tau \quad \text{vremenska konstanta}$$

RC KRUGOVI

Nabijanje kondenzatora



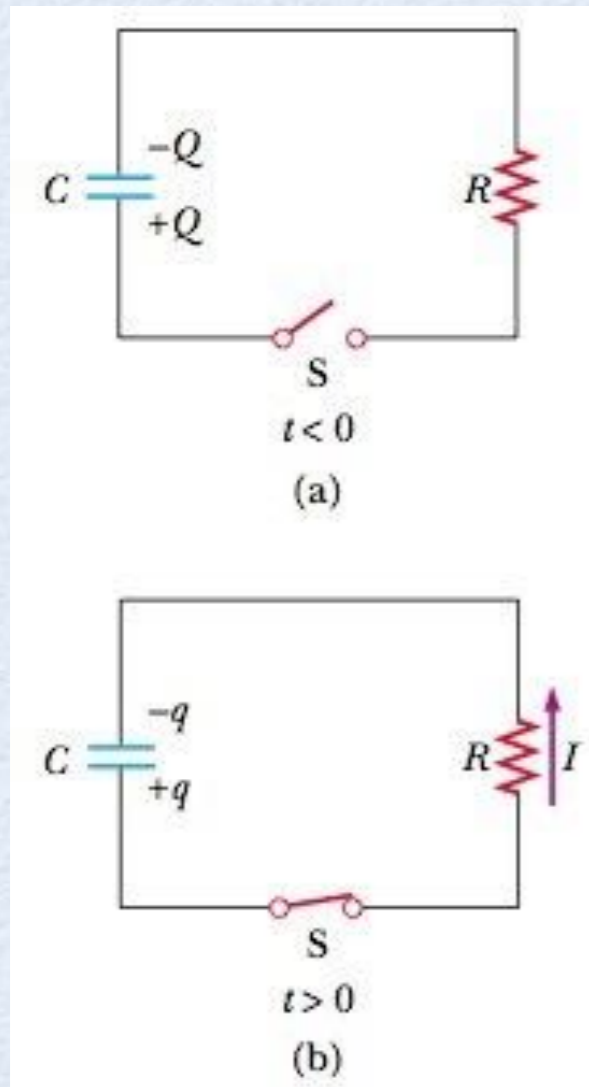
(a)



(b)

RC KRUGOVI

Izbijanje kondenzatora



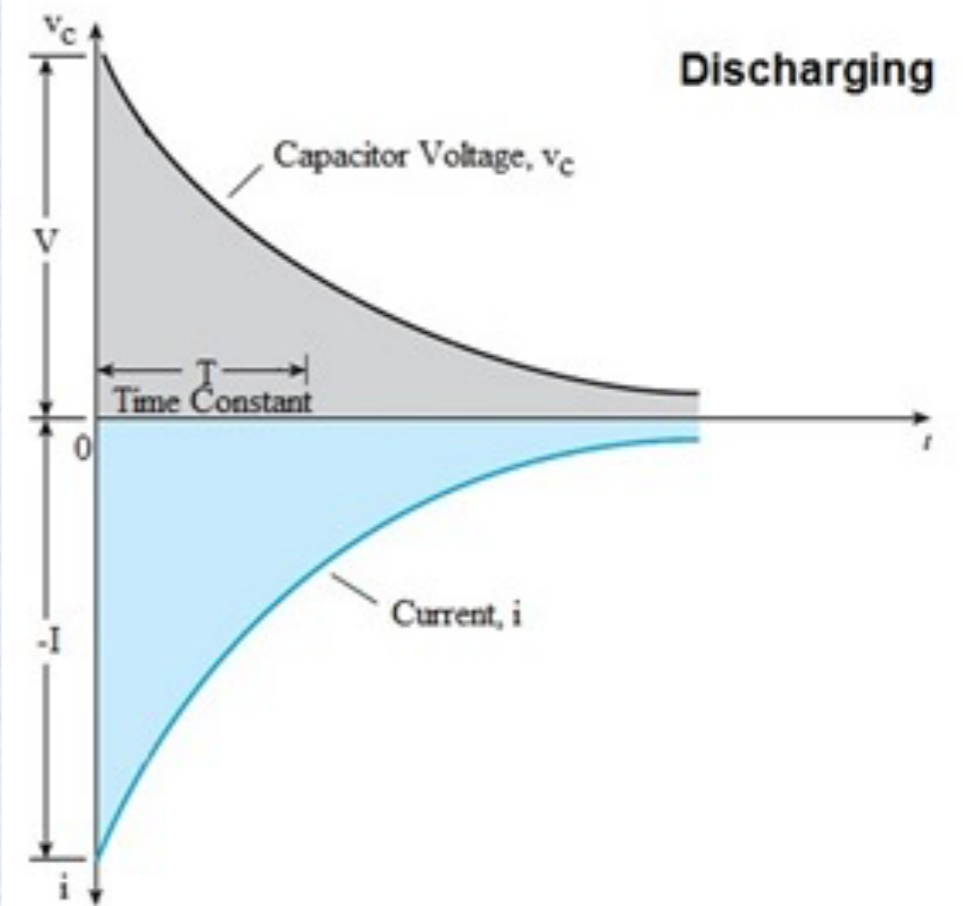
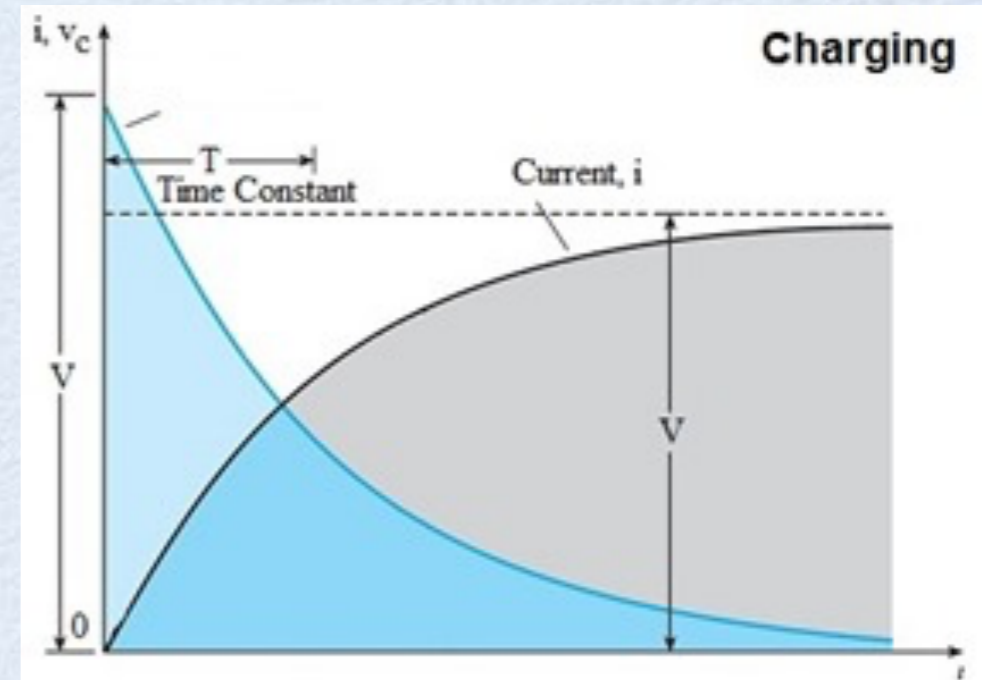
$$t = 0 \Rightarrow \Delta V = \frac{Q}{C}$$

$$-\frac{q}{C} - IR = 0$$

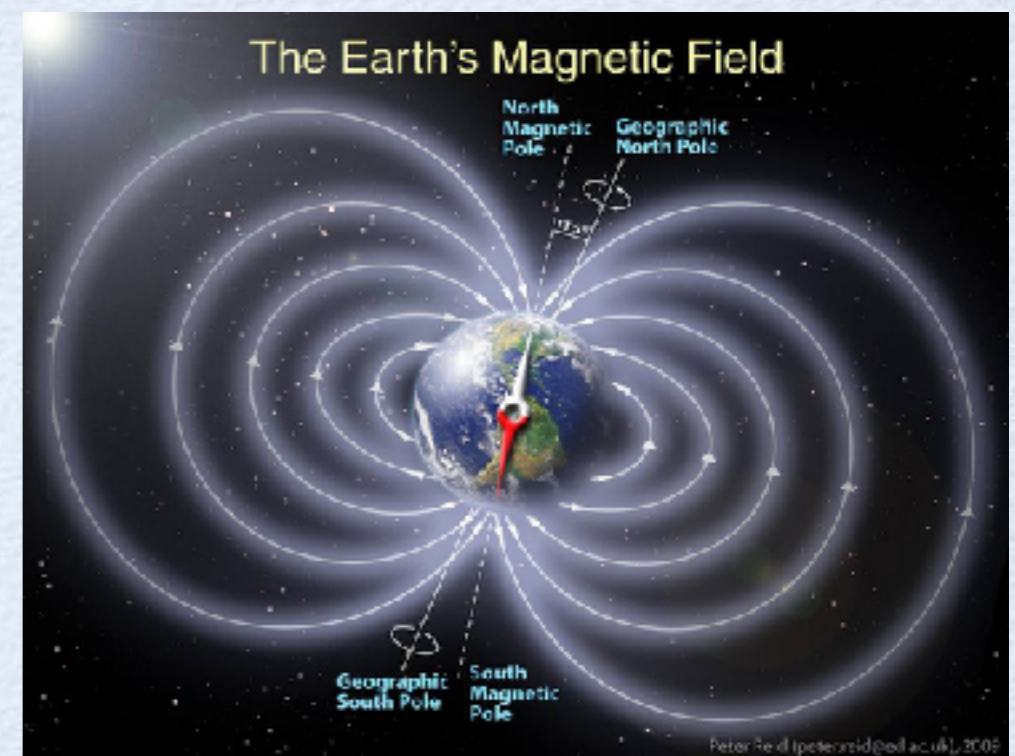
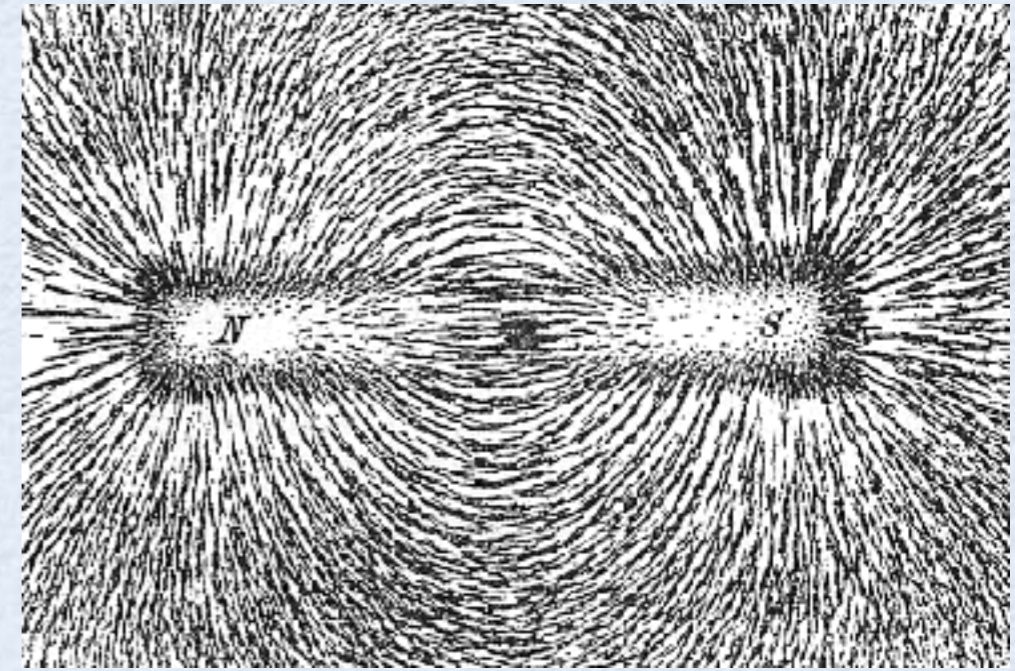
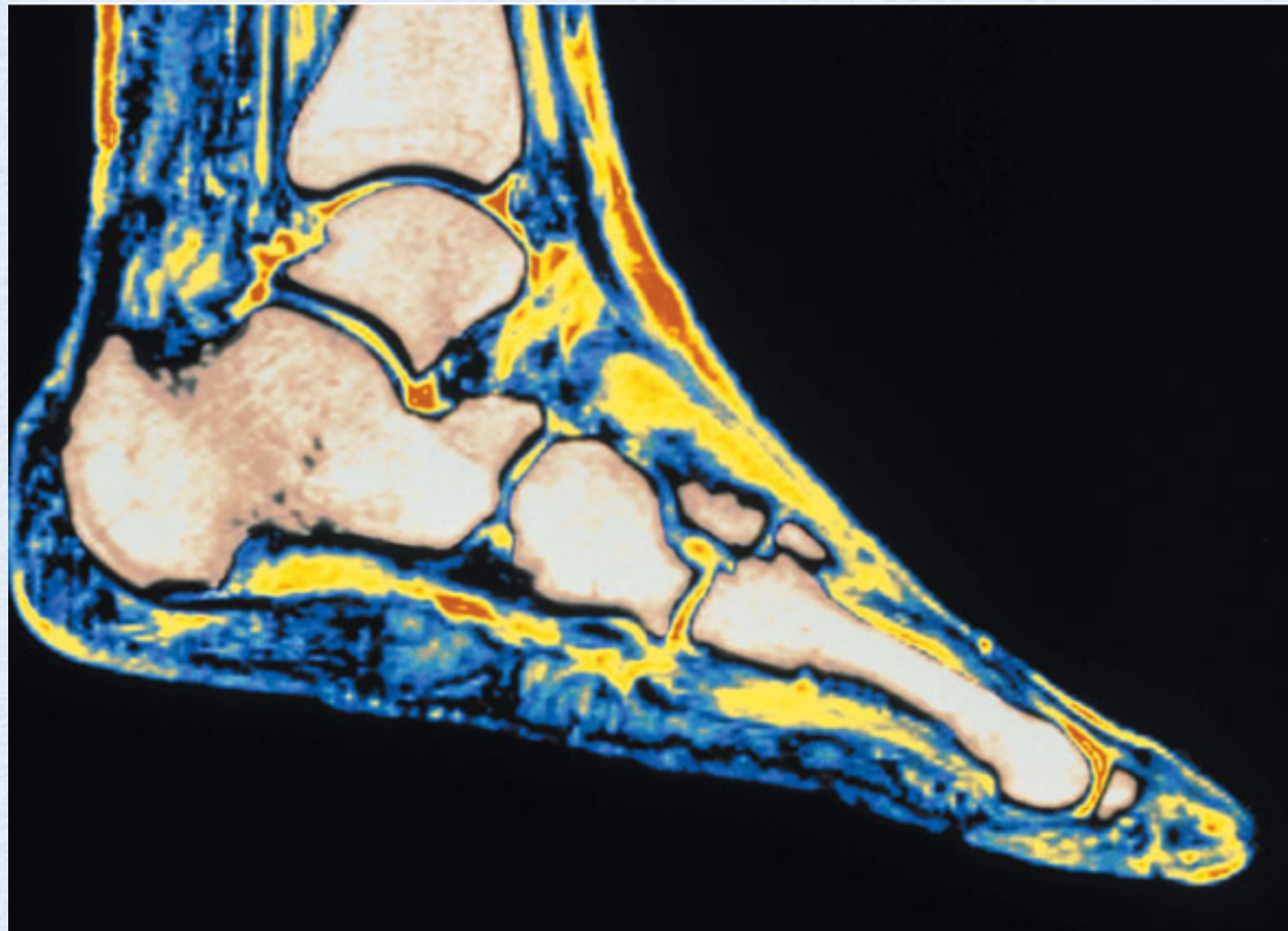
$$-R \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}$$

$$q(t) = Qe^{-t/RC}$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{Q}{RC}e^{-t/RC}$$



ELEKTROMAGNETIZAM



MAGNETSKA POLJA

Povjesničari vjeruju da su kompasi s magnetskom iglom bili u upotrebi u Kini još u 13 st. P.K.

Stari Grci poznavali su magnetizam 800 godina P.K.

Otkrili su da mineral magnetit (Fe_3O_4) privlači komade željeza

Legenda kaže da ime *magnetit* potječe od pastira Magnesa, za čije cipele (željezne čavle u potplatu i kapi cipele) su se "lijepili" komadi magnetita

1269. francuz Pierre de Maricourt otkrio je postojanje dva magnetska pola

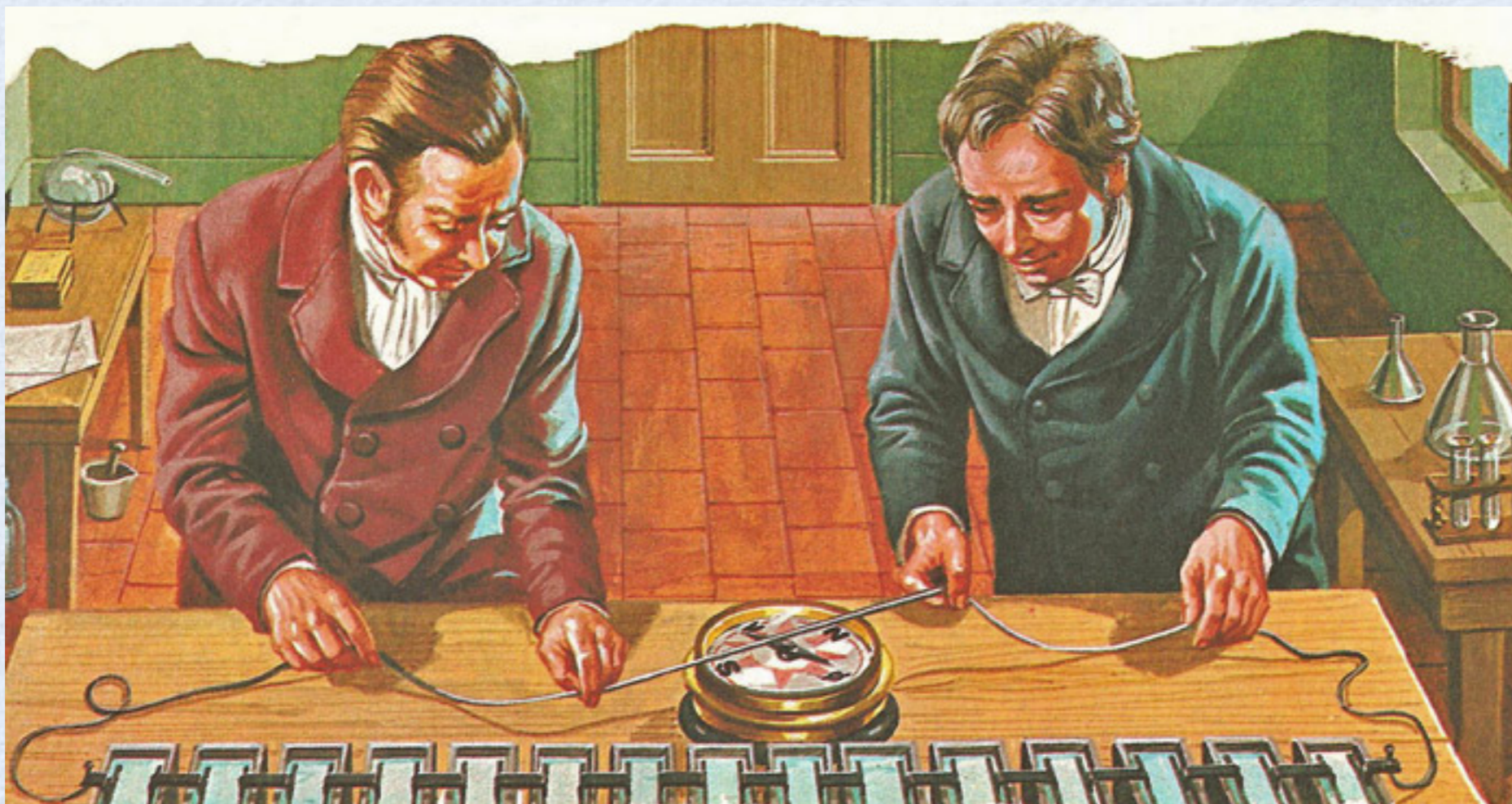
Svaki magnet, neovisno o veličini posjeduje 2 pola

Polovi su *sjeverni* i *južni*

Slično kao kod električnih naboja, istoimeni polovi se odbijaju, dok se raznoimeni privlače

MAGNETSKA POLJA

Veza između magnetizma i elektriciteta otkrivena je 1819. kada je danski znanstvenik Hans Christian Oersted, pri izvođenju pokusa za vrijeme predavanja, uočio da električna struja u žici izaziva odklon magnetske igle koja se nalazila u blizini



Oerstedov pokus

MAGNETSKA POLJA I SILE

Električno polje okružuje svaki električni naboj

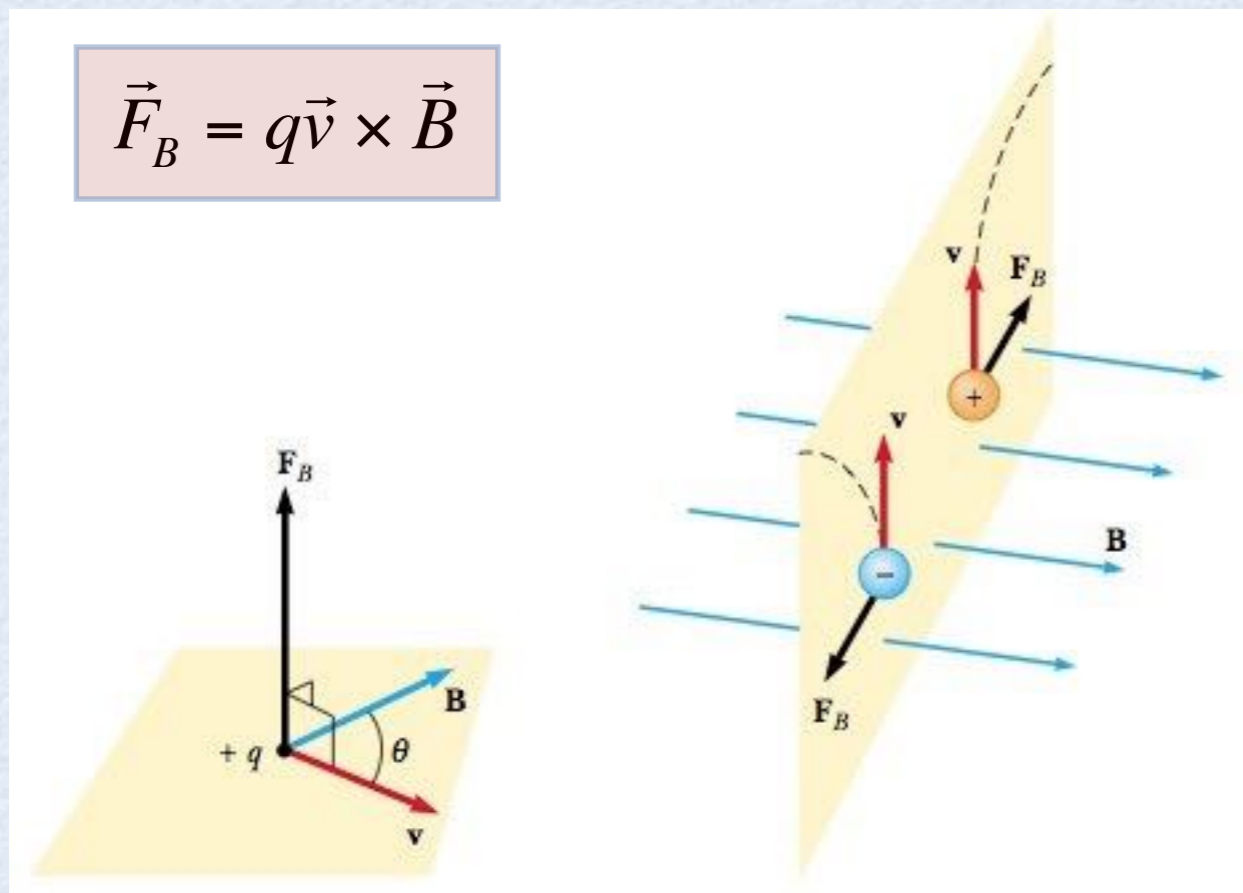
Magnetsko polje okružuje svaki električni naboj **u gibanju**

Magnetsko polje također okružuje svaki **permanentni magnet**

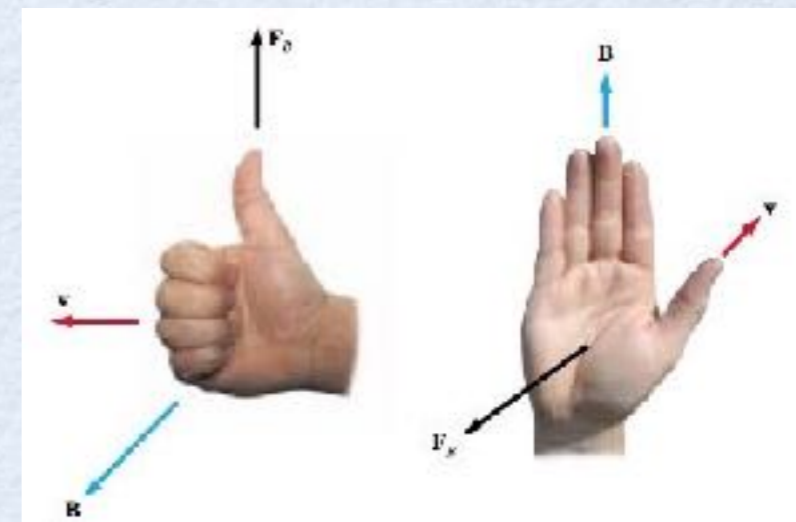
Oznaka za magnetsko polje: B

Magnetsko polje B u nekoj točki prostora možemo opisati pomoću magnetske sile F_B kojom polje djeluje na nabijenu česticu koja se giba brzinom v

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$



Pravilo desne ruke!



MAGNETNA POLJA I SILE

Razlike između električne i magnetske sile:

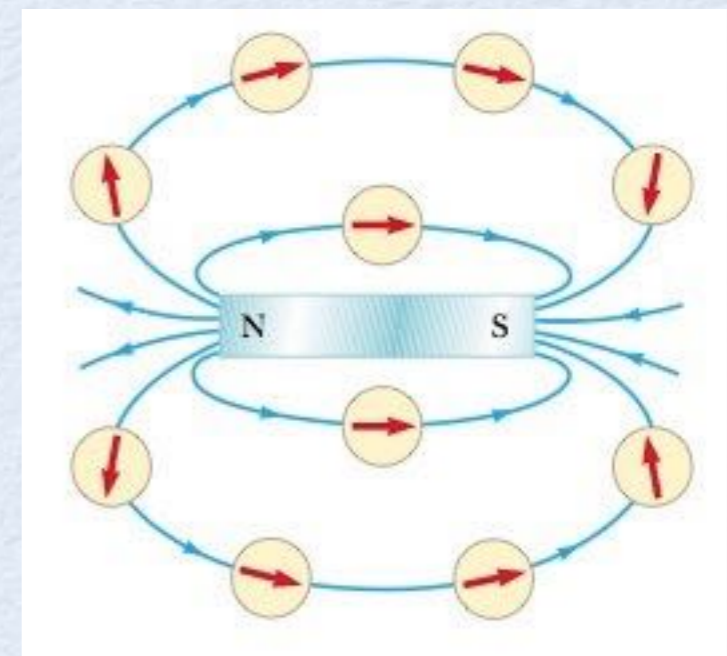
- električna sila djeluje u smjeru električnog polja, magnetska je okomita na magnetsko polje
- električna sila uvijek djeluje na nabijenu česticu, magnetska djeluje samo na naboj u gibanju
- električna sila obavlja rad pri pomaku naboja, magnetska ne - budući da je gibanje naboja okomito na smjer magnetskog polja

SI jedinica za magnetno polje:

$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C} \cdot \text{m/s}}$$

Some Approximate Magnetic Field Magnitudes

| Source of Field | Field Magnitude (T) |
|--|----------------------|
| Strong superconducting laboratory magnet | 30 |
| Strong conventional laboratory magnet | 2 |
| Medical MRI unit | 1.5 |
| Bar magnet | 10^{-2} |
| Surface of the Sun | 10^{-2} |
| Surface of the Earth | 0.5×10^{-4} |
| Inside human brain (due to nerve impulses) | 10^{-13} |



MAGNETSKA SILA KOJA DJELUJE NA VODIČ KOJIM TEČE STRUJA

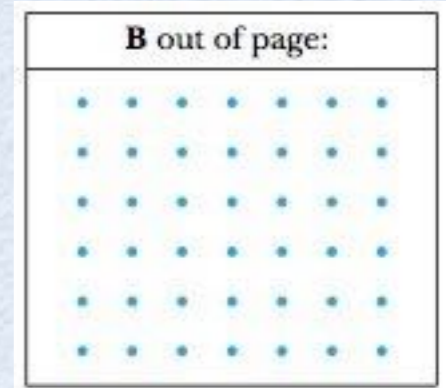
Magnetska sila djeluje na naboj u gibanju → očito djeluje i na vodič kojim teče struja

Sila na vodič = sila na jedan naboj x broj naboja

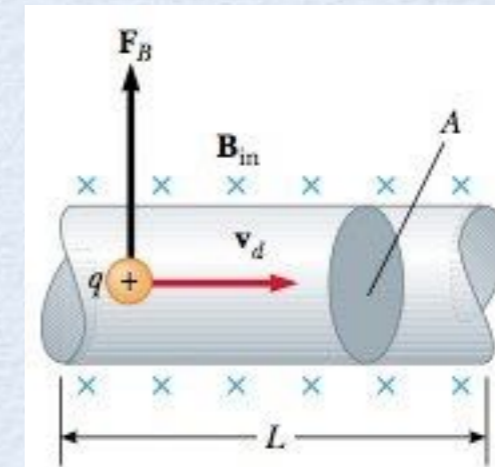
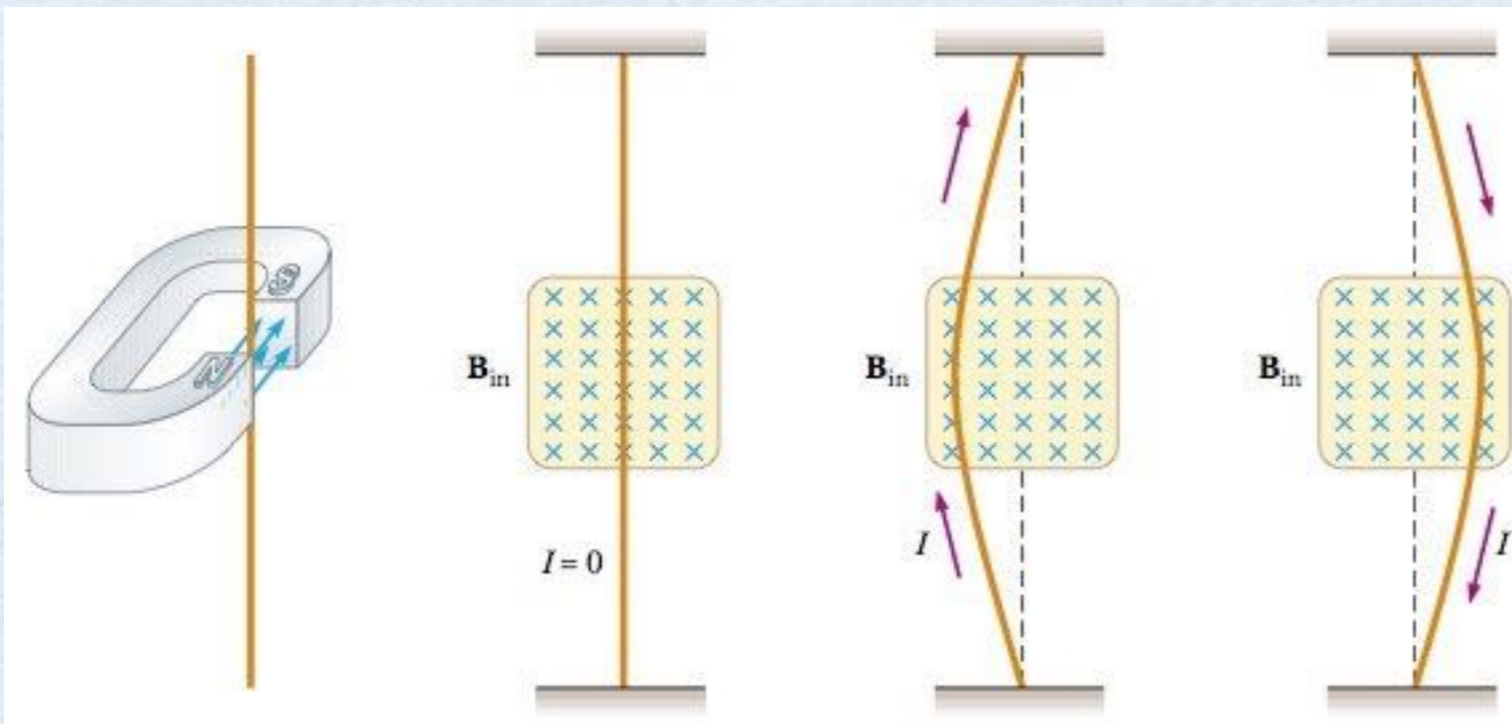
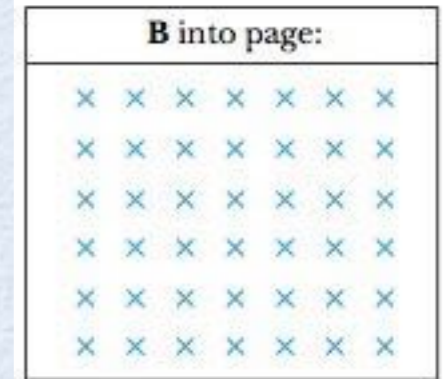
$$F_B = (q\vec{v}_d \times \vec{B})nAL$$

Sjetimo se: $I = nqv_dA$

$$F_B = I\vec{L} \times \vec{B}$$

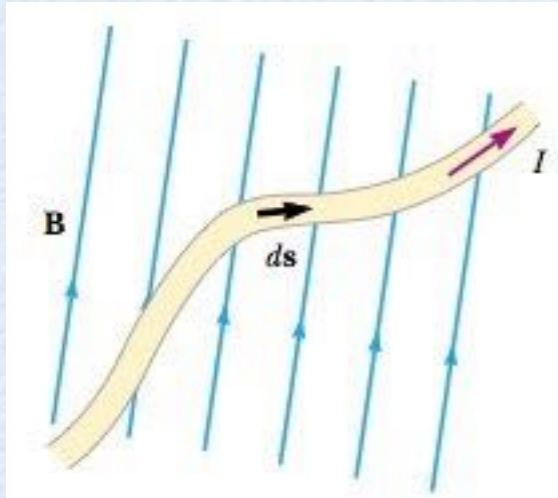


(a)



MAGNETSKA SILA KOJA DJELUJE NA VODIČ KOJIM TEČE STRUJA

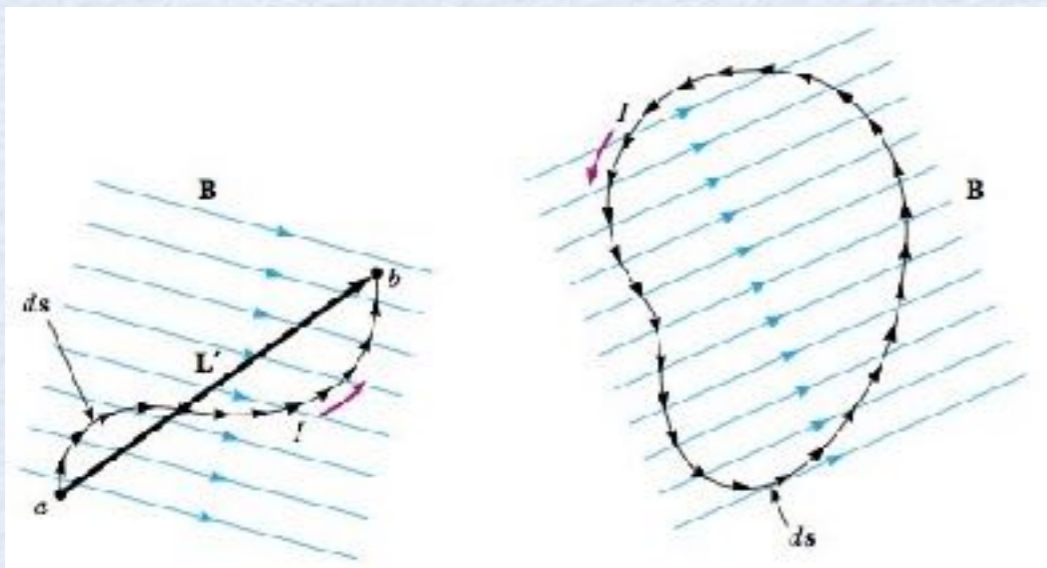
U slučaju da vodič nije ravan:



$$d\vec{F}_B = I d\vec{s} \times \vec{B}$$

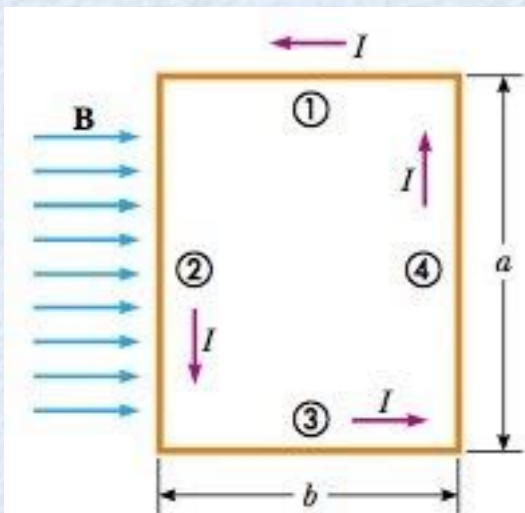
$$\vec{F}_B = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B}$$

1. U slučaju jednolikog magnetskog polja, sila koja djeluje na neravan vodič kojim teče struja jednaka je sili koja bi djelovala na ravan vodič čija dužina je jednaka udaljenosti između krajnjih točaka vodiča



2. Sila koja djeluje na zatvorenu petlju je jednaka 0.

ZAKRETNI MOMENT STRUJNE PETLJE U JEDNOLIKOM MAGNETSKOM POLJU



Na stranice 1 i 3 ne djeluje sila!
 Na stranice 2 i 4 djeluju sile istog iznosa ali suprotnih predznaka!

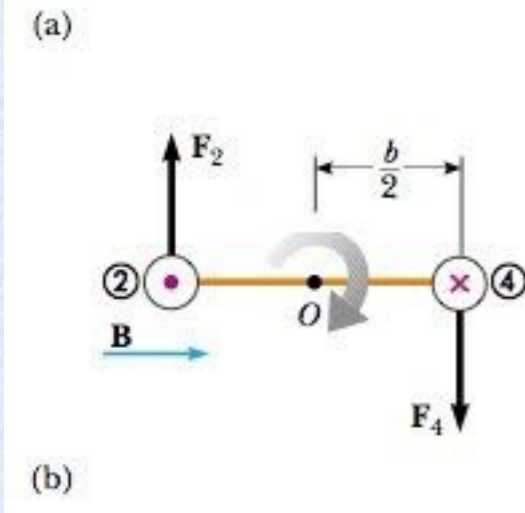
$$F_2 = F_4 = IlB$$

Dolazi do rotacije oko točke O

$$\tau_{\max} = F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = (IaB) \frac{b}{2} + (IaB) \frac{b}{2} = IabB$$

$$\tau_{\max} = IAB$$

zakretni moment



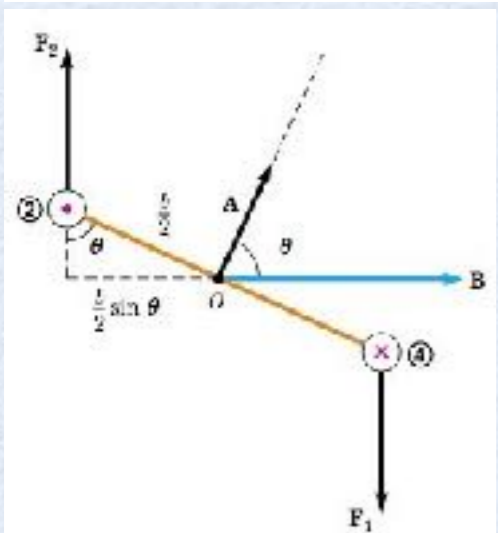
Ukoliko je kut između polja i petlje različit od 90°:

$$\tau = IAB \sin \theta$$

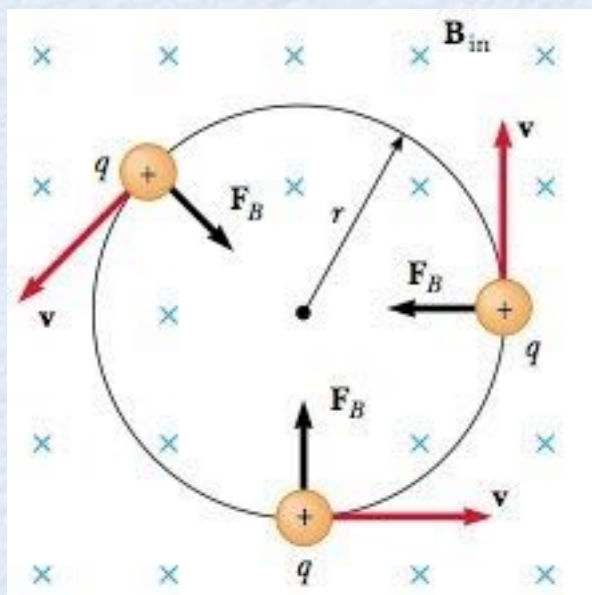
$$\tau = I\vec{A} \times \vec{B}$$

$$\vec{\mu} = I\vec{A} \text{ magnetski dipolni moment}$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



GIBANJE NABIJENE ČESTICE U JEDNOLIKOM MAGNETSKOM POLJU



- sila je okomita na smjer gibanja
- putanja je kružna

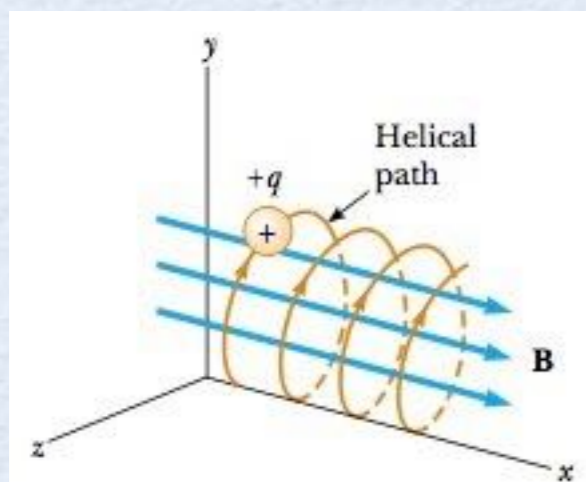
$$\sum F = ma_c$$

$$F_B = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$



Ukoliko je prisutno i električno polje:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Lorentzova sila

BIOT-SAVARTOV ZAKON

Oersted: naboj u gibanju stvara magnetsko polje oko sebe

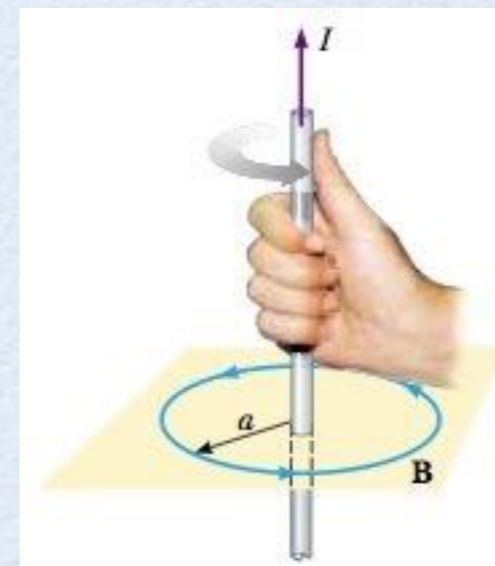
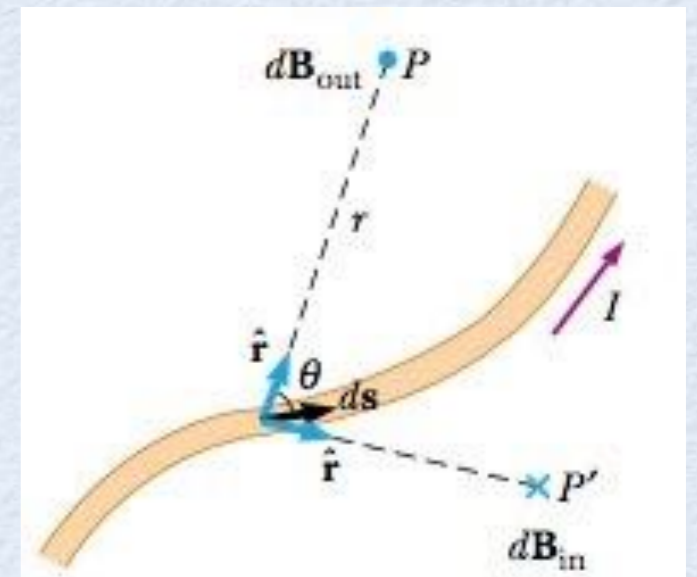
Biot-Savart: dao kvantitativni zakon

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

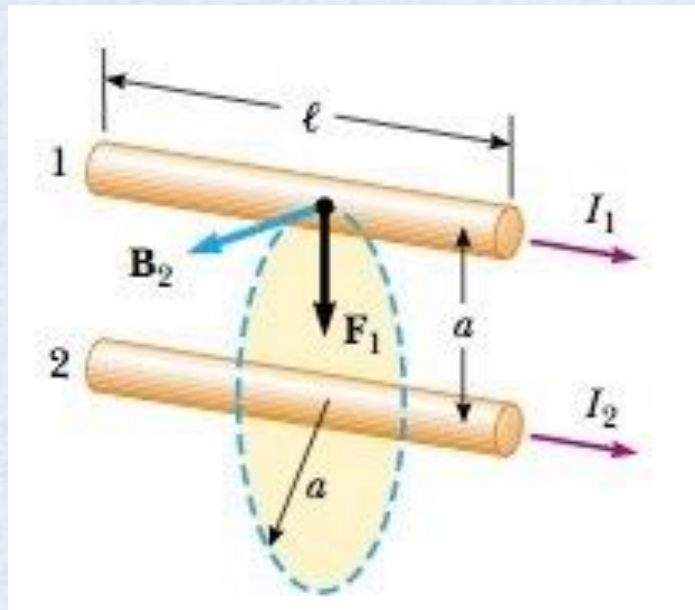
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} \quad \text{permeabilnost vakuuma}$$

Ukupno polje:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$



MAGNETSKA SILA IZMEĐU DVA PARALELNA VODIČA



Sila kojom 2. žica djeluje na 1.:

$$F_1 = I_1 l B_2 = I_1 l \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi a}$$

Treći N.Z.: i 1. žica djeluje na 2. istom silom samo suprotnog smjera

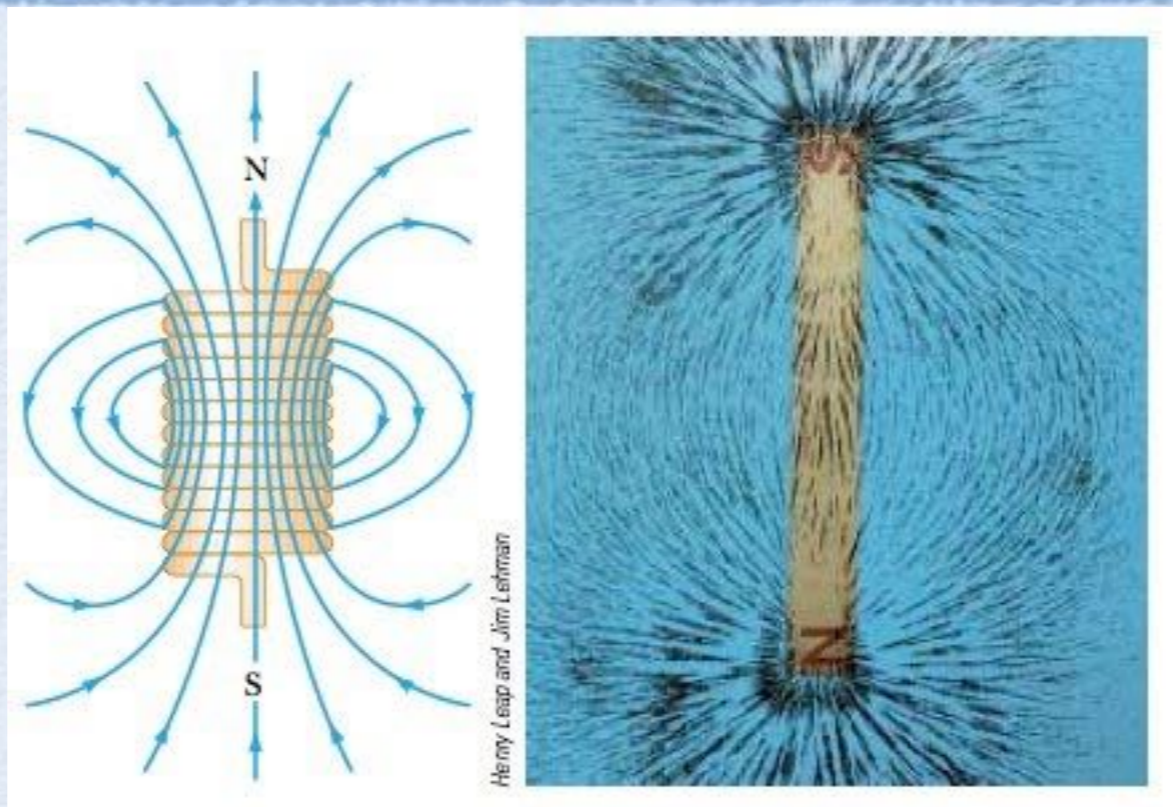
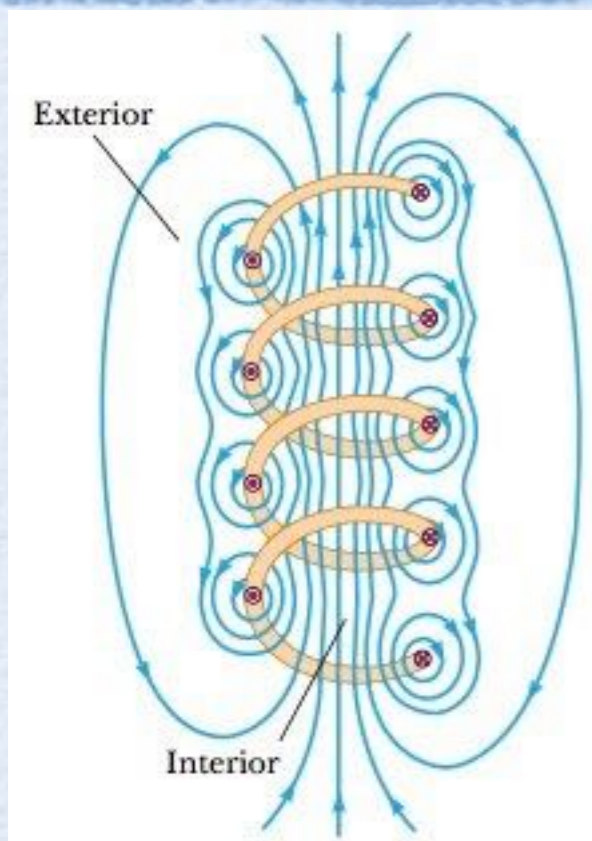
Ukoliko struje u žicama teku u istom smjeru, žice se međusobno privlače.
Ukoliko struje teku u suprotnim smjerovima, žice se međusobno odbijaju.

$$\frac{F_B}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

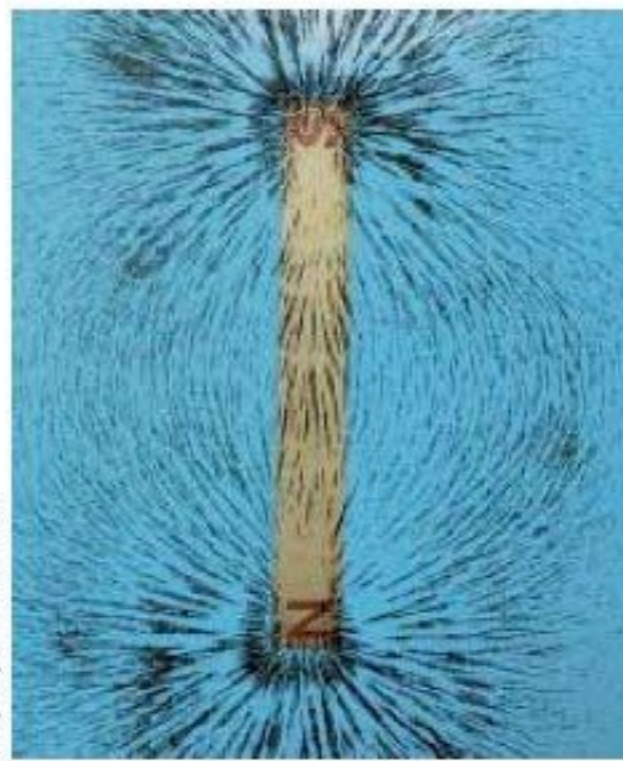


Definicija ampera: kada je iznos sile po jedinici dužine između dva dugačka paralelna vodiča kojima teče struja iste jakosti i koji su međusobni udaljeni 1 m jednak 2×10^{-7} N/m, tada je struja u svakom vodiču 1 A.

MAGNETSKO POLJE ZAVOJNICE



Henry Leap and Jim Lehman



$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I \quad - \text{magnetsko polje unutar zavojnice}$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{2l} I = \frac{1}{2} \mu_0 n I \quad - \text{magnetsko polje na krajevima zavojnice}$$

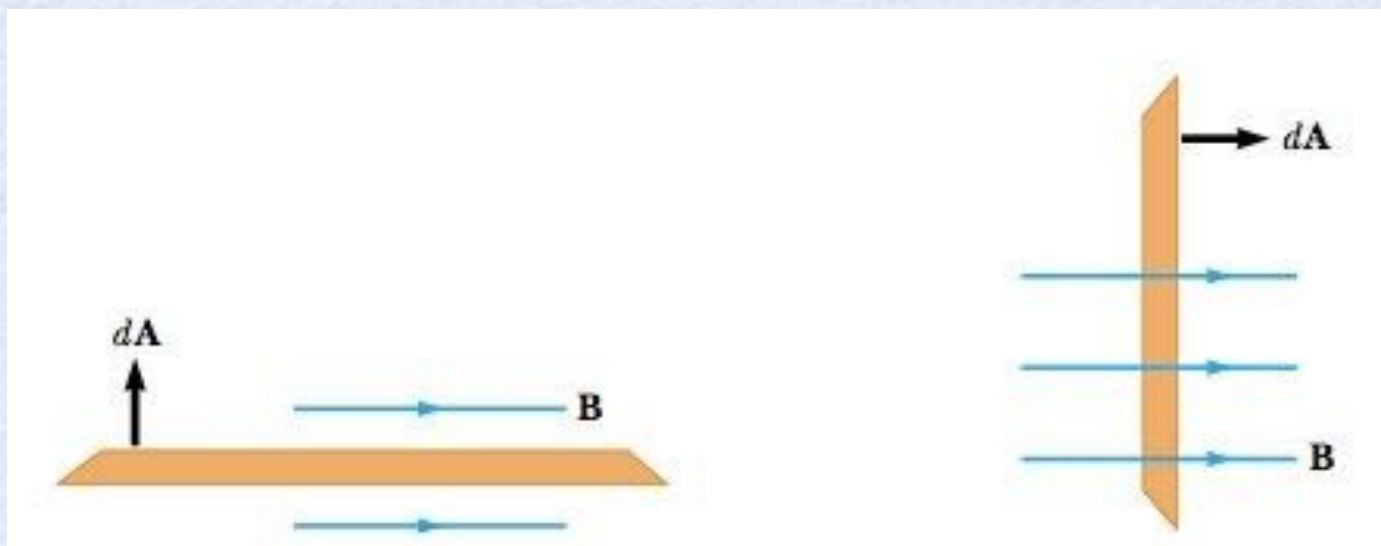
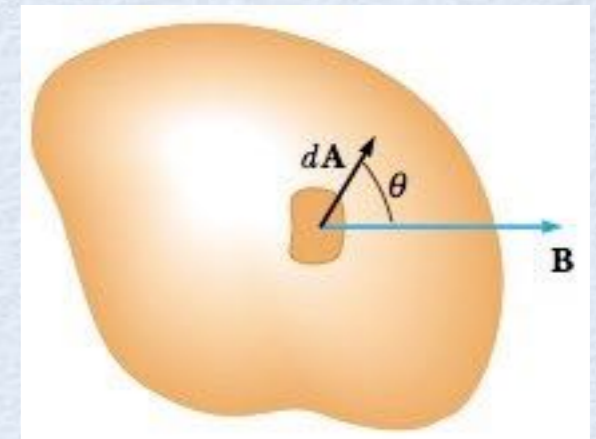
Ohmov zakon za zavojnicu: $V = L \frac{dI}{dt}$

L = induktivitet zavojnice, govori koliko energije zavojnica može pohraniti u magnetskom polju koje stvara struja [H]

MAGNETSKI TOK

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi_B = B \cdot A \cdot \cos\theta$$



minimalan
magnetski tok

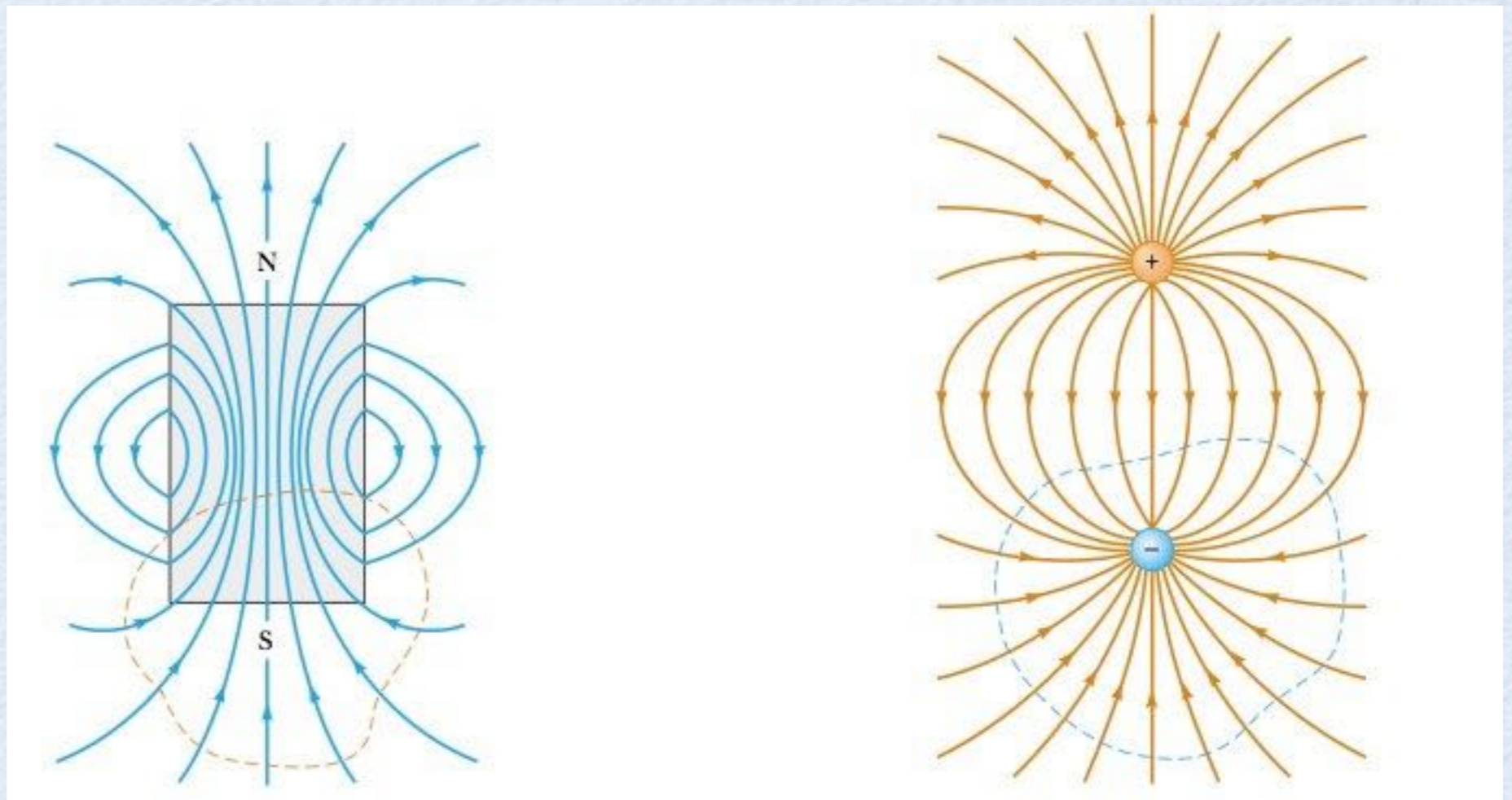
maksimalan
magnetski tok

GAUSSOV ZAKON U MAGNETIZMU

Za razliku od električnog naboja, ne postoji magnetski monopol.

Ukupan magnetni tok kroz zatvorenu površinu je uvijek jednak 0.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$



FARADAYEV ZAKON

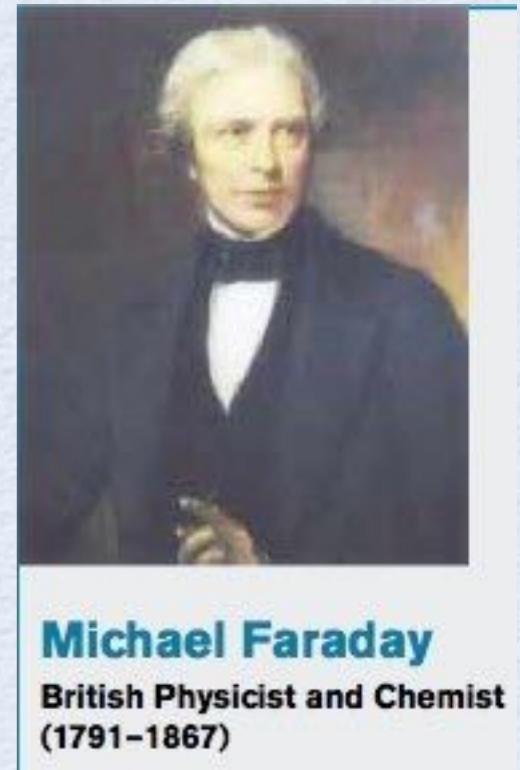
- do sada smo gledali električna polja koja stvaraju stacionarni naboji i magnetska polja koja stvaraju naboji u gibanju

No, što se dešava kada imamo promjenjivo magnetsko polje?

1831 Michael Faraday pokazao je da se u strujnim krugovima može inducirati elektromotorna sila (napon) pomoću promjenjivog magnetskog polja

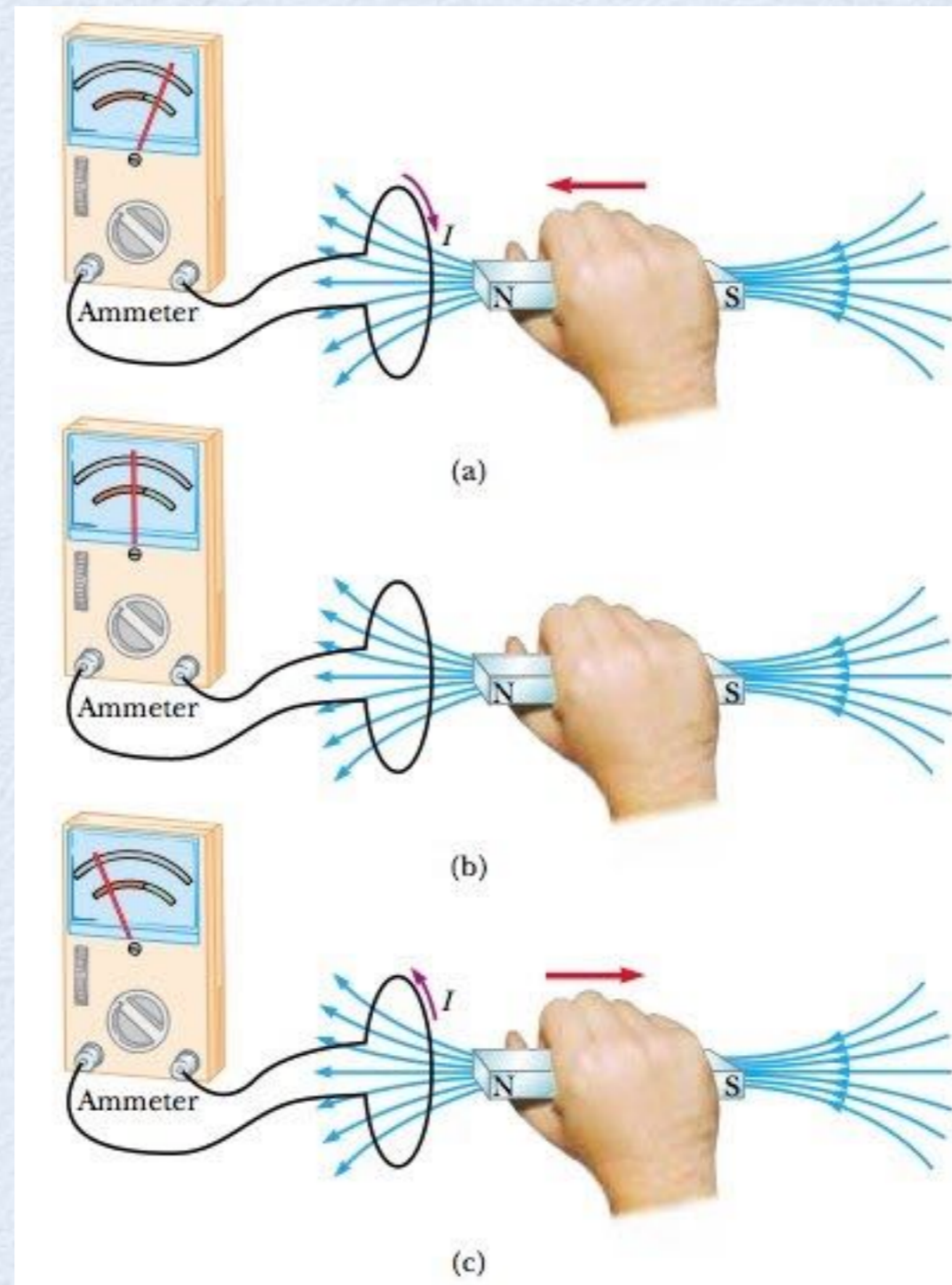
- dolazi do pojave električne struje iako u krugu nije prisutna baterija

- takva struja i napon nazivaju se *inducirana* struja i *inducirani* napon



FARADAYEV ZAKON

Promjena magnetskog polja kroz petlju izaziva pojavu električne struje u njoj

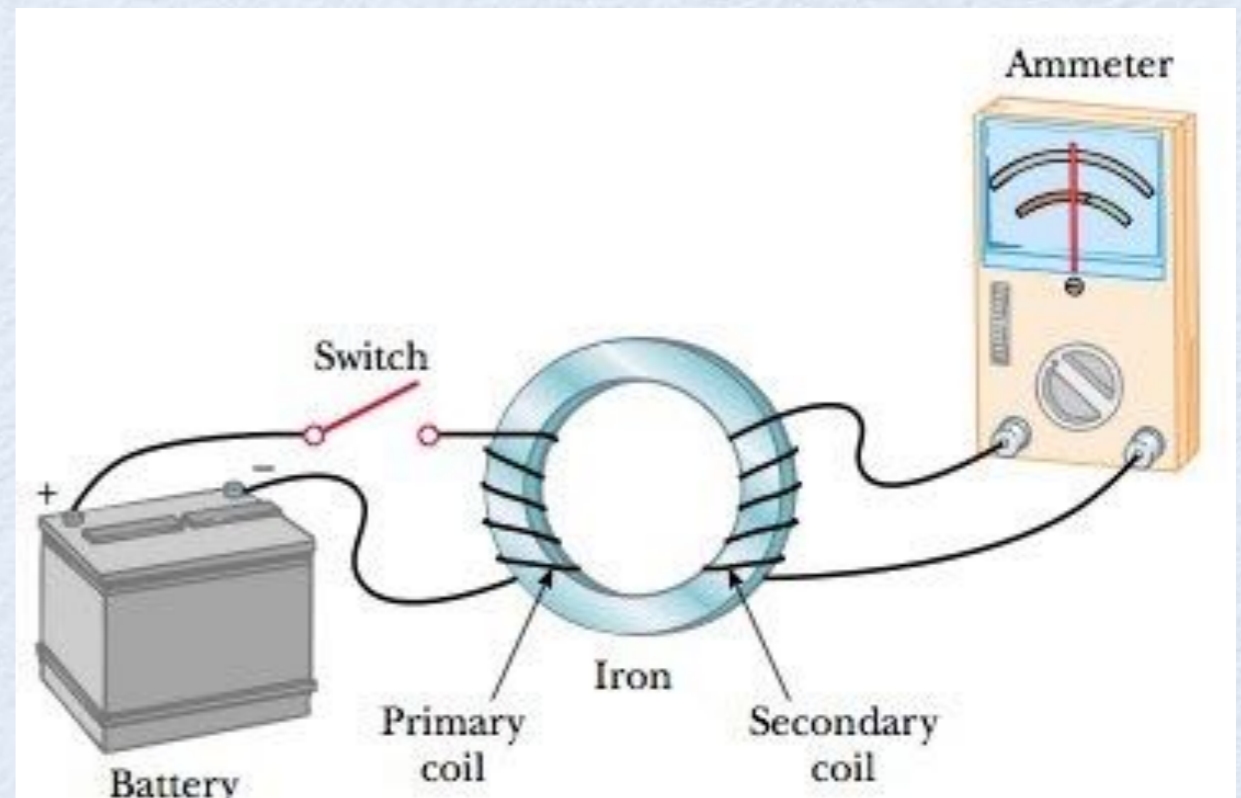


Faraday pokus

FARADAYEV ZAKON

Pri uključivanju / isključivanju sklopke, ampermetar spojen na sekundarni krug registrira struju!

Zašto?



Struja naglo poteče kroz žicu prvog kruga, dolazi do trenutne pojave magnetskog polja koje se kroz željeznu jezgru širi do žice sekundarnog kruga gdje se inducira struja

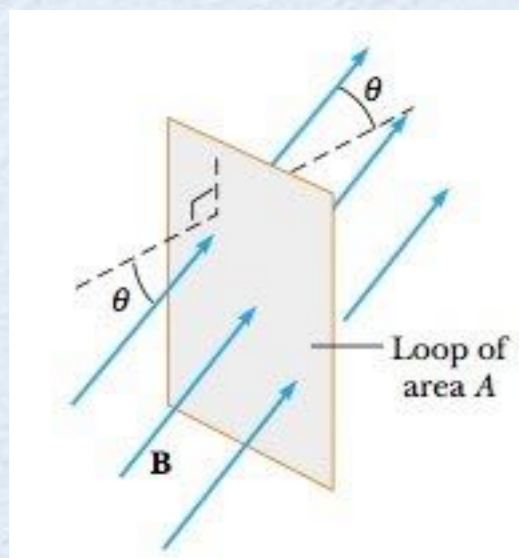
Promjenjivo magnetsko polje inducira struju u sekundarnom strujnom krugu

FARADAYEV ZAKON

Inducirana elektromotorna sila proporcionalna je promjeni magnetskog toka u krugu.

Faradayev zakon indukcije:

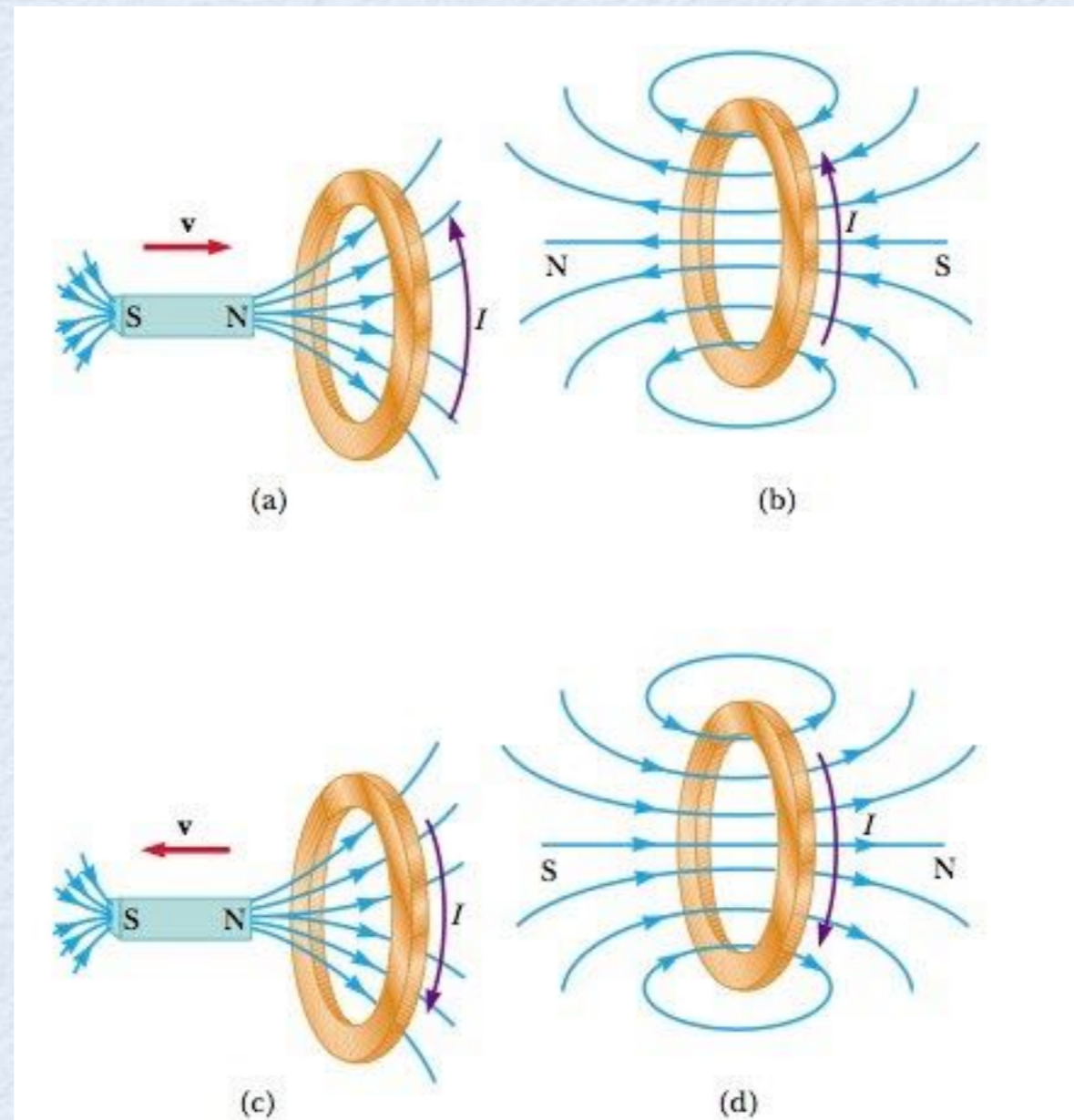
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$



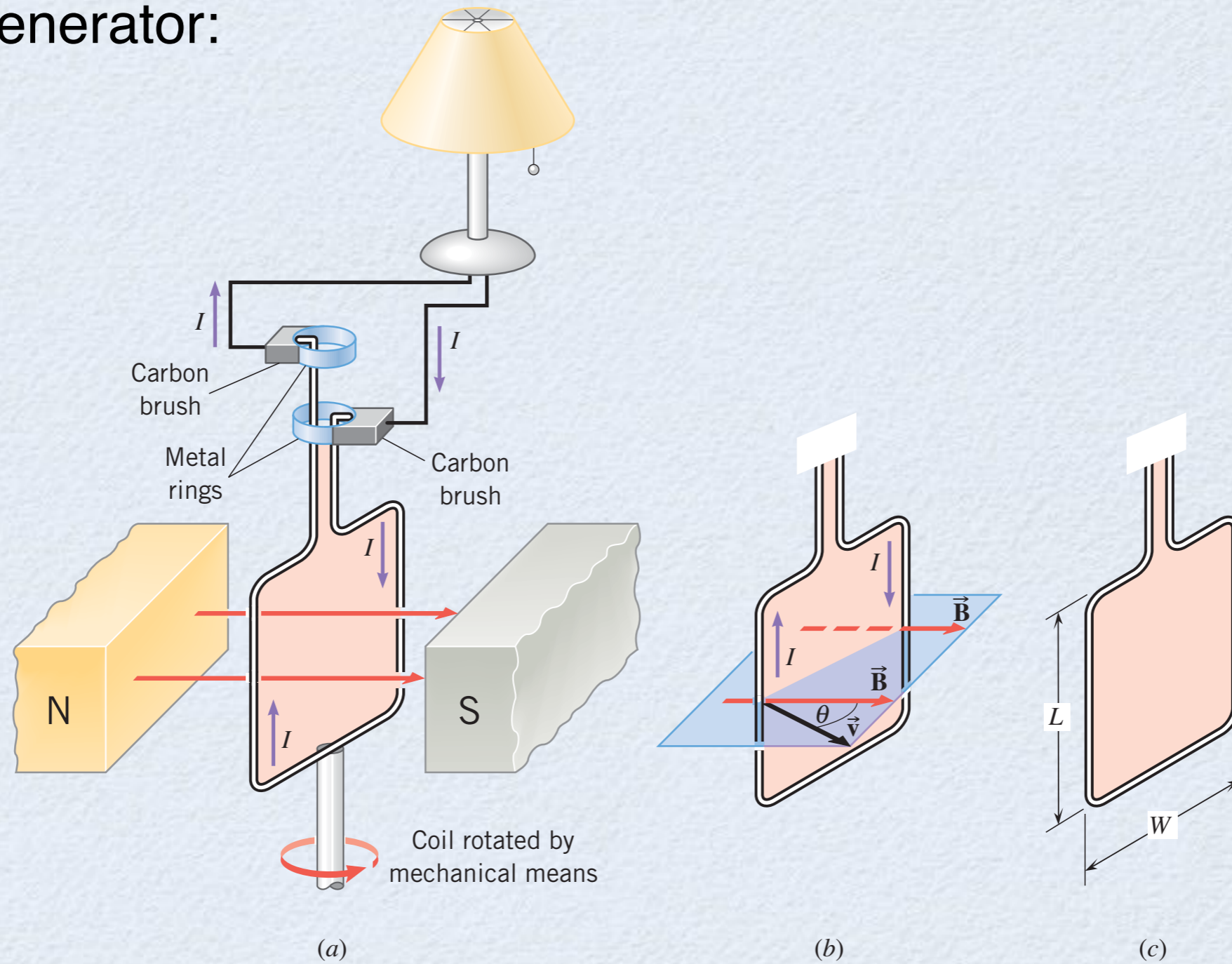
$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(B \cdot A \cdot \cos\theta)$$

LENZOVO PRAVILO

Smjer inducirane struje u petlji takav je da stvara magnetsko polje koji se opire promjeni magnetnog toka u petlji

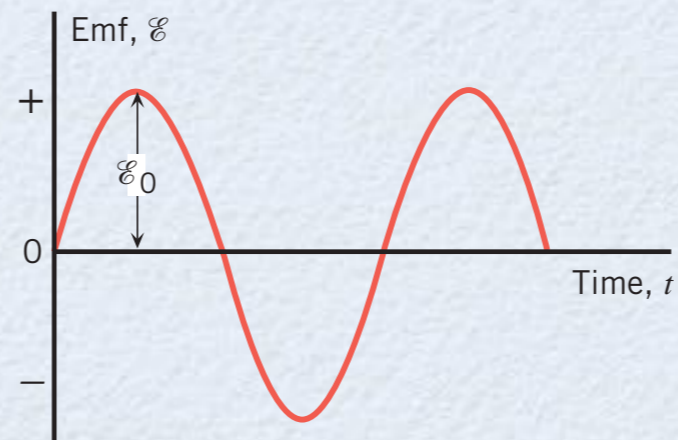


Električni generator:

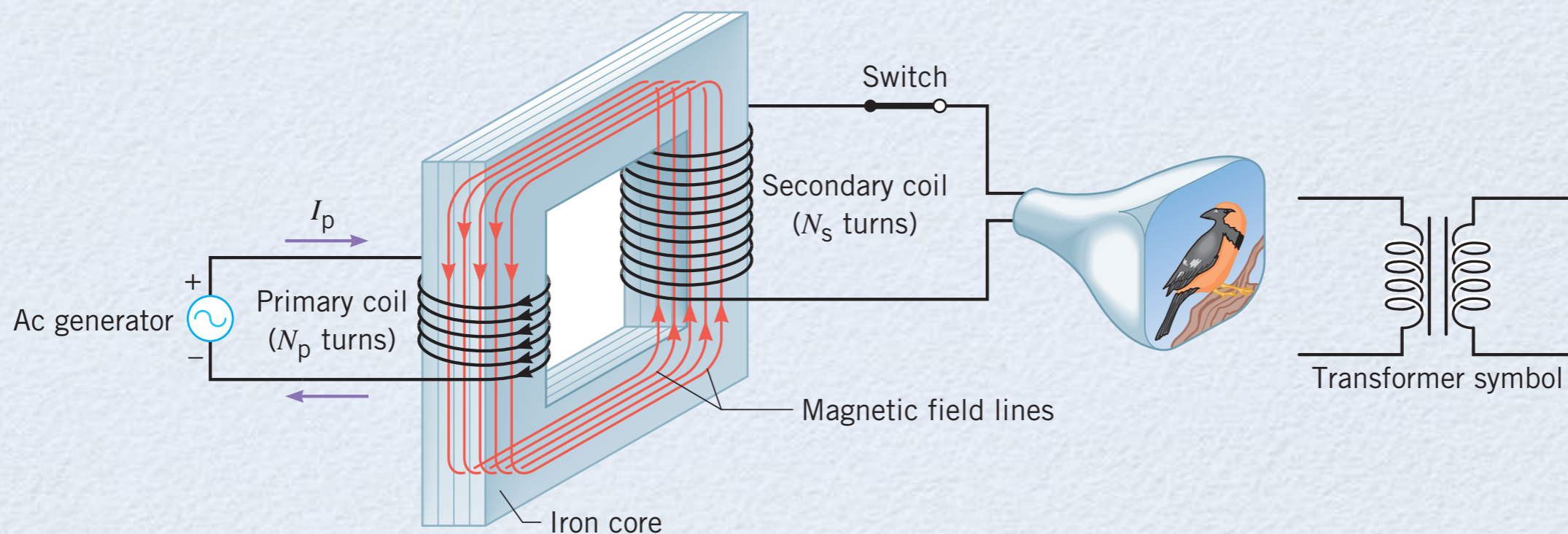


$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(B \cdot A \cdot \cos \omega t)$$

$$\mathcal{E} = NAB\omega \sin \omega t = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$$



Transformator:



$$\mathcal{E}_p = -N_p \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \mathcal{E}_s = -N_s \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathcal{E}_s}{\mathcal{E}_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

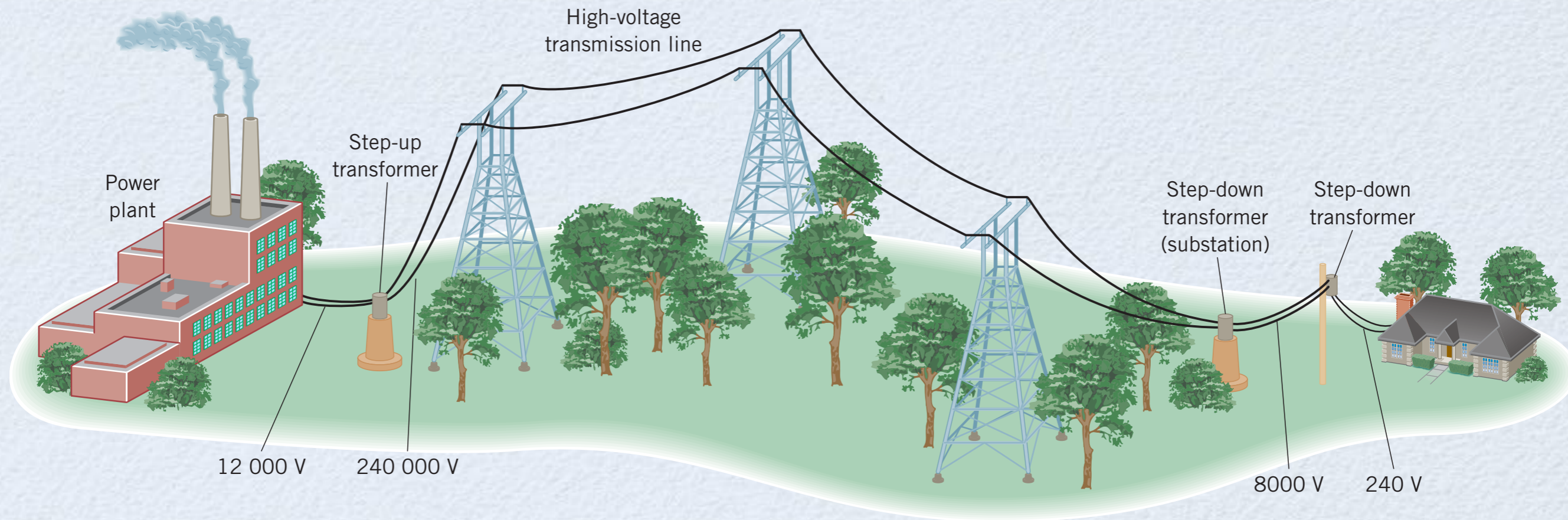
Jednadžba transformatora:

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

$$\frac{I_s}{I_p} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

Snaga je sačuvana, $P_p = P_s$; $P = I \cdot U$

Uloga transformatora:



$$\text{gubici} = I^2 R$$