

Valovi



Što je val?

- Svijet je pun valova: valovi na vodi, zvučni valovi, valovi na žici, seizmički valovi, elektromagnetski valovi - svjetlost, rentgenske zrake, gama zrake, ultraljubičasta svjetlost, infracrvena svjetlost, radio valovi....
- izvor valova: vibrirajući objekt - aproksimacija harmonijskog oscilatora
- ljudske glasnice ili vibrirajuća žica gitare su izvori zvučnih valova, vibracije elektrona u anteni proizvode radio valove...
- kamen koji pada u vodu proizvodi valove koji se šire na vodi, list koji se nalazi na površini titra gore-dolje ali se ne pomiće znatno od svog početnog položaja
- poremećaj se širi ali ne i voda!
- da nema vode ili žica ne bi bilo vala

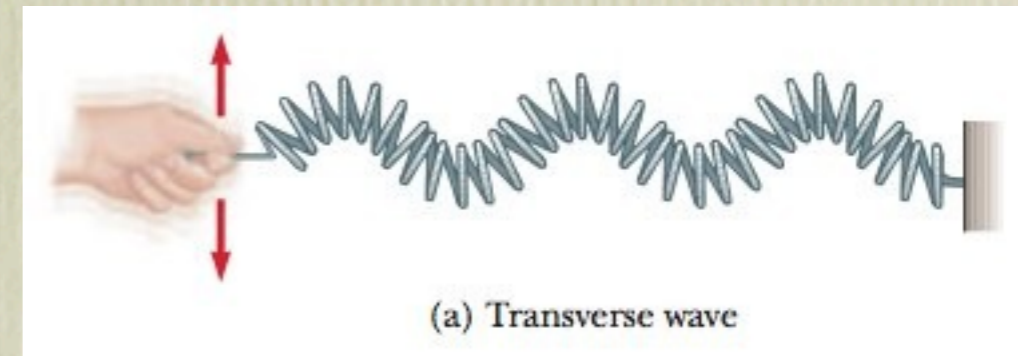
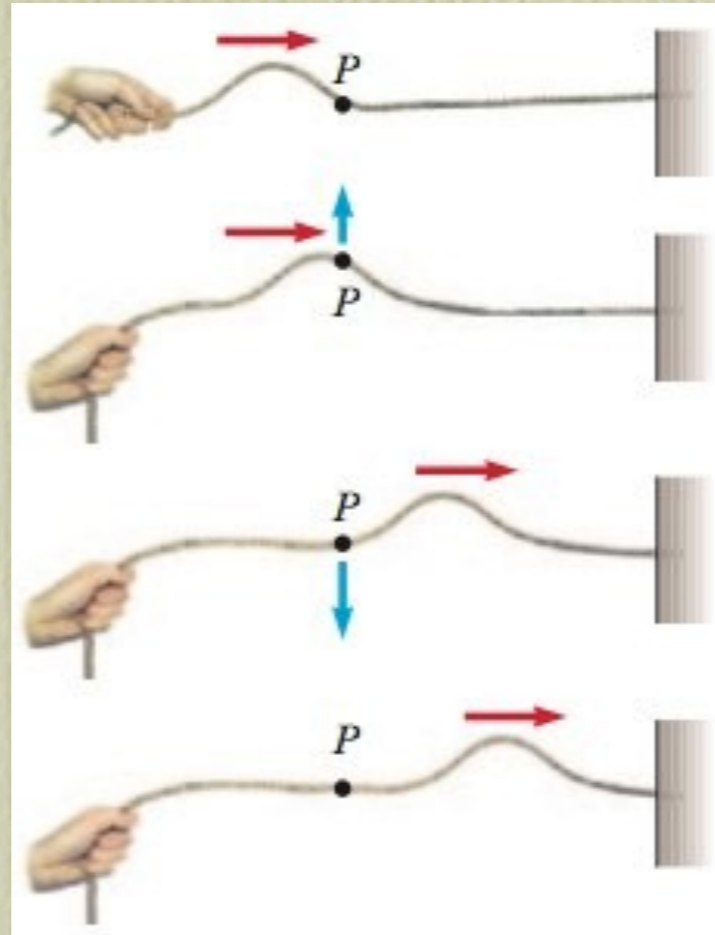
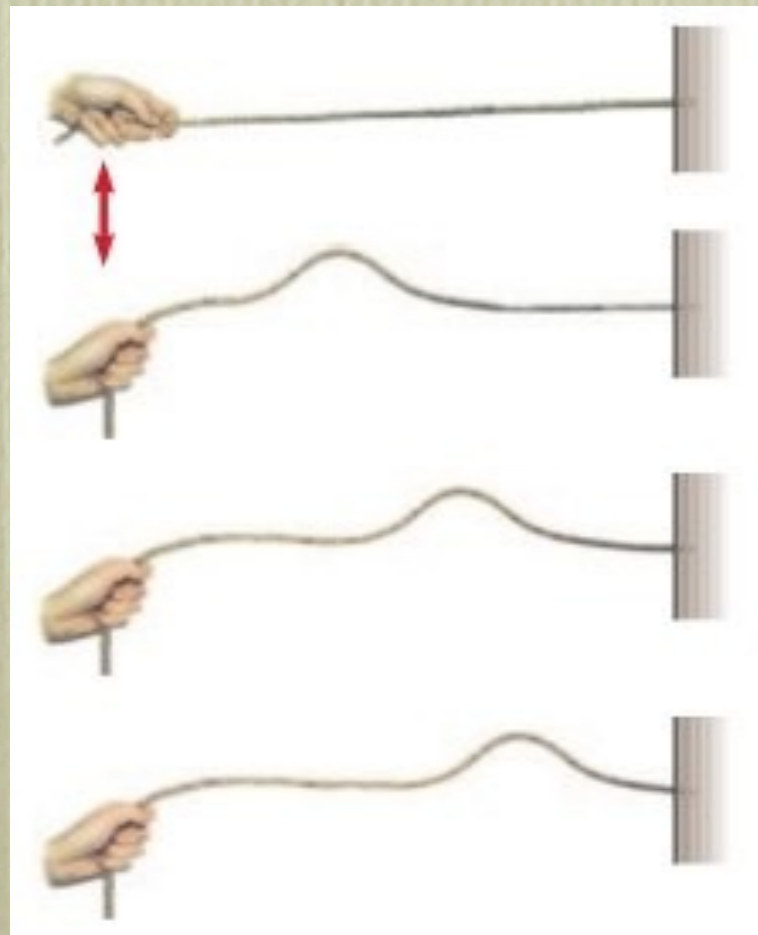
Val je gibanje poremećaja nekog medija

Svi valovi zahtijevaju:

- (1) poremećaj koji ih izaziva
- (2) medij koji se može poremetiti
- (3) neku fizičku vezu ili mehanizam kojim susjedni dijelovi medija mogu međusobno djelovati jedan na drugi

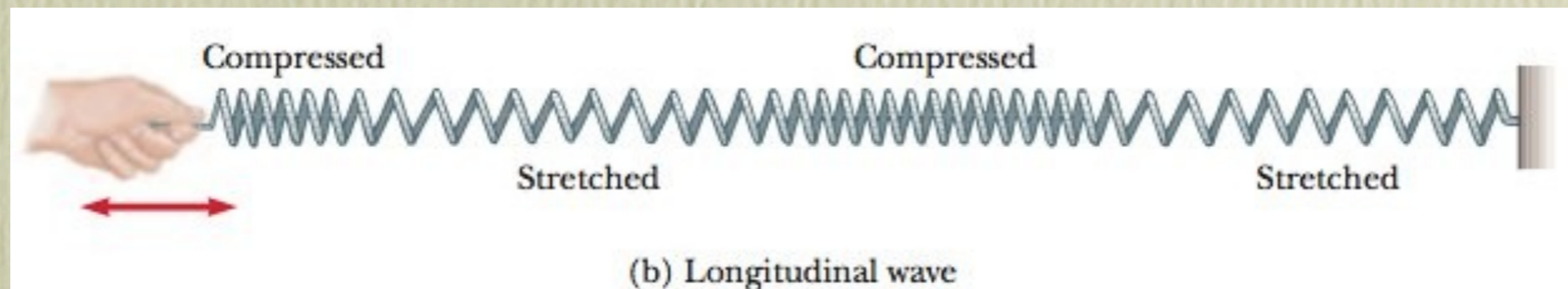
Vrste valova

- puls se širi udesno konačnom brzinom
- ovakva vrsta vala zove se putujući val
- svaki dio medija (užeta, žice) giba se u smjeru okomitom na smjer širenja vala
- transverzalni val



Vrste valova

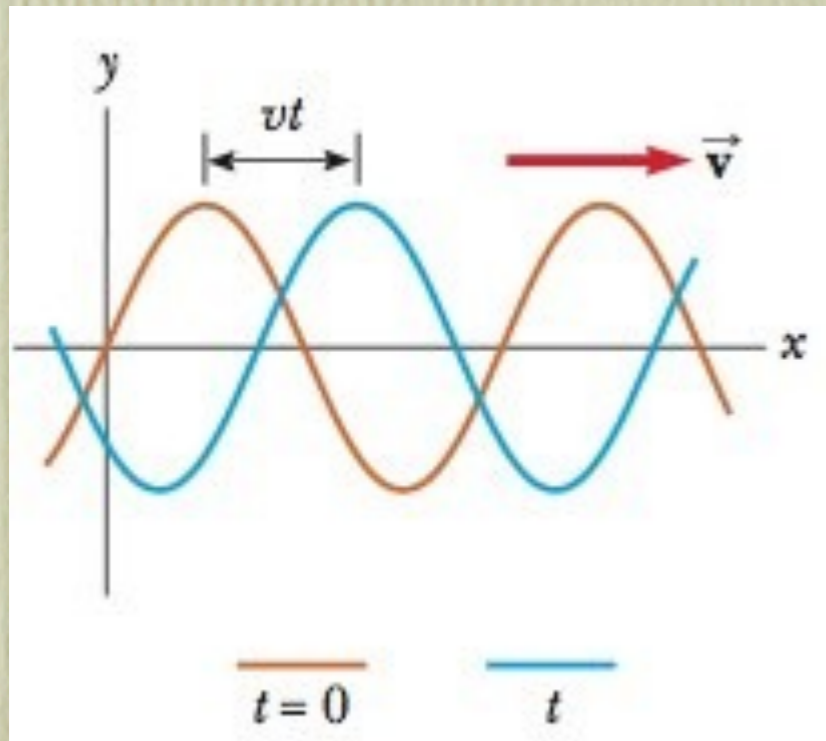
- kod longitudinalnih valova, dijelovi medija titraju u smjeru paralelnom smjeru širenja vala
- primjer: zvučni valovi
- kod zvučnih valova poremećaj se manifestira u vidu područja viskog i niskog tlaka koji mogu putovati kroz zrak ili neki drugi medij određenom brzinom



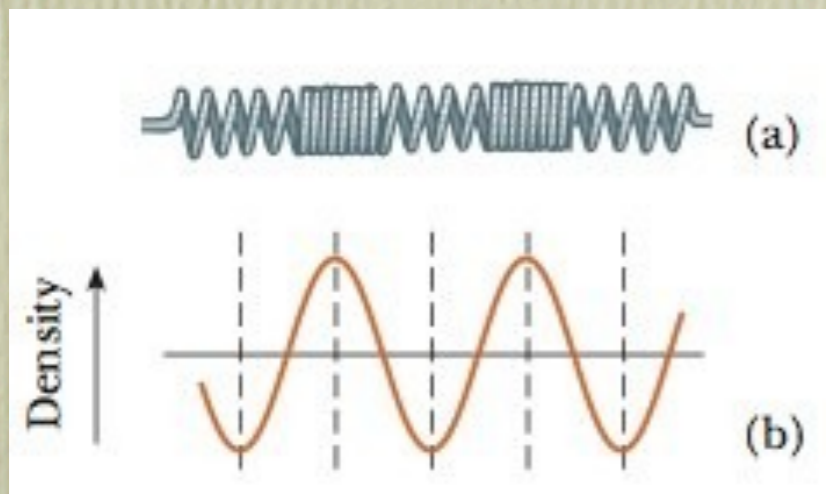
Općenito, valovi nisu niti sasvim transverzalni, niti sasvim longitudinalni već kombinacija

- primjer: gibanje oceana

Slika vala

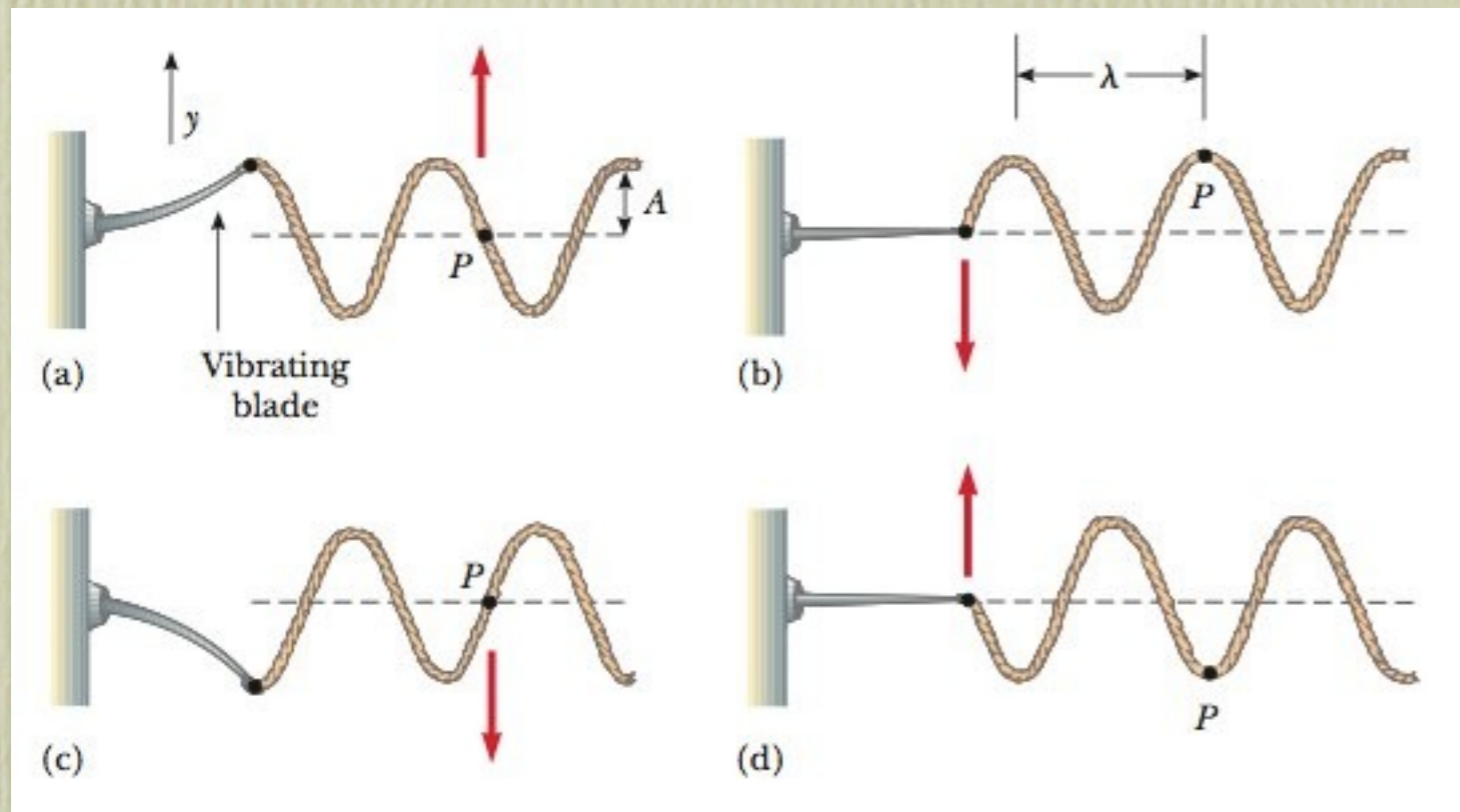


- slika transverzalnog vala
- sinusoida
- val se širi u desno
- smeđa linija: slika vala u trenutku $t = 0$
- plava linija: slika vala u trenutku $t = t_I$



- ista slika može se koristiti i za longitudinalne valove
- gušće područje odgovara maksimumu, a rjeđe minimumu
- “val gustoće” ili “val tlaka”

Frekvencija, amplituda i valna duljina



- val: periodičko ponavljanje poremećaja
- svaka točka medija harmonijski titra u vremenu i to u smjeru okomitom na širenje vala

- maksimalan pomak točke u odnosu na ravnotežni položaj naziva se **amplituda**
- udaljenost između dva maksimuma naziva se **valna duljina**

$$v = \frac{dx}{dt} \quad - \text{ brzina vala; brzina kojom se giba val, npr. njegov maksimum}$$

Brzina vala na žici

- u jednom periodu ($\Delta t = T$) val prijeđe udaljenost u iznosu valne duljine ($\Delta x = \lambda$)

- prema tome brzina vala je: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T}$

- budući da vrijedi $f = \frac{1}{T}$ možemo pisati: $v = \lambda \cdot f$

- ova važna relacija vrijedi za sve putujuće valove

- pogledajmo valove na žici (transverzalne)

- u principu možemo pričati o dvije brzine:

1. brzini titranja dijela žice (u transverzalnom smjeru)

2. brzini širenja vala (brzina kojom se poremećaj širi žicom)

- zanima nas brzina širenja vala

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

F - sila napetosti žice

μ - linearna gustoća žice (masa po jedinici duljine)

Valna funkcija za sinusiodalni val

$$y(x,t) = A \cos \left[\omega \left(\frac{x}{v} - t \right) \right] = A \cos 2\pi f \left(\frac{x}{v} - t \right)$$

$$y(x,t) = A \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ - valni broj}$$

$$y(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$$

Valna jednažba

- sve valne funkcije predstavljaju rješenje valne jednažbe
- ta jednažba u potpunosti opisuje gibanje vala i iz nje se lako dolazi do brzine vala

- putujući val na žici s napetošću T
- promotrimo segment žice Δx
- ukupna sila u vertikalnom smjeru:

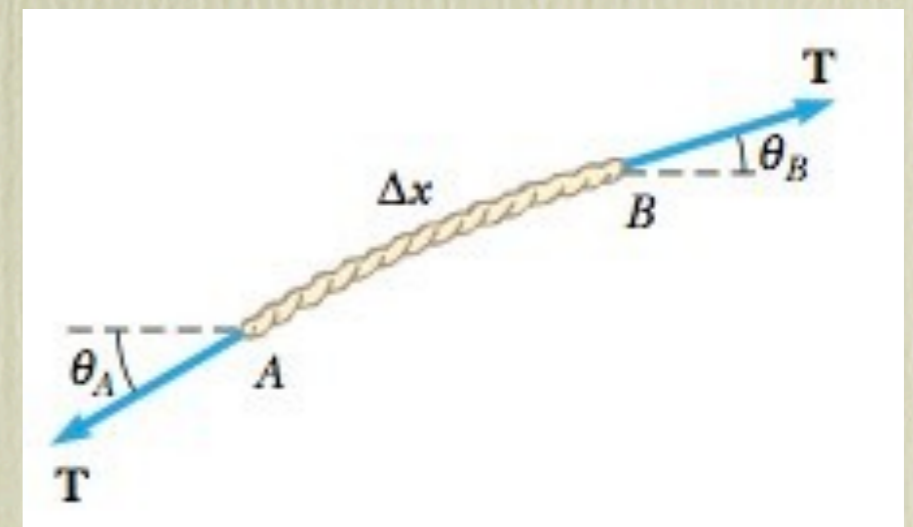
$$\sum F_y = T \sin \theta_B - T \sin \theta_A = T (\sin \theta_B - \sin \theta_A)$$

- aproksimacija malog kuta $\sin \theta \approx \tan \theta$

$$\sum F_y \approx T (\tan \theta_B - \tan \theta_A)$$

- pogledajmo infinitezimalni pomak uzduž plave linije koja predstavlja silu T :

$$\sum F_y \approx T \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_B - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_A \right]$$



Valna jednadžba

- primijenimo drugi Newtonov zakon:

$$\sum F_y = ma_y = \mu \Delta x \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)$$

- kombiniranje s prethodnom jednadžbom:

$$\mu \Delta x \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) = T \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_B - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_A \right]$$

$$\frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{(\partial y / \partial x)_B - (\partial y / \partial x)_A}{\Delta x}$$

- i konačno:

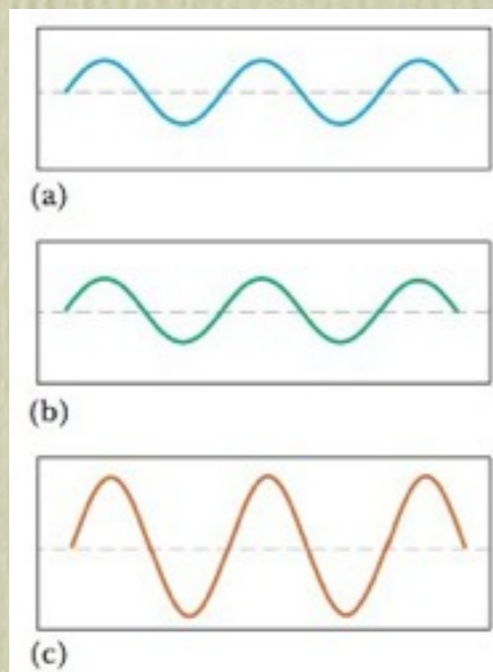
$$\frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

valna jednadžba

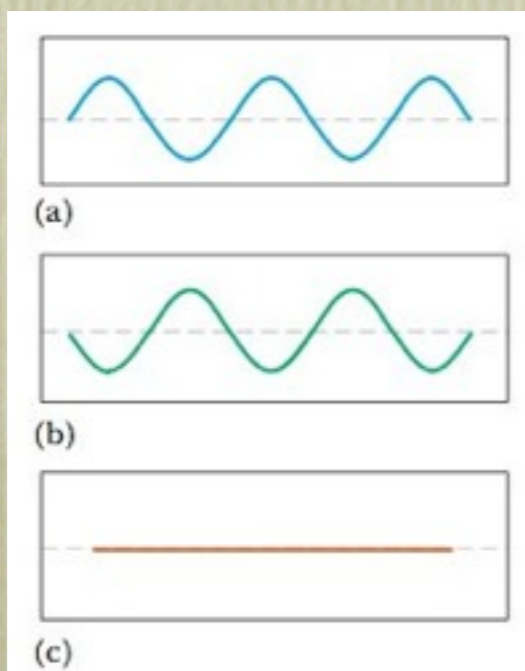
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Interferencija valova

Kada dva ili više valova naiđu jedan na drugi prilikom širenja kroz medij, rezultatni val dobiva se zbrajanjem individualnih pomaka točku po točku



valovi su u fazi
konstruktivna interferencija

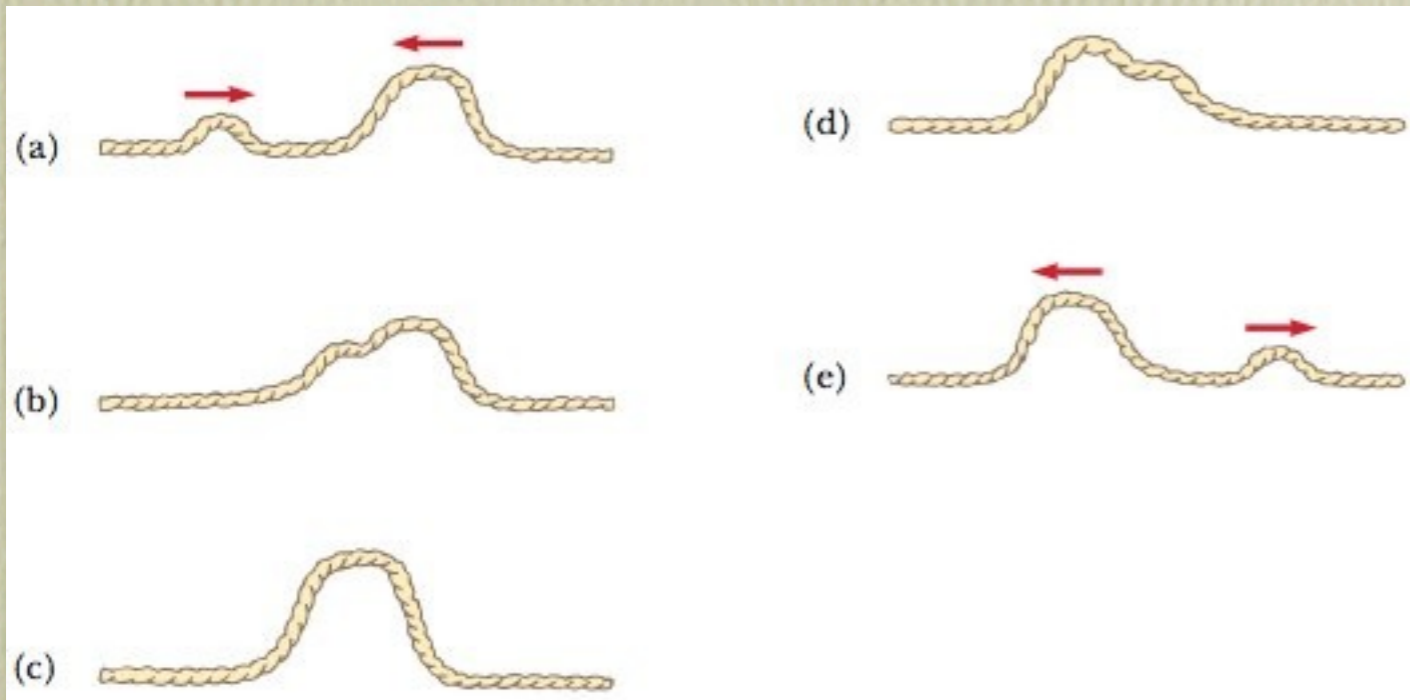


valovi su izvan faze 180°
destruktivna interferencija

Interferencija valova



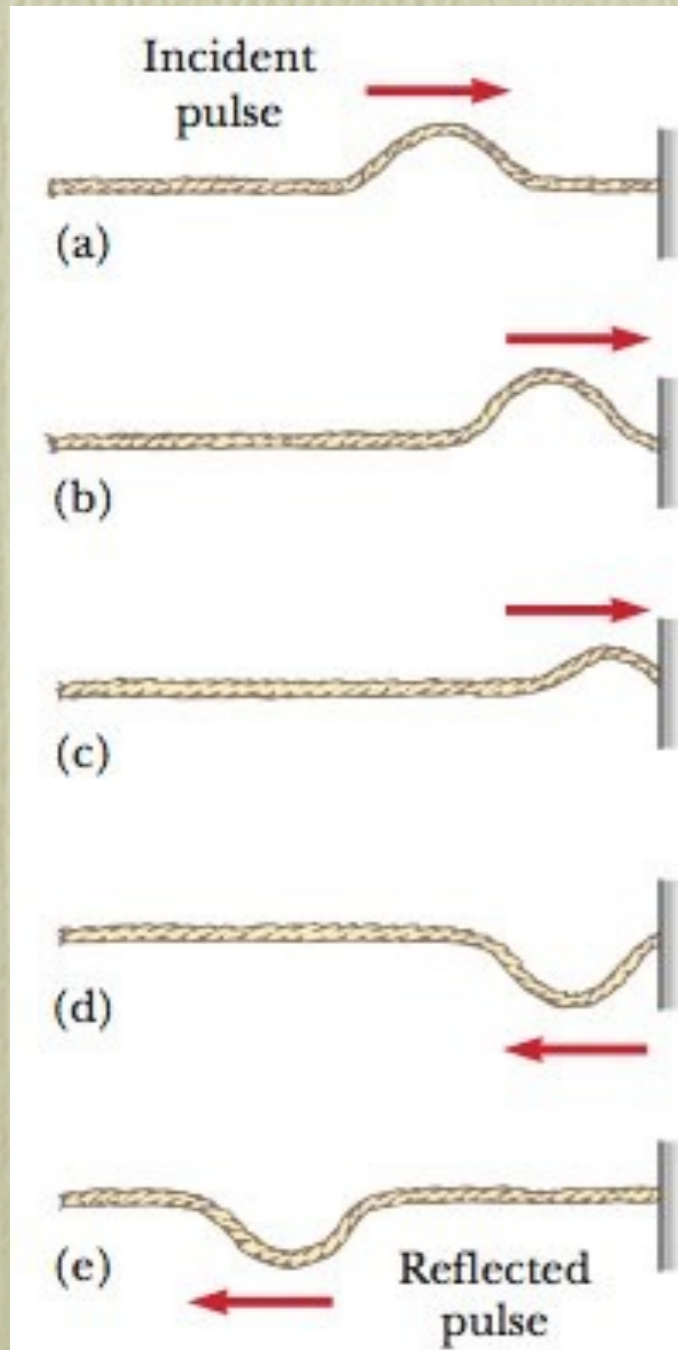
interferencijska slika valova na vodi



konstruktivna interferencija dva
pulsa

nakon “prolaska jedan kroz drugi”
pulsevi ne mijenjaju svoj početni
oblik

Refleksija valova



Što se dešava kada val naiđe na fiksnu granicu?

- val se reflektira i to invertirano!

Objašnjenje:

Sjetimo se 3. N. Z.

- pri dolasku do granice (npr. zida) medij djeluje silom prema gore

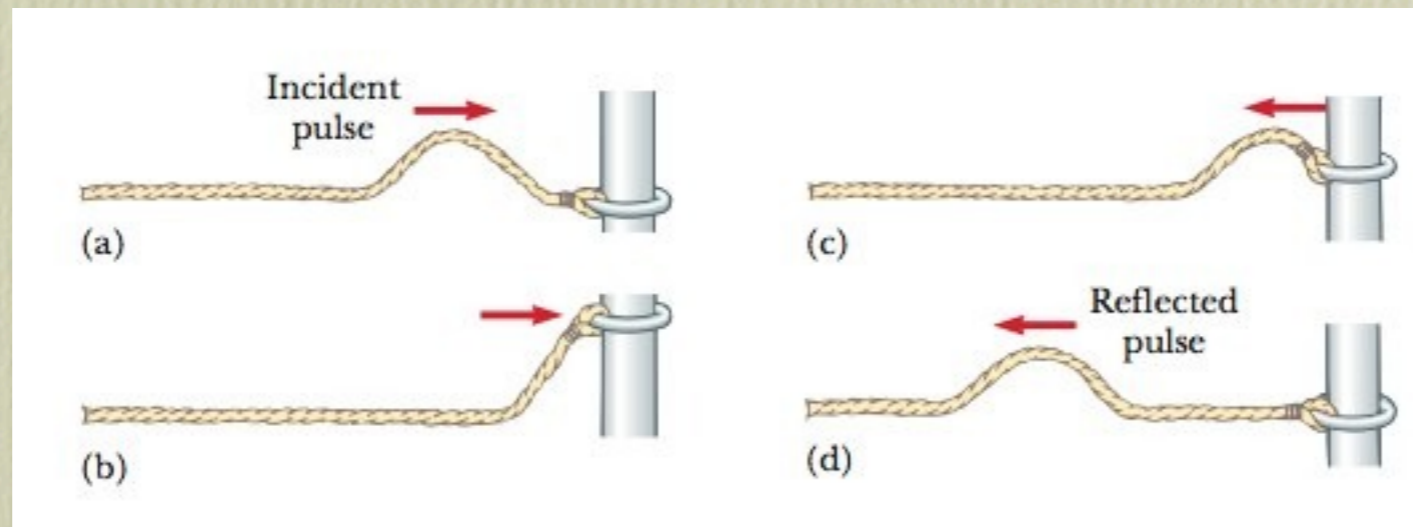
- granica tada djeluje istom silom ali suprotnog predznaka - prema dolje

- dolazi do invertiranja vala

Refleksija valova

Što se dešava kada val naiđe na slobodnu granicu?

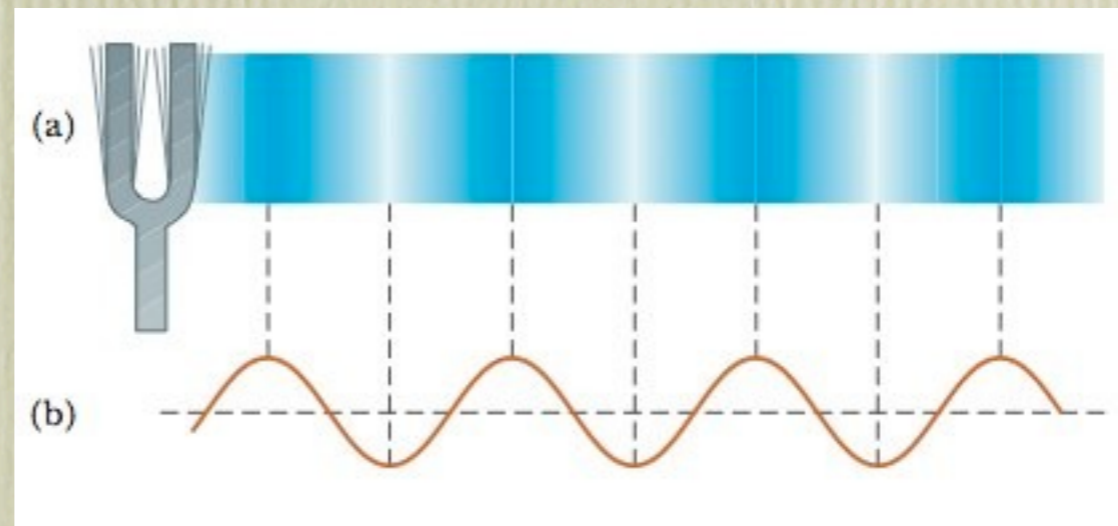
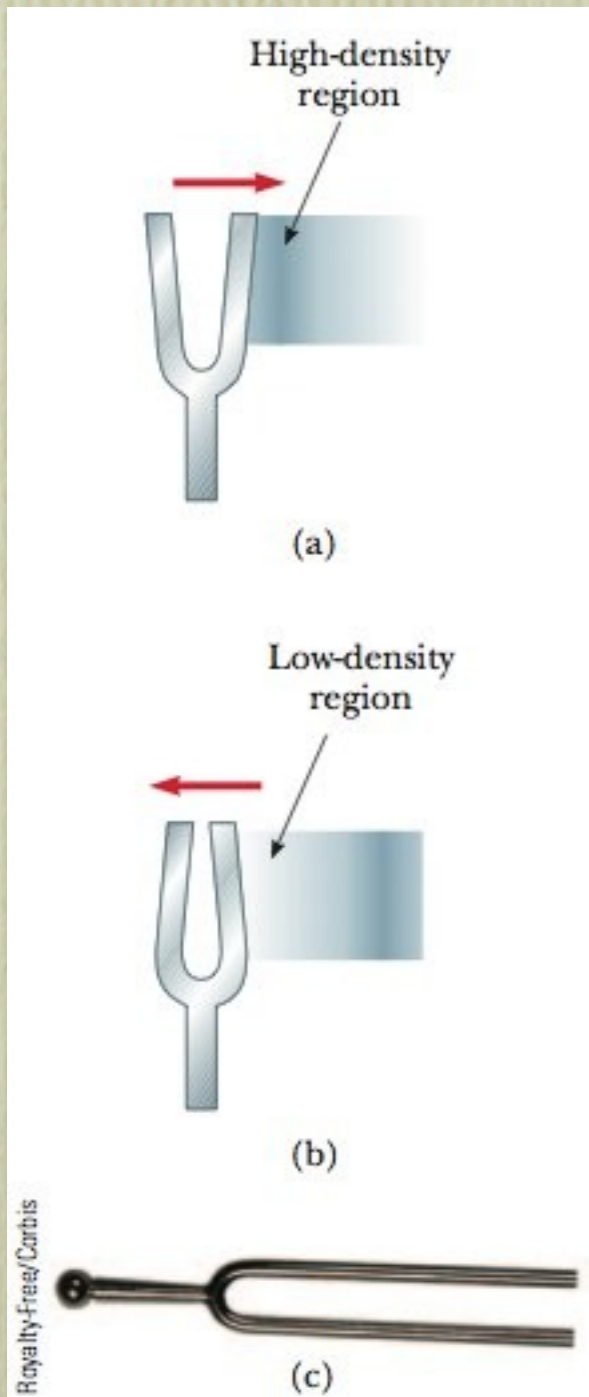
- i ovaj put dolazi do refleksije ali ne i do inverzije!



- val dolazi do prstena, silom djeluje prema gore, prsten ubrzava u istom smjeru i nakon toga dolazi do refleksije vala bez inverzije

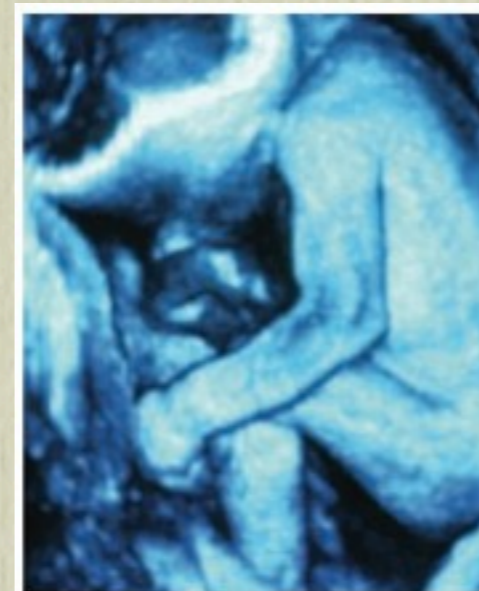
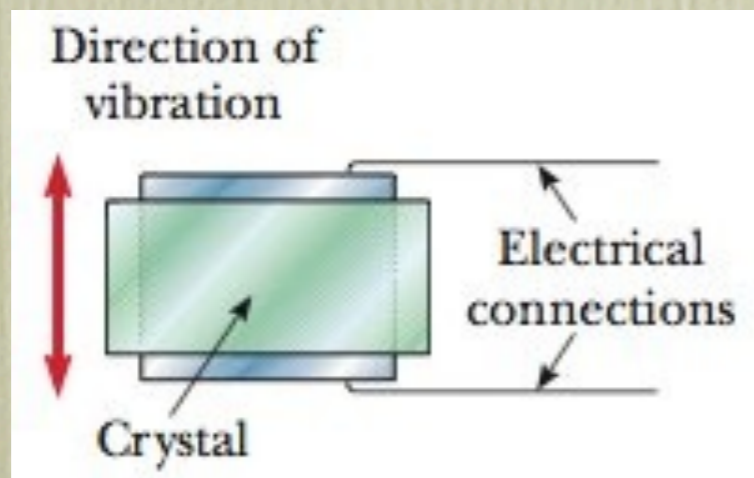
Zvučni valovi

- najvažniji primjer longitudinalnih valova
- zvuk putuje kao poremećaj medija (zrak, voda...)
- primjer: zvučna viljuška
- viljuška periodički vibrira pri čemu dolazi do kompresije i dekompresije zraka (područja visokog i niskog područja tlaka)
- taj poremećaj se širi i tako zvuk putuje



Kategorije zvučnih valova

- čujni valovi, oni koje smo u stanju čuti, 20 Hz - 20 kHz
- infrazvučni valovi, frekvencija nižih od 20 Hz, nismo ih u stanju čuti; primjer - valovi prilikom potresa
- ultrazvučni valovi, frekvencije iznad 20 kHz, nismo ih u stanju čuti ali životinje poput pasa jesu; koriste se u medicinske svrhe
- ultrazvučni valovi mogu se dobiti pomoću piezoelektričnog efekta: izmjenični električni napon izaziva titranje kristala istom frekvencijom
- ultrazvucne snimke baziraju se na principu djelomične refleksije valova na granici područja različitih gustoća



Brzina zvuka

Brzina zvuka u fluidu dana je sljedećim izrazom:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

gdje je B recipročna vrijednost modula kompresije, a ρ je gustoća fluida.

$$B = -V \frac{dP}{dV}$$

- uočite sličnost s izrazom za transverzalne valove: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$
- općeniti oblik izraza za brzinu valova: $v = \sqrt{\frac{\text{elastično svojstvo medija}}{\text{inericijsko svojstvo medija}}}$
- brzina zvuka u krutom mediju: $v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$ (Y je Youngov modul materijala)

Brzina zvuka

- brzina zvuka također ovisi o temperaturi:

$$v = (331 \text{ m/s}) \sqrt{\frac{T}{273 \text{ K}}}$$

- pri sobnoj temperaturi (293 K) brzina zvuka je otprilike 343 m/s

Speeds of Sound in Various Media	
Medium	<i>v</i> (m/s)
Gases	
Air (0°C)	331
Air (100°C)	386
Hydrogen (0°C)	1 290
Oxygen (0°C)	317
Helium (0°C)	972
Liquids at 25°C	
Water	1 490
Methyl alcohol	1 140
Sea water	1 530
Solids	
Aluminum	5 100
Copper	3 560
Iron	5 130
Lead	1 320
Vulcanized rubber	54

Energija i intenzitet zvučnih valova

- zvučna viljuška titranjem djeluje silom na sloj zraka i tjera ga na gibanje → prijenos energije

Def.: Prosječan intenzitet vala na određenoj plohi definiran je kao brzina kojom energija teče kroz tu plohu, podijeljena s površinom te plohe

$$I = \frac{1}{A} \cdot \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{P}{A} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

- najtiši zvuk koji čovječje uho može detektirati pri frekvenciji od 1000 Hz je $1 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$
- najglasniji zvuk koji ljudsko uho može podnijeti je 1 W/m^2

Razina zvuka u decibelima

- najglasniji zvuk koji ljudsko uho može tolerirati je 10^{12} puta jači od praga sluha
- no, to ne znači da nam se on čini 10^{12} puta glasniji
- razlog tome je činjenica da ljudsko uho zvuk percipira na logaritamskoj skali
- relativni intenzitet zvuka naziva se razina zvuka ili razina decibela i definira se:

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad [dB]$$

- konstanta $I_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$

**Intensity Levels in Decibels
for Different Sources**

Source of Sound	β (dB)
Nearby jet airplane	150
Jackhammer, machine gun	130
Siren, rock concert	120
Subway, power mower	100
Busy traffic	80
Vacuum cleaner	70
Normal conversation	50
Mosquito buzzing	40
Whisper	30
Rustling leaves	10
Threshold of hearing	0

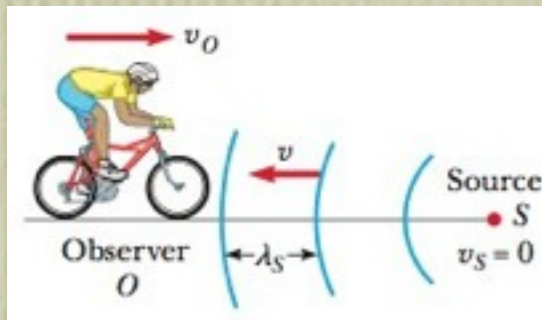
Dopplerov efekt

Primjer: automobil s uključenom sirenom. Kako nam se približava frekvencija sirene sve je viša, kako se udaljuje sve je niža.

Primjer: sirena je stacionarna a mi joj se približavamo - frekvencija se povećava, ili udaljavamo - frekvencija se smanjuje.

Ova pojava karakteristična je za sve valove - ne samo zvučne

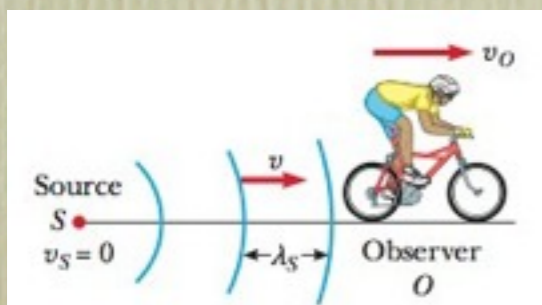
1. slučaj - opažač se giba, izvor miruje



$$f_0 = f_s \left(\frac{v_{zv} + v_0}{v_{zv}} \right)$$

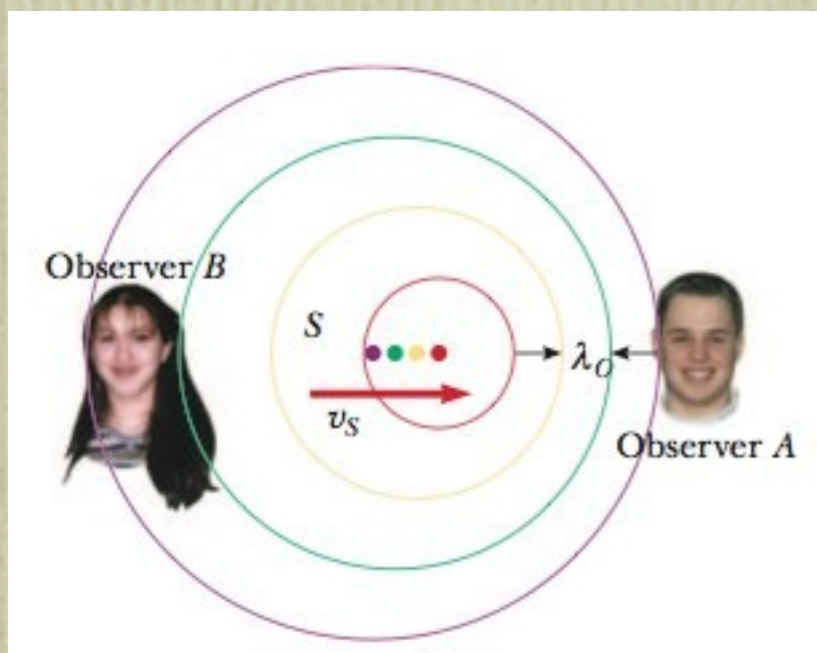
$v_0 > 0$, gibanje prema izvoru

$v_0 < 0$, gibanje od izvora



Dopplerov efekt

2. slučaj - opažlač miruje, izvor se giba



$$f_0 = f_s \left(\frac{v_{zv}}{v_{zv} - v_s} \right)$$

$v_s > 0$, gibanje prema izvoru

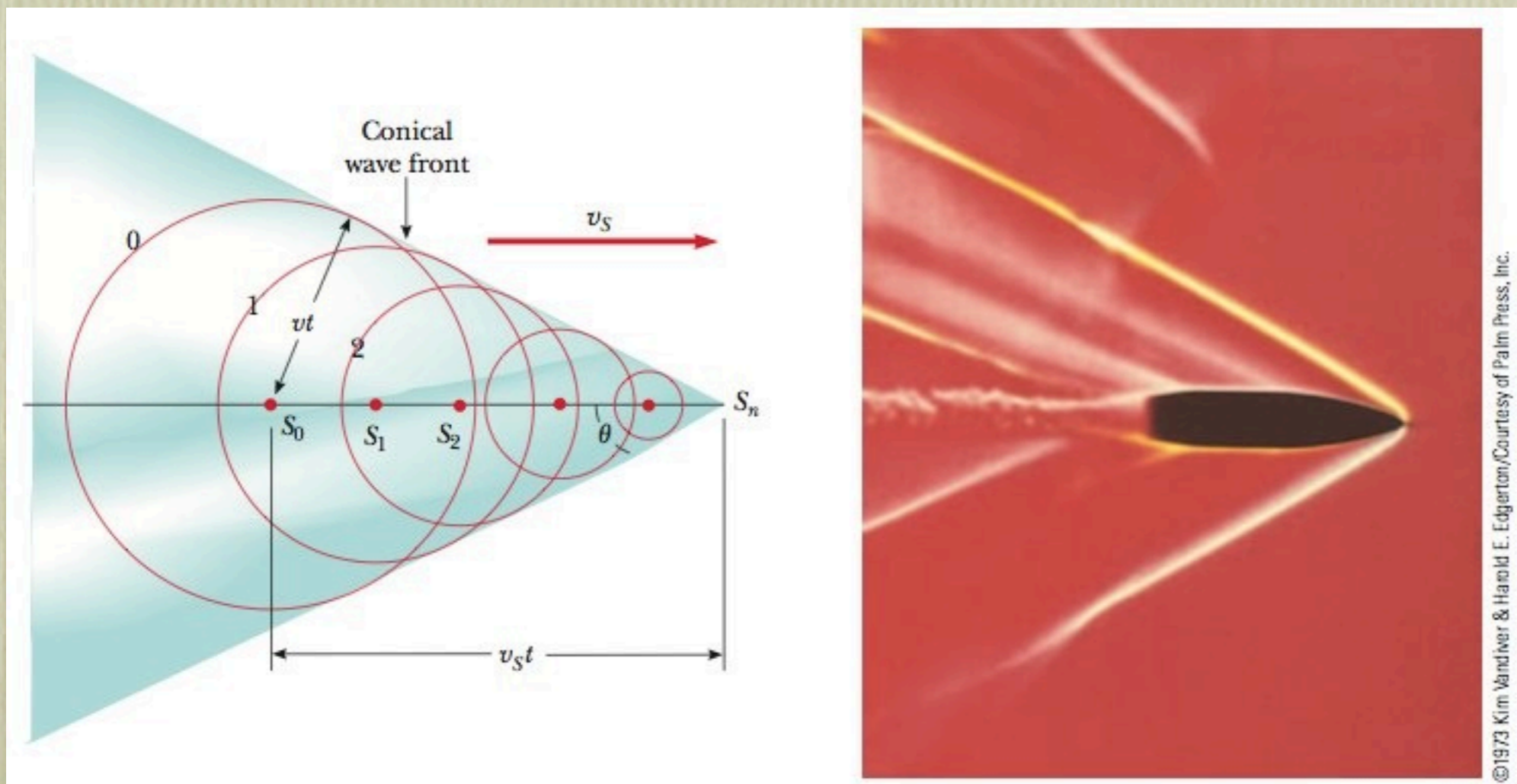
$v_s < 0$, gibanje od izvora

Općeniti slučaj - i opažlač i izvor se gibaju

$$f_0 = f_s \left(\frac{v_{zv} + v_0}{v_{zv} - v_s} \right)$$

Brzine veće od brzine zvuka

Što se dešava kada se izvor zvuka kreće brzinom većom od brzine zvuka?
Npr. nadzvučni avion, metak, ...



$$\sin \theta = \frac{v}{v_s}$$

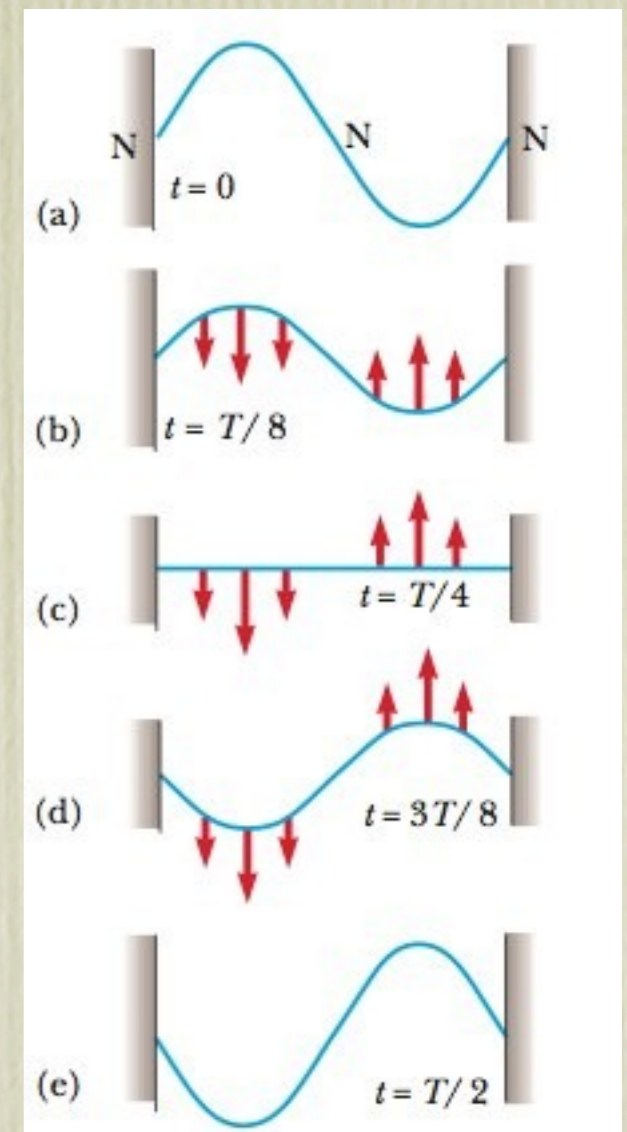
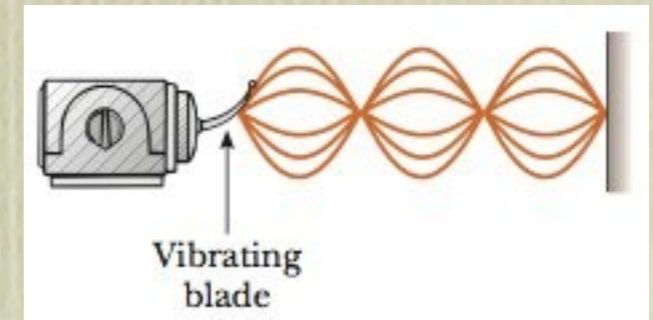
Omjer v/v_s naziva se Machov broj



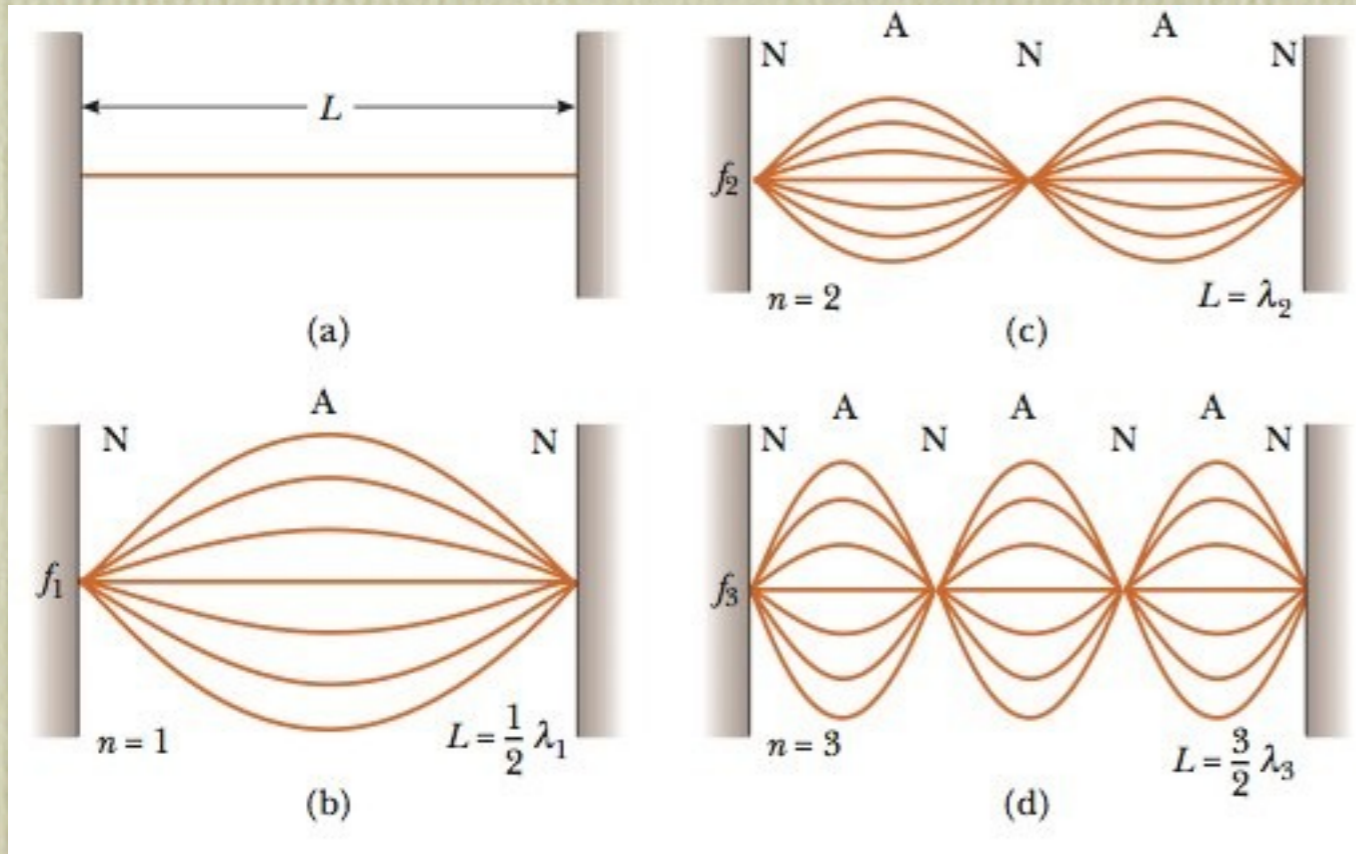
Stojni valovi

- stojni val na žici: na jednom kraju vibrirajući objekt, na drugom kraju zid
- ulazni valovi se reflektiraju i dolazi do gibanja valova u oba smjera
- princip superpozicije
- pri određenim frekvencijama dolazi do pojave stojnog vala
- čvor: mjesto gdje se susreću dva vala iste magnitude pomaka ali suprotnih predznaka
- trbuh: mjesto gdje se susreću dva vala iste magnitude pomaka i istih predznaka
- sve točke na žici titraju istom frekvencijom ali različite točke imaju različite amplitude
- udaljenost među čvorovima:

$$d_{NN} = \frac{1}{2} \lambda$$



Stojni valovi



- što je frekvencija stojnog vala viša to postoji veći broj čvorova
- čvorovi su uvijek na krajevima žice
- pogledajmo moguće frekvencije titranja stojnih valova

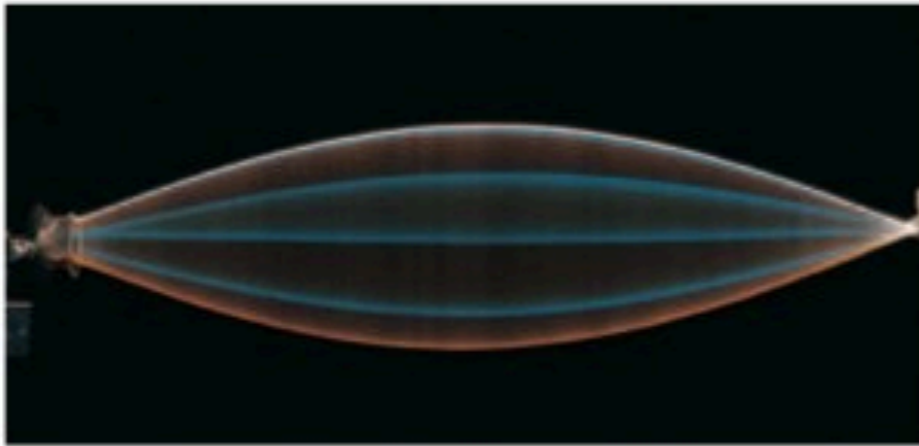
$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L}$$

$$v = \sqrt{F/\mu} \quad \rightarrow \quad f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

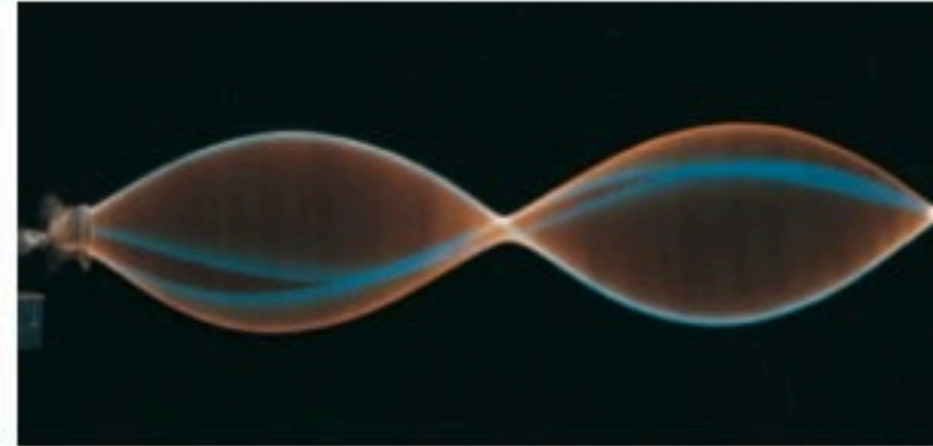
osnovna frekvencija ili prvi harmonik

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{L} = 2f_1 \quad f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{3v}{2L} = 3f_1$$

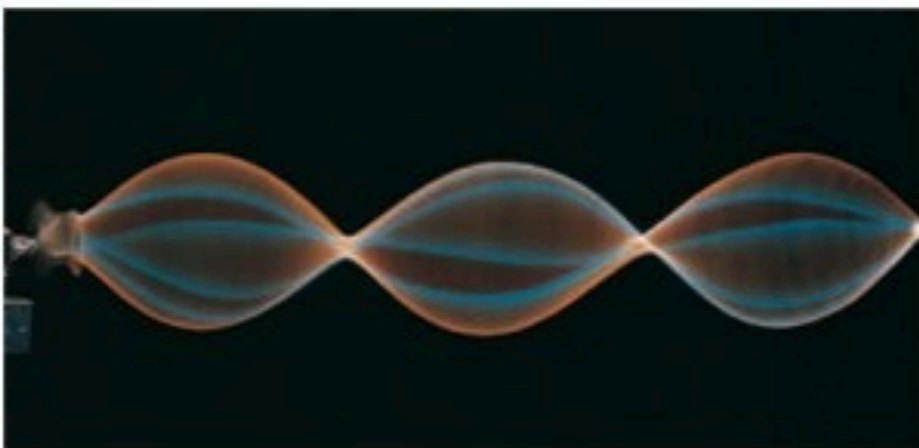
Stojni valovi



(a)



(b)



(c)

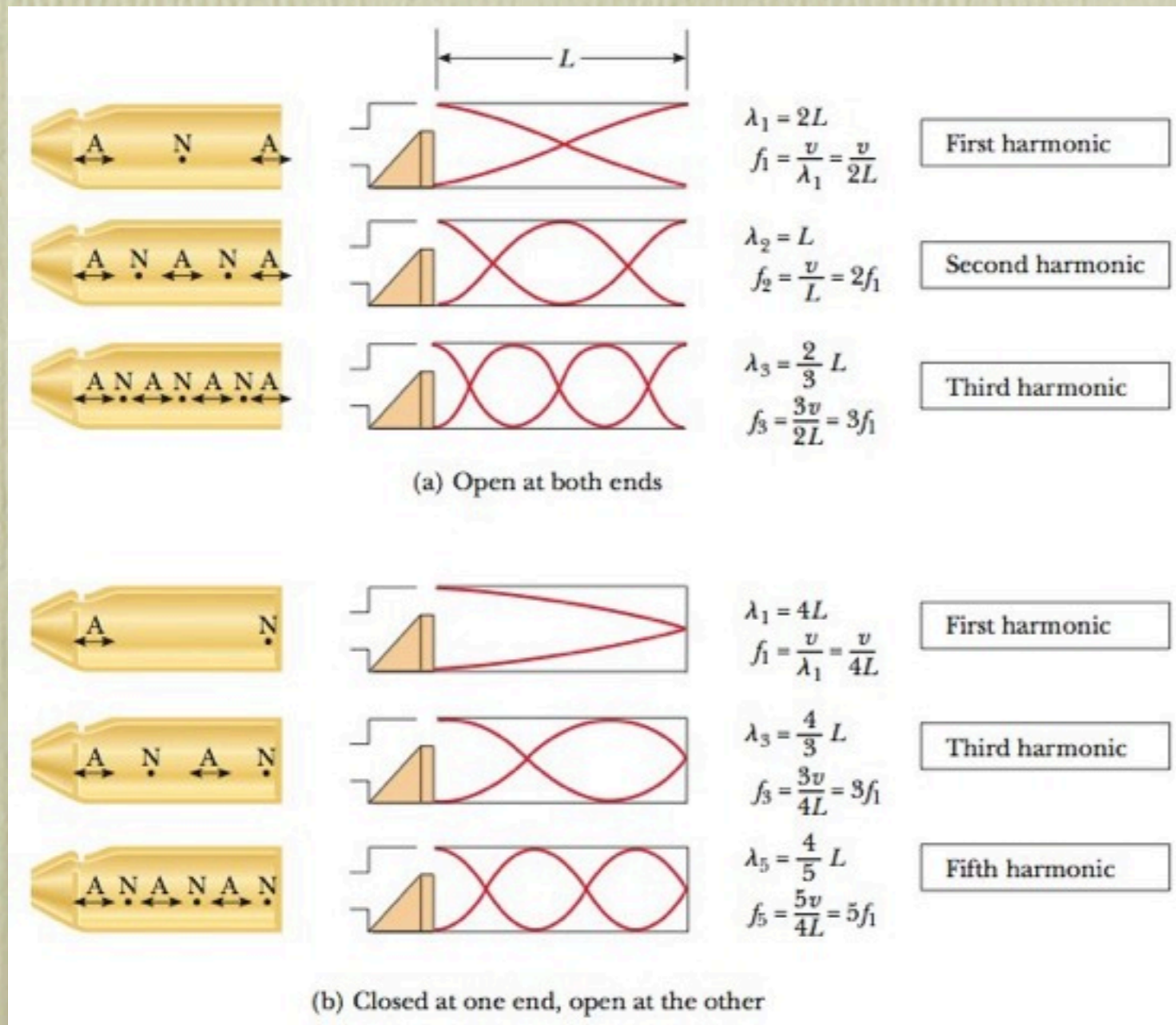
Multiflash photographs of standing-wave patterns in a cord driven by a vibrator at the left end. The single-loop pattern in (a) represents the fundamental frequency ($n = 1$), the two-loop pattern in (b) the second harmonic ($n = 2$), and the three-loop pattern in (c) the third harmonic ($n = 3$).

Općenito:

$$f_n = nf_1 = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (n\text{-ti harmonik})$$

Stojni valovi u stupcu zraka

- stvaranje zvuka u svirali
- ukoliko je jedan kraj zatvoren → čvor
- ukoliko je jedan kraj otvoren → trbuh



otvorena svirala

$$f_n = n \frac{v}{2L} = nf_1 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$



zatvorena svirala

$$f_n = n \frac{v}{4L} = nf_1 \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

Udari

- fenomen koji se pojavljuje kod interferencije dva vala vrlo bliskih frekvencija
- primjer: dvije zvučne viljuške čije frekvencije su vrlo slične, ali ipak različite
- u jednom trenutku valovi su u fazi i dolazi do konstruktivne interferencije, u jednom trenutku su izvan faze pa dolazi do destruktivne interferencije
- slušatelj na određenom položaju čuje periodičku promjenu u glasnoći, i ta pojava se naziva udari
- frekvencija udara je $f_b = |f_2 - f_1|$

