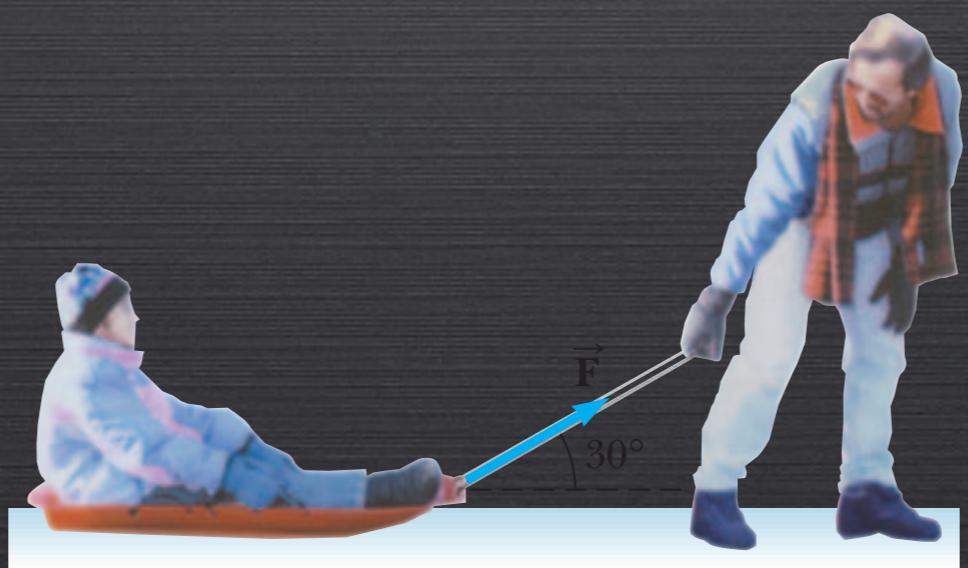


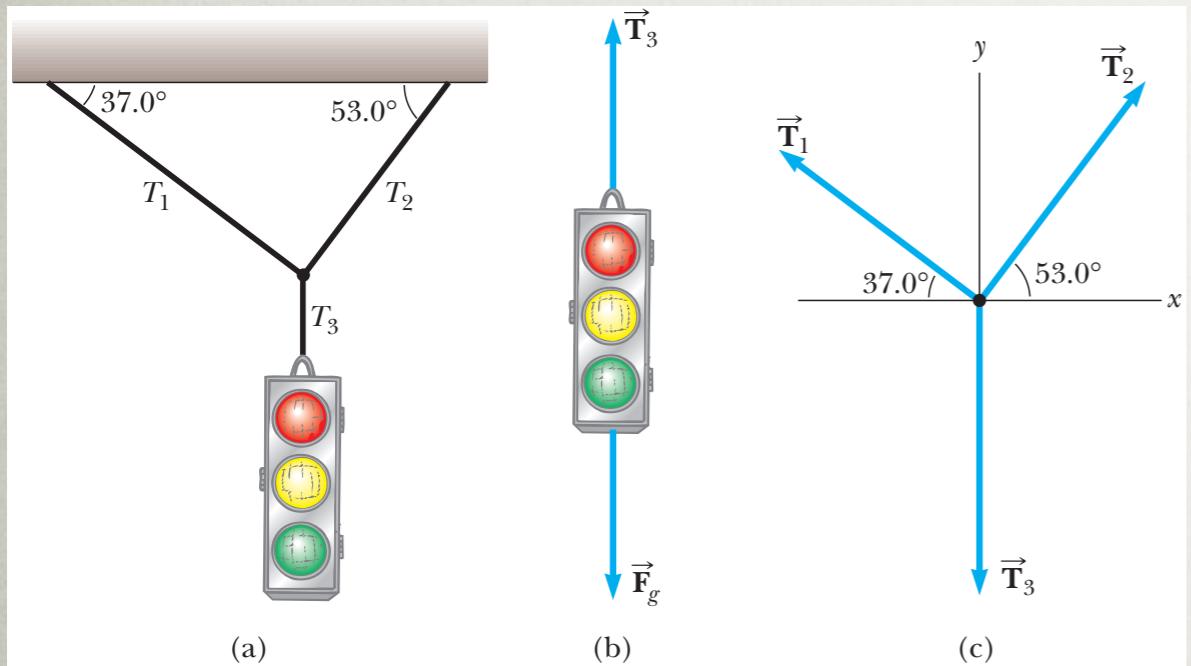
# SILE I NEWTONOVI ZAKONI

## GIBANJA:

### RAVNOTEŽA. SILA NAPETOSTI. STATIČKO I DINAMIČKO TRENJE. RAD I ENERGIJA.



# SILA NAPETOSTI



- a) semafor obješen na kablovima
- b) dijagram sila za semafor
- c) dijagram sila za čvor u kojem se sastaju kablovi

Pojam napetost vezan je uz sile koje djeluju na krajevima užeta.  
U razmatranjima je masa užeta zanemarena! U protivnom sila na krajevima užeta ne bi bila ista.

# RAVNOTEŽA

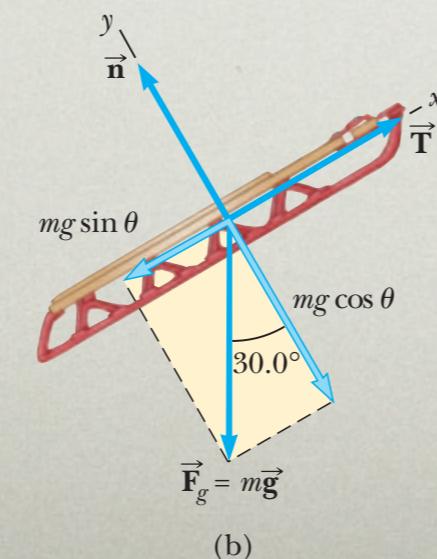
Definicija:

Tijelo je u ravnoteži kada je njegovo ukupno ubrzanje 0.

Primjer: dječak drži saonice u stanju mirovanja!



Ukoliko je težina saonica 77 N, kolika je napetost užeta i okomita sila  $n$  kojom tlo djeluje na saonice?



$$\sum \vec{F} = \vec{T} + \vec{n} + \vec{F}_g = 0$$

$$\sum F_x = T + 0 - mg \sin \theta = T - (77.0 \text{ N}) \sin 30.0^\circ = 0$$

$$T = 38.5 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 + n - mg \cos \theta = n - (77.0 \text{ N}) (\cos 30.0^\circ) = 0$$

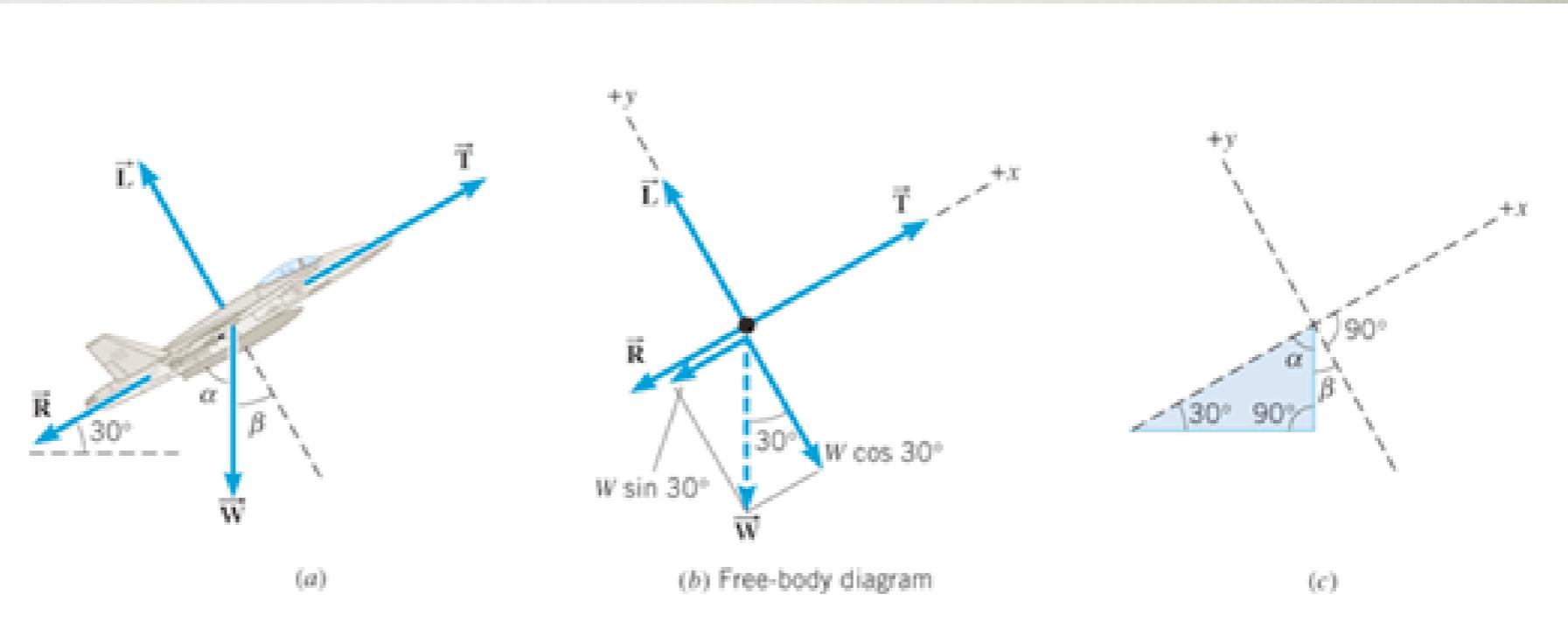
$$n = 66.7 \text{ N}$$

# RAVNOTEŽA

Tijelo može biti u ravnoteži i kada se giba konstantnom brzinom!

Primjer: avion se diže konstantnom brzinom.

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$



$$\sum F_x = -W \sin 30.0^\circ + T - R = 0$$

$$\sum F_y = -W \cos 30.0^\circ + L = 0$$

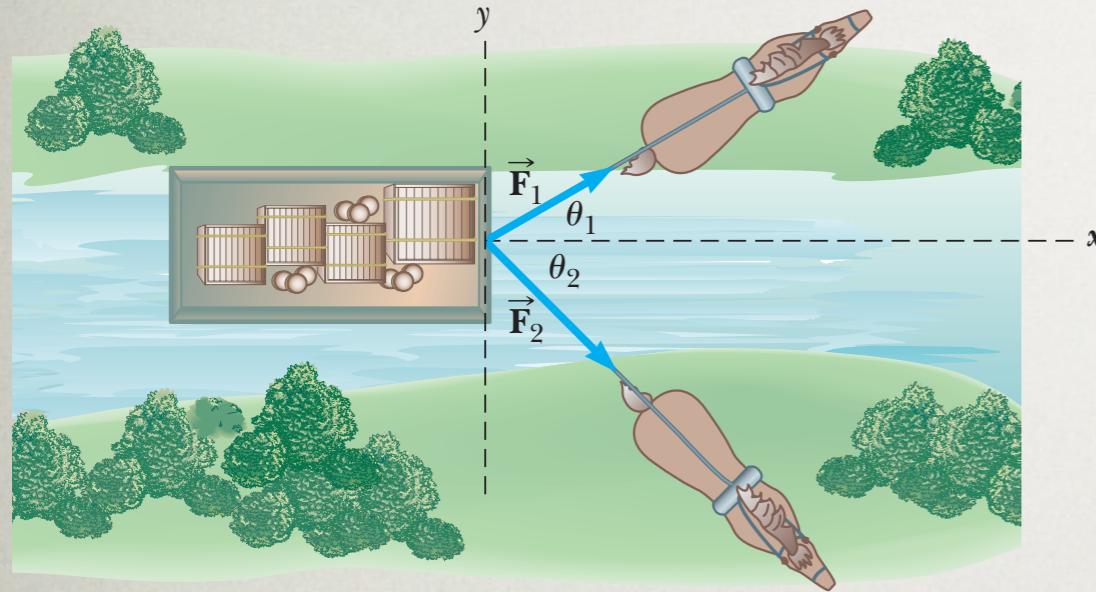
# KONCEPTUALNO PITANJE

---

- U kojoj situaciji može tijelo biti u ravnoteži?
  - a) Tri sile koje djeluju na tijelo duž istog pravca, ali mogu biti u različitim smjerovima.
  - b) Dvije okomite sile djeluju na tijelo
  - c) Jedna sila djeluje na tijelo.
  - d) U niti jednoj od situacija opisanih od a) do c) tijelo ne može biti u ravnoteži

[link 1](#)

# PRIMJERI SUSTAVA KOJI NISU U RAVNOTEŽI



**Figure 4.5** (Example 4.2)

$$F_{1x} = F_1 \cos \theta_1 = (6.00 \times 10^2 \text{ N}) \cos (30.0^\circ) = 5.20 \times 10^2 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cos \theta_2 = (6.00 \times 10^2 \text{ N}) \cos (-45.0^\circ) = 4.24 \times 10^2 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} F_x &= F_{1x} + F_{2x} = 5.20 \times 10^2 \text{ N} + 4.24 \times 10^2 \text{ N} \\ &= 9.44 \times 10^2 \text{ N} \end{aligned}$$

$$F_{1y} = F_1 \sin \theta_1 = (6.00 \times 10^2 \text{ N}) \sin 30.0^\circ = 3.00 \times 10^2 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} F_{2y} &= F_2 \sin \theta_2 = (6.00 \times 10^2 \text{ N}) \sin (-45.0^\circ) \\ &= -4.24 \times 10^2 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_y &= F_{1y} + F_{2y} = 3.00 \times 10^2 \text{ N} - 4.24 \times 10^2 \text{ N} \\ &= -1.24 \times 10^2 \text{ N} \end{aligned}$$

- masa čamca s teretom 2000 kg
- kutovi  $30^\circ$  i  $45^\circ$
- svaka sila 600 N
- odredite smjer i akceleraciju gibanja

$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{9.44 \times 10^2 \text{ N}}{2.00 \times 10^3 \text{ kg}} = 0.472 \text{ m/s}^2$$

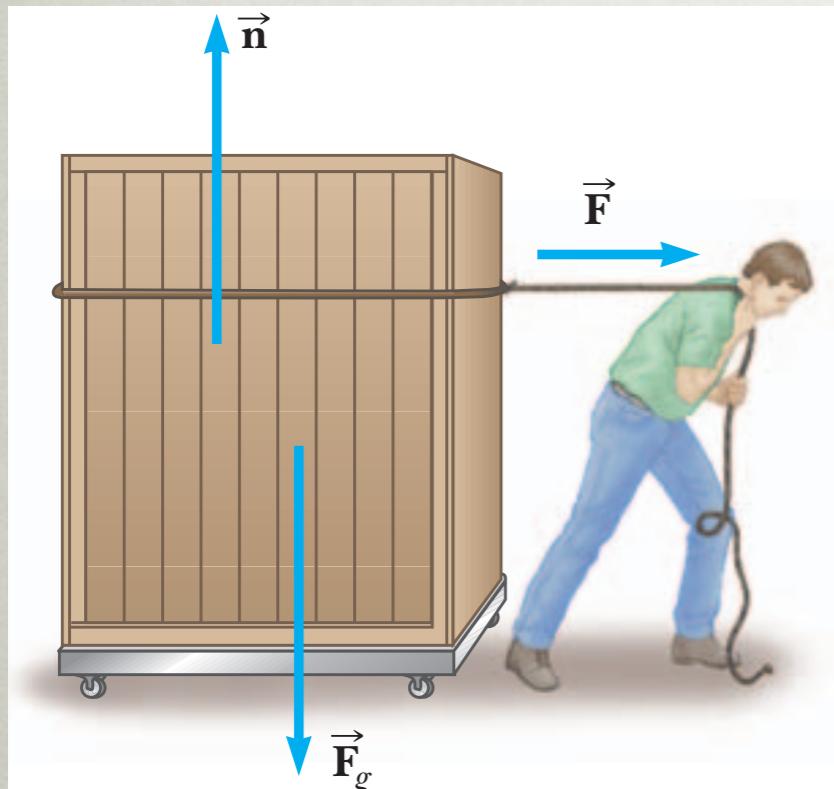
$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{-1.24 \times 10^2 \text{ N}}{2.00 \times 10^3 \text{ kg}} = -0.0620 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(0.472 \text{ m/s}^2)^2 + (-0.0620 \text{ m/s}^2)^2} \\ &= 0.476 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\tan \theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-0.0620}{0.472} = -0.131$$

$$\theta = \tan^{-1}(-0.131) = -7.46^\circ$$

# PRIMJERI SUSTAVA KOJI NISU U RAVNOTEŽI



težina tereta s kolicima je 300 N  
sila  $F$  je 20 N  
kolika je akceleracija  $a$ ? koliki put će prijeći u 2 s?

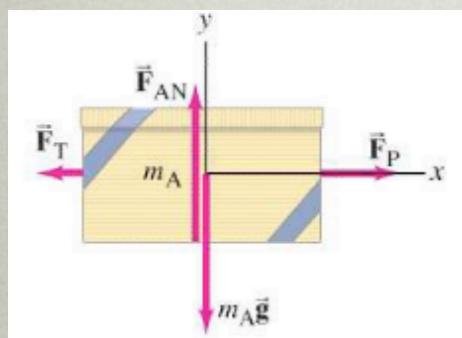
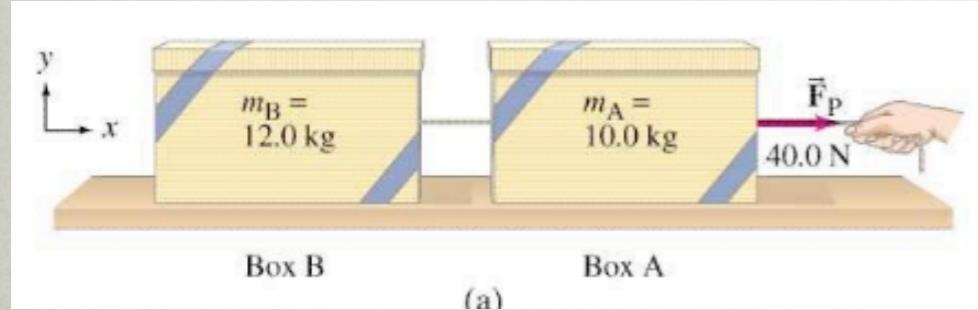
$$m = \frac{w}{g} = \frac{3.00 \times 10^2 \text{ N}}{9.80 \text{ m/s}^2} = 30.6 \text{ kg}$$

$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{20.0 \text{ N}}{30.6 \text{ kg}} = 0.654 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{1}{2} (0.654 \text{ m/s}^2) (2.00 \text{ s})^2 = 1.31 \text{ m}$$

# PRIMJERI SUSTAVA KOJI NISU U RAVNOTEŽI

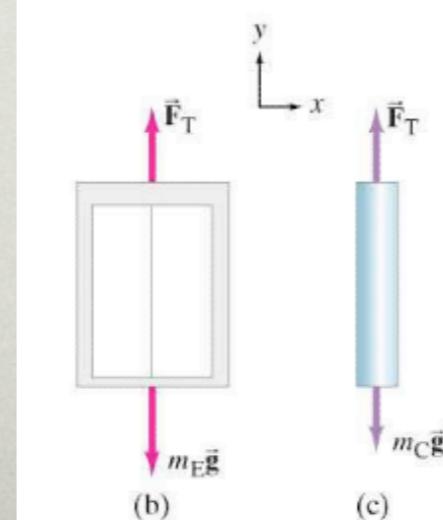
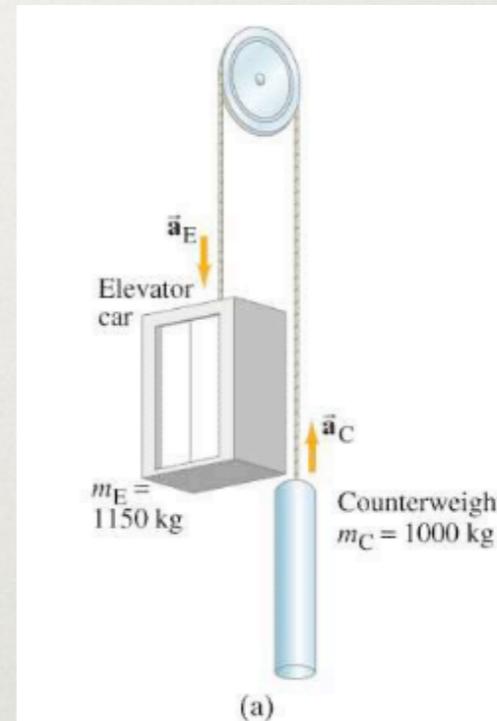
Primjer: dvije povezane kutije:



$$\sum F_x = F_P - F_T = m_A a_A.$$

$$\sum F_x = F_T = m_B a_B.$$

Atwoodov padostroj:



$$m_E g - F_T = m_E a$$

$$F_T - m_c g = m_c a$$

# KONCEPTUALNO PITANJE

Kutije različitih masa postavljene su jedna do druge na podlozi bez trenja.

Sila kojom lijeva kutija djeluje na desnu je

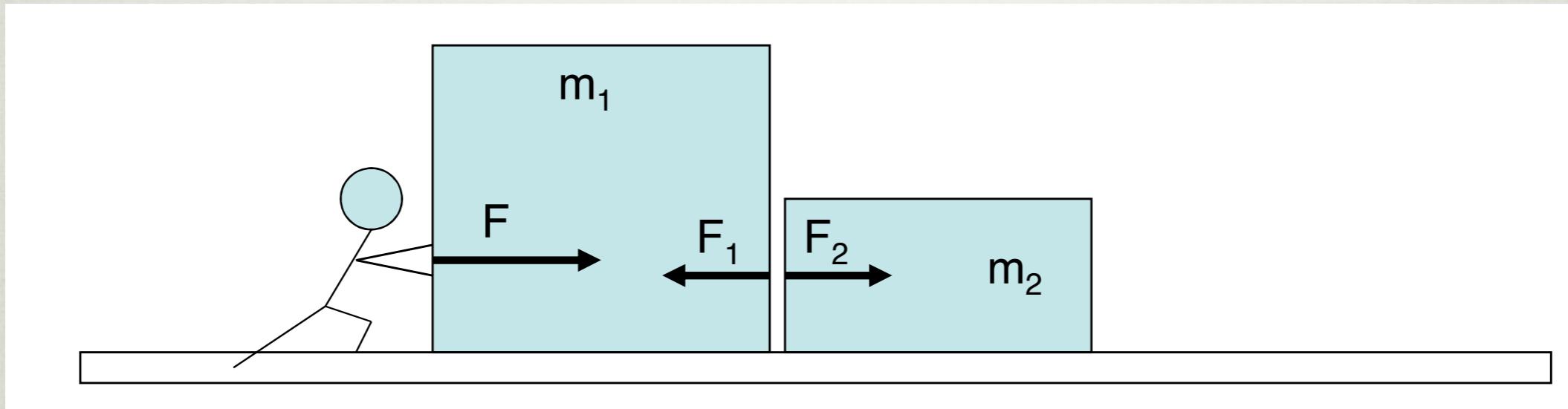
- veća u prvom slučaju
- veća u drugom slučaju
- ista u oba slučaja



$$a = F/m$$

# KONCEPTUALNO PITANJE

---

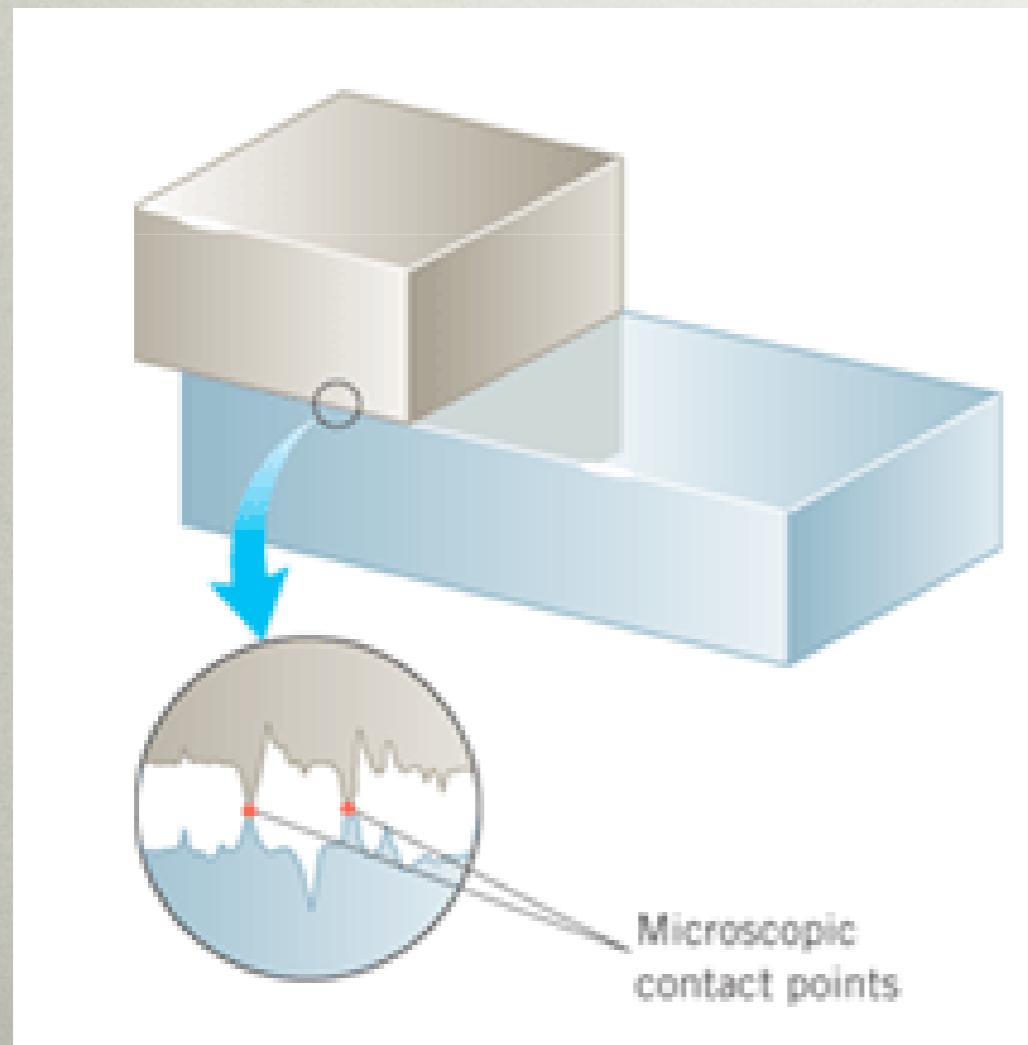


Koje od navedenih relacija su ispravne?

- a)  $a_1 = F / (m_1 + m_2)$
- b)  $a_1 = F_2 / m_2$
- c)  $a_1 = (F - F_1) / m_1$
- d) sve navedene

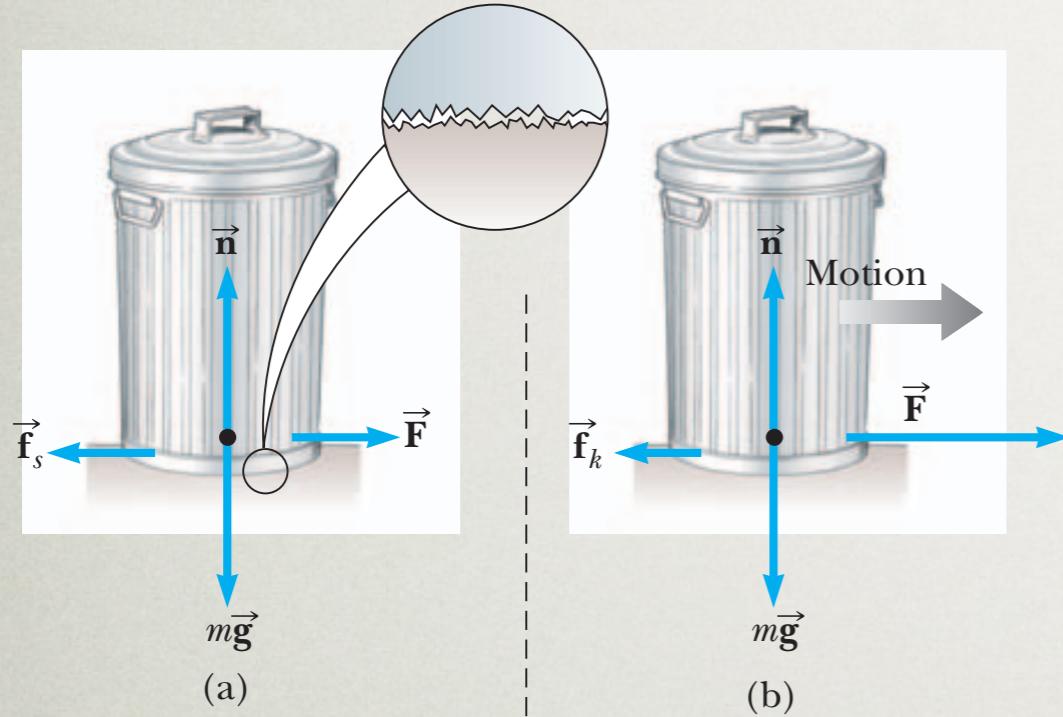
# STATIČKO I DINAMIČKO TRENJE

Na tijelo u kontaktu s površinom djeluje normalna sila. Kada se objekt kreće ili pokušava gibati duž površine, javlja se sila paralelna površini: sila trenja (trenje).

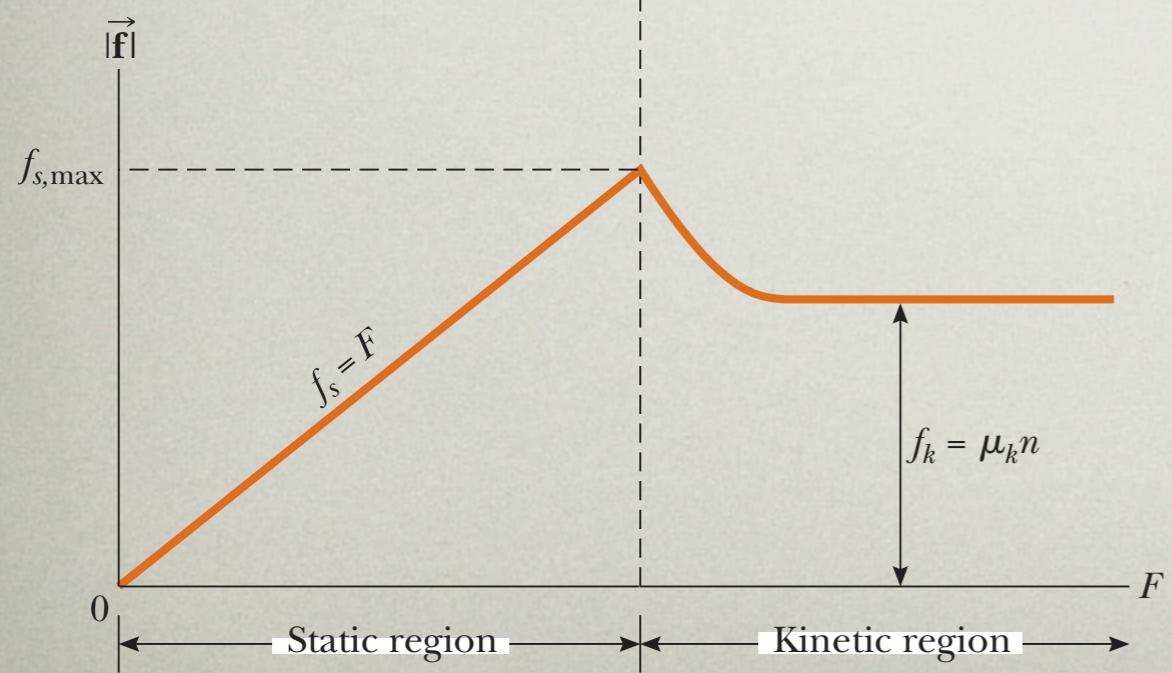


Mikroskopski prikaz područja kontakta između površina. Porijeklo sile trenja je u kontaktima između molekula različitih tijela na njihovoј površini.

# STATIČKO I DINAMIČKO TRENJE



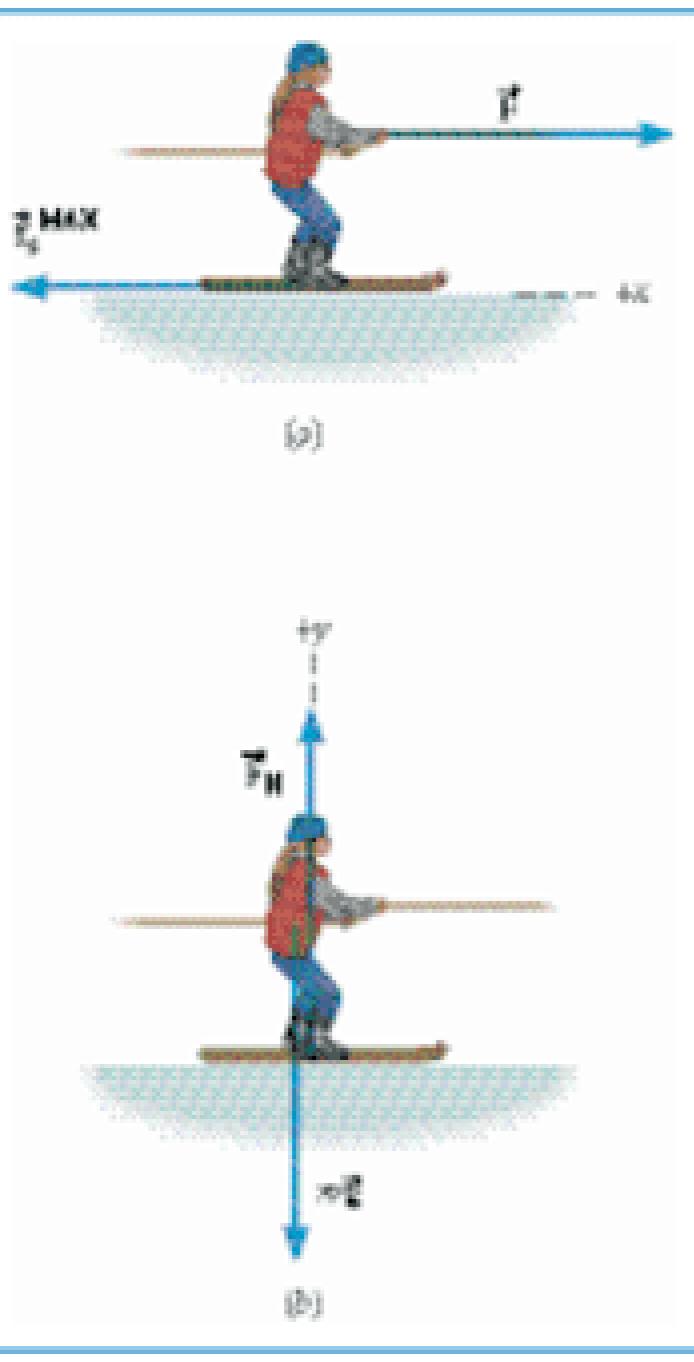
- a) sila povlačenja tijela uravnotežuje se sa silom statičkog trenja
- b) daljnjim povećanjem sile povlačenja povećava se sila statičkog trenja
- c) u trenutku prije nego što se tijelo počne gibati, sila statičkog trenja je maksimalna



Sila statičkog trenja može poprimiti bilo koju vrijednost između 0 i  $F_{\max}$ , a maksimalna vrijednost dana je s

$$F_{s\max} = \mu_s F_N$$

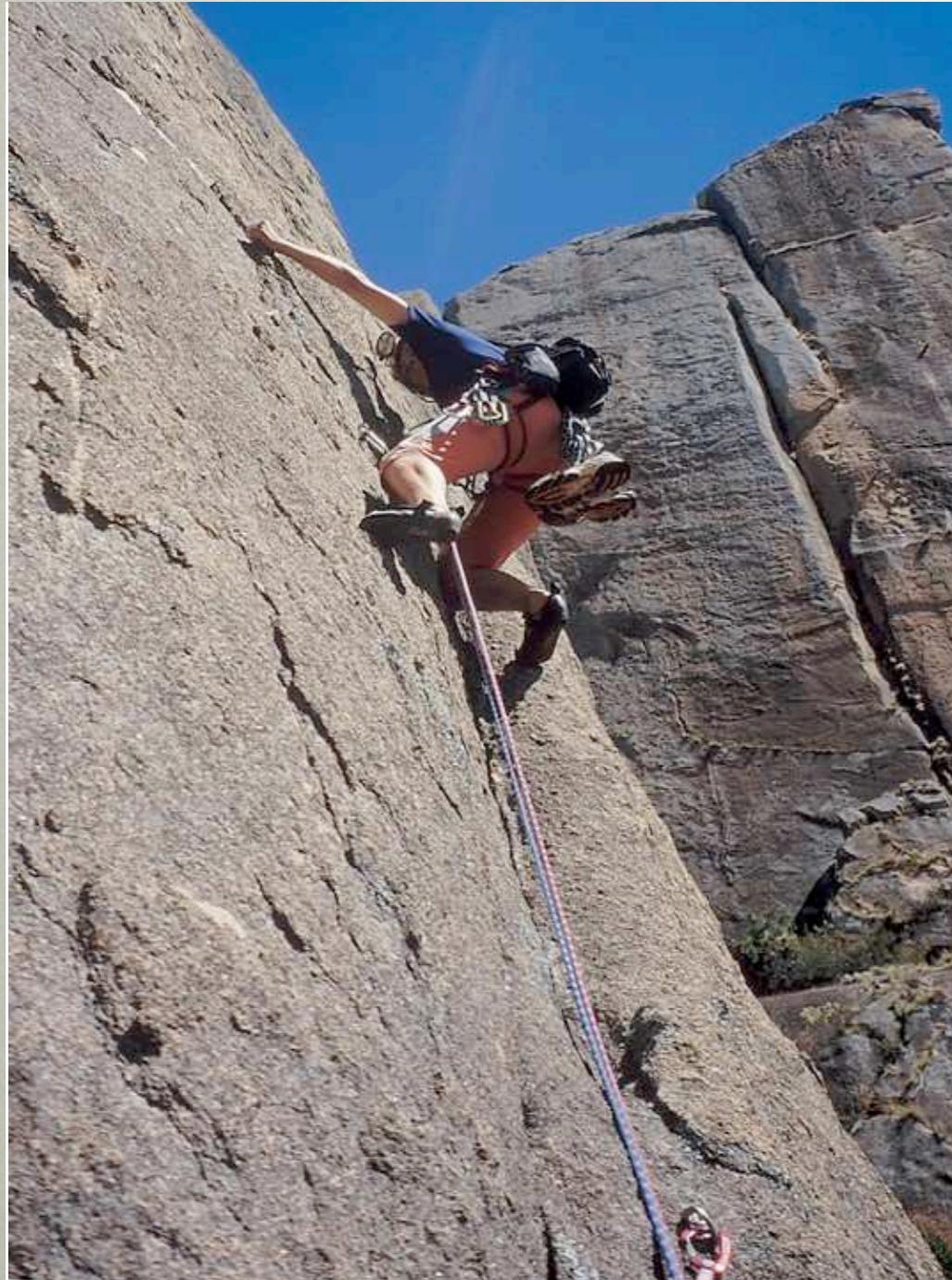
# STATIČKO I DINAMIČKO TRENJE



Primjer: Sila potrebna da se skijaš na vodi pokrene.

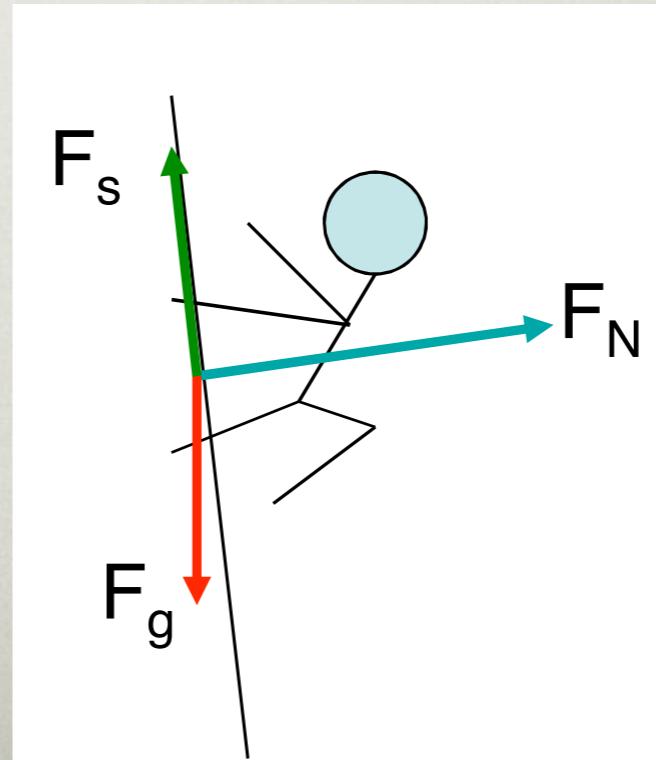
- dvije jednakе horizontalne sile djeluju na skijaša trenutak prije početka gibanja
- dvije jednakе vertikalne sile djeluju na skijaša

# STATIČKO I DINAMIČKO TRENJE

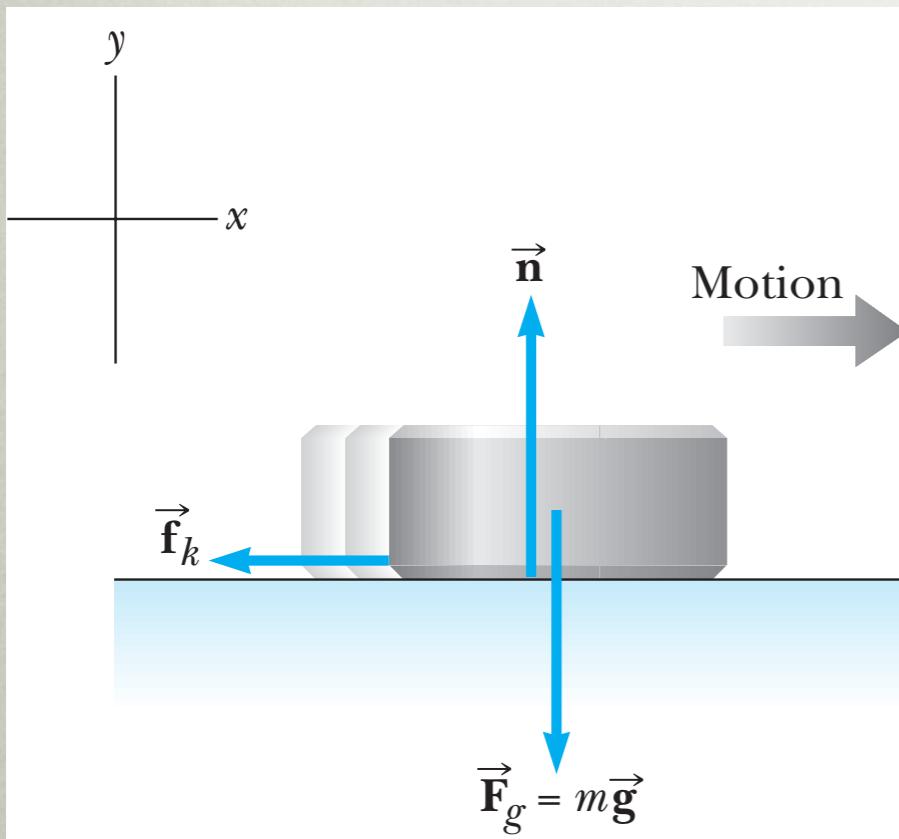


Fizika slobodnog penjanja

Penjačica rukama i nogama pritišće stijenu čime izaziva dovoljno veliku okomitu silu, i tada sile statickog trenja mogu izdržati njenu težinu.



# STATIČKO I DINAMIČKO TRENJE



## Dinamičko trenje

Sila dinamičkog trenja javlja se kada se tijelo kreće po površini. Ona se uvijek opire kretanju. Sila dinamičkog trenja obično je manja od sile statičkog trenja.

Sila dinamičkog trenja u dobroj aproksimaciji ne ovisi o veličini kontaktne površine i o brzini tijela (ako nije prevelika), te vrijedi

$$F_k = \mu_k F_N$$

# STATIČKO I DINAMIČKO TRENJE

Materijal	Koeficijent statičkog trenja $\mu_s$	Koeficijent dinamičkog trenja $\mu_k$
Staklo na staklu	0.94	0.4
Led na ledu	0.1	0.02
Guma na suhom betonu	1	0.8
Guma na mokrom betonu	0.7	0.5
Čelik na ledu	0.1	0.05
Drvo na drvu	0.35	0.3

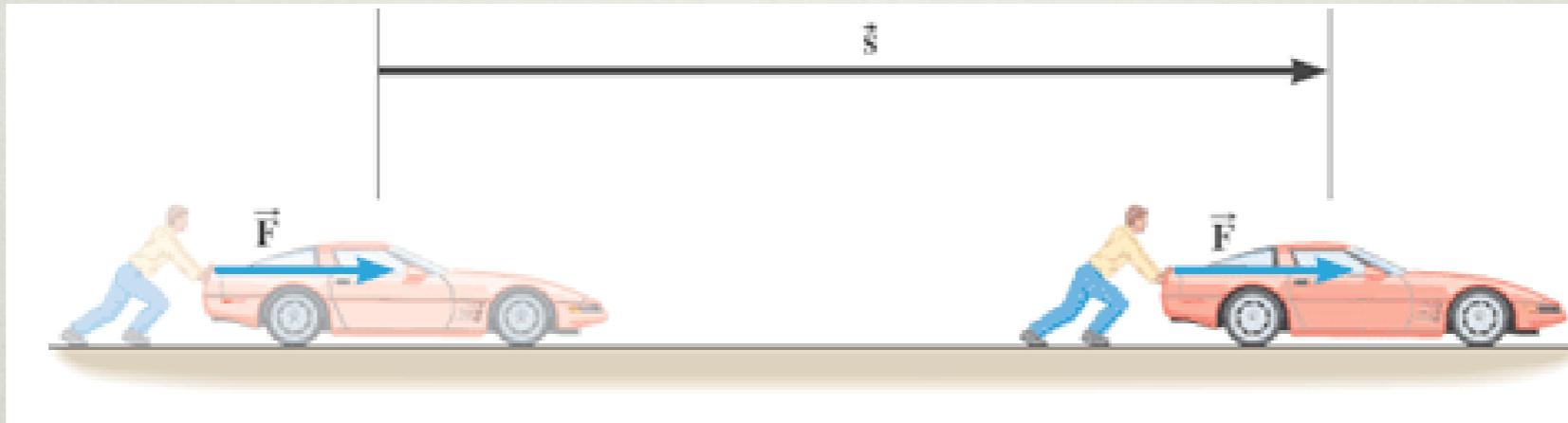
[link 2](#)

[link 3](#)

# RAD I ENERGIJA

*Princip očuvanja energije*

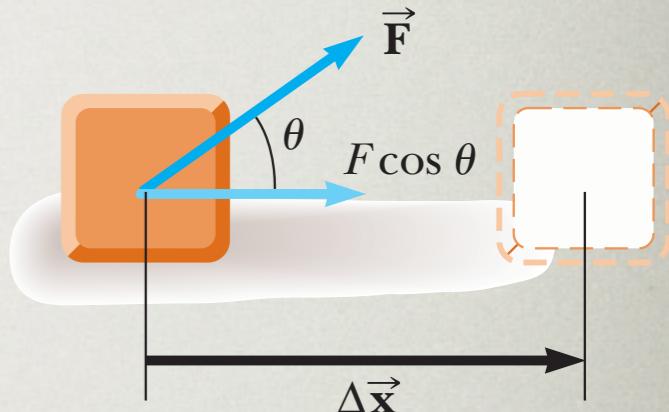
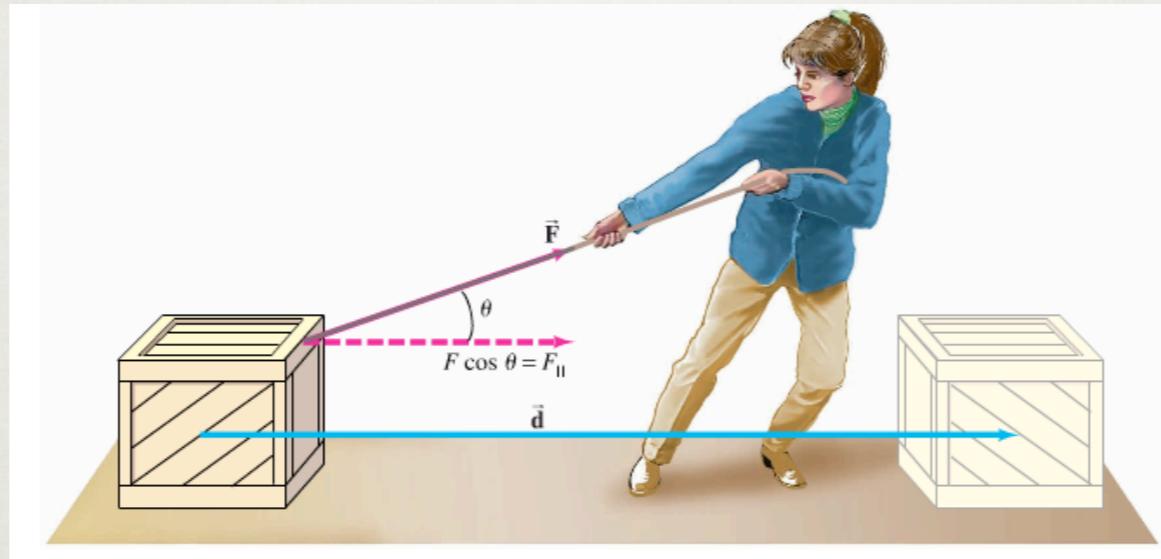
Energija se ne može stvoriti ili uništiti, već se samo može mijenjati iz jednog oblika u drugi.



Čovjek na auto djeluje konstatnom silom  $F$  na putu  $s$ , u smjeru puta.  
Pri tome je izvršen rad:

$$W = F \cdot s \text{ [J]}$$

# RAD I ENERGIJA

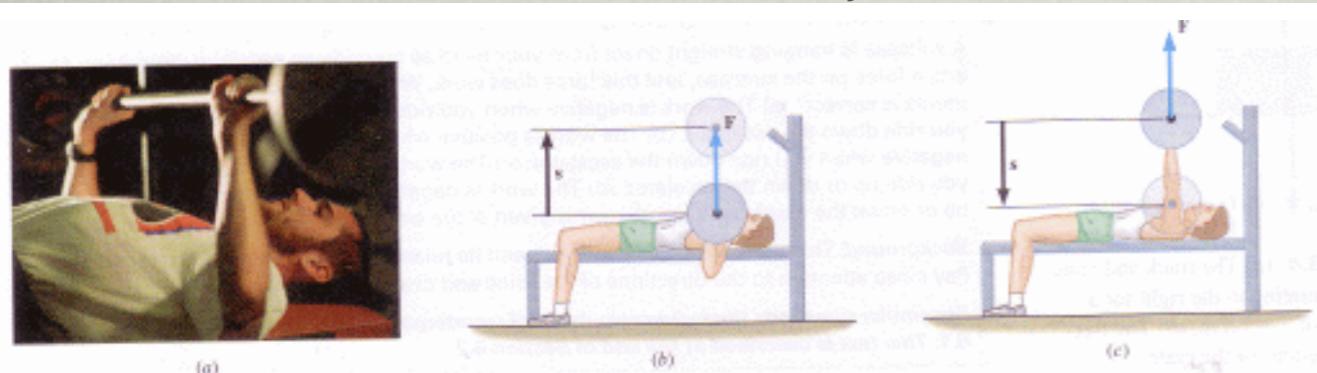


Sila i pomak ne moraju biti u istom smjeru!

Rad je tada dan kao umnožak komponente sile u smjeru pomaka i pomaka (skalarni umnožak vektora sile i pomaka):

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot \cos(\theta) \cdot s, \quad W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Predznak rada ovisi o smjeru sile u odnosu na smjer pomaka:



- b)  $W > 0$   
c)  $W < 0$

# RAD I ENERGIJA

---

Pojam rada vezan je uz gibanje. Ako se tijelo ne giba, rad je nula bez obzira ako na njega djelujemo silom.



# RAD I ENERGIJA

**Problem** An Eskimo returning from a successful fishing trip pulls a sled loaded with salmon. The total mass of the sled and salmon is 50.0 kg, and the Eskimo exerts a force of  $1.20 \times 10^2$  N on the sled by pulling on the rope.

- (a) How much work does he do on the sled if the rope is horizontal to the ground ( $\theta = 0^\circ$  in Figure 5.6) and he pulls the sled 5.00 m? (b) How much work does he do on the sled if  $\theta = 30.0^\circ$  and he pulls the sled the same distance? (Treat the sled as a point particle, so details such as the point of attachment of the rope make no difference.)

**Strategy** Substitute the given values of  $F$  and  $\Delta x$  into the basic equations for work, Equations 5.1 and 5.2.

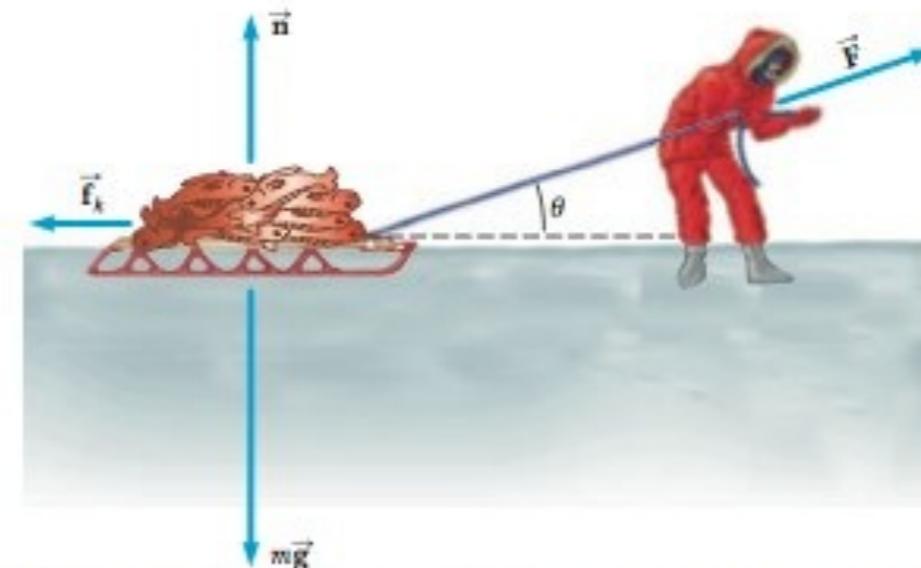
## Solution

- (a) Find the work done when the force is horizontal.

Use Equation 5.1, substituting the given values:

- (b) Find the work done when the force is exerted at a  $30^\circ$  angle.

Use Equation 5.2, again substituting the given values:



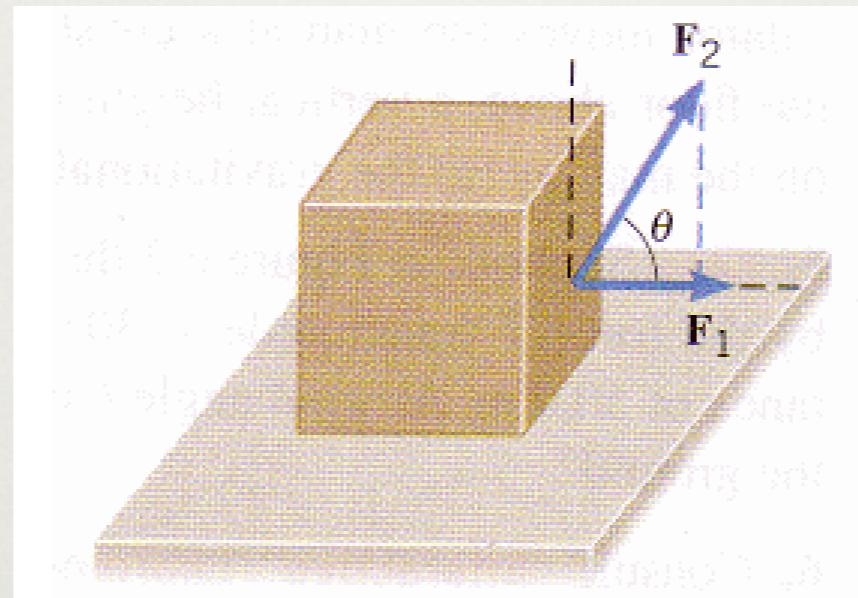
**Figure 5.6** (Examples 5.1 and 5.2) An Eskimo pulling a sled with a rope at an angle  $\theta$  to the horizontal.

$$W = F\Delta x = (1.20 \times 10^2 \text{ N})(5.00 \text{ m}) = 6.00 \times 10^2 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} W &= (F \cos \theta)\Delta x = (1.20 \times 10^2 \text{ N})(\cos 30^\circ)(5.00 \text{ m}) \\ &= 5.20 \times 10^2 \text{ J} \end{aligned}$$

# KONCEPTUALNO PITANJE

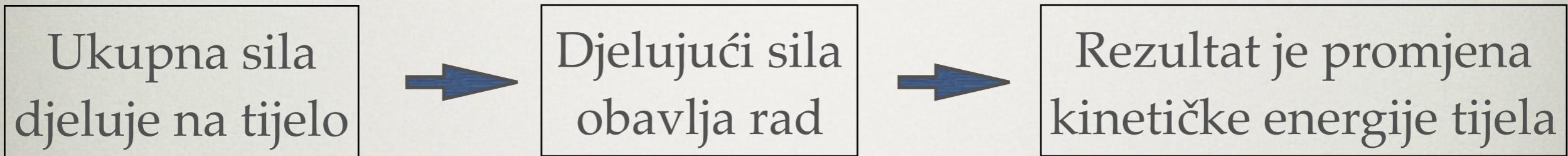
---



Dvije sile djeluju na kutiju priказанu na slici i pomiču ju po podu.  
Koja od ovih dviju sila obavlja veći rad?

- a) sila  $F_1$
- b) sila  $F_2$
- c) obje obavljaju isti rad koji nije nula
- d) obje obavljaju rad koji je jednak nuli

# RAD, SNAGA I ENERGIJA



Rad vanjske sile

$$F = m \cdot a$$

$$W = F \cdot s$$

$$v^2 - v_0^2 = 2 a \cdot s$$



$$W = F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$$

Teorem rada  
i energije



$$v = a \cdot t + v_0$$

$$s = a \cdot t^2 / 2 + v_0 \cdot t$$

jednadžbe kinematike

Kinetička energija  $E_k = \frac{1}{2} mv^2$

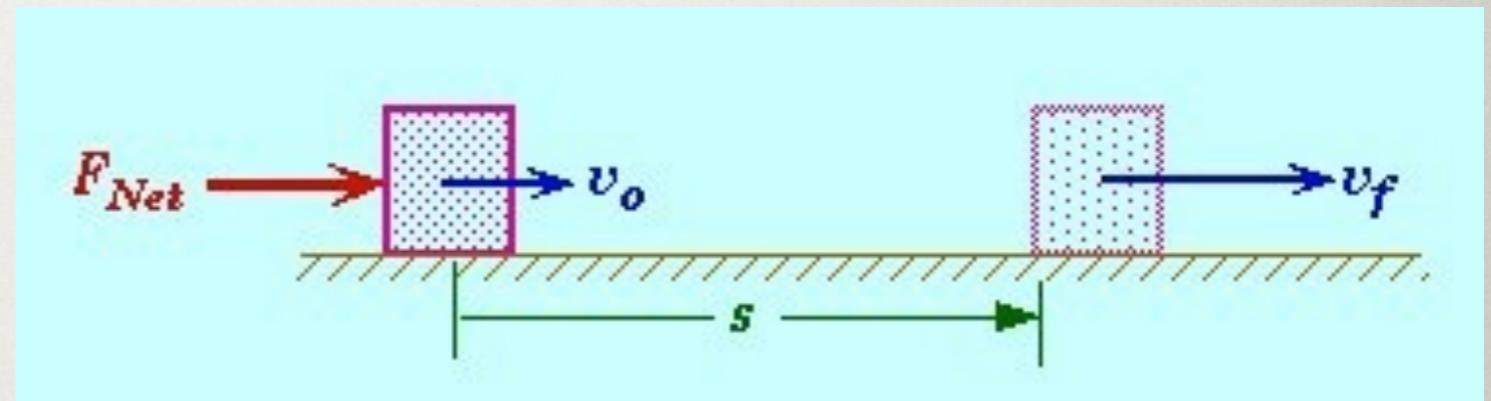
Definicija  
prosječne  
snage

$$P = \frac{W}{t}$$

[Watt W = J / s]

# IZVOD TEOREMA RAD-ENERGIJA

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds} \frac{ds}{dt} = v \frac{dv}{ds}$$



II Newtonov zakon:

$$W_{uk} = \int_{s_0}^{s_f} F_{uk} ds = \int_{s_0}^{s_f} ma ds = \int_{s_0}^{s_f} mv \frac{dv}{ds} ds = \int_{v_0}^{v_f} mv dv =$$

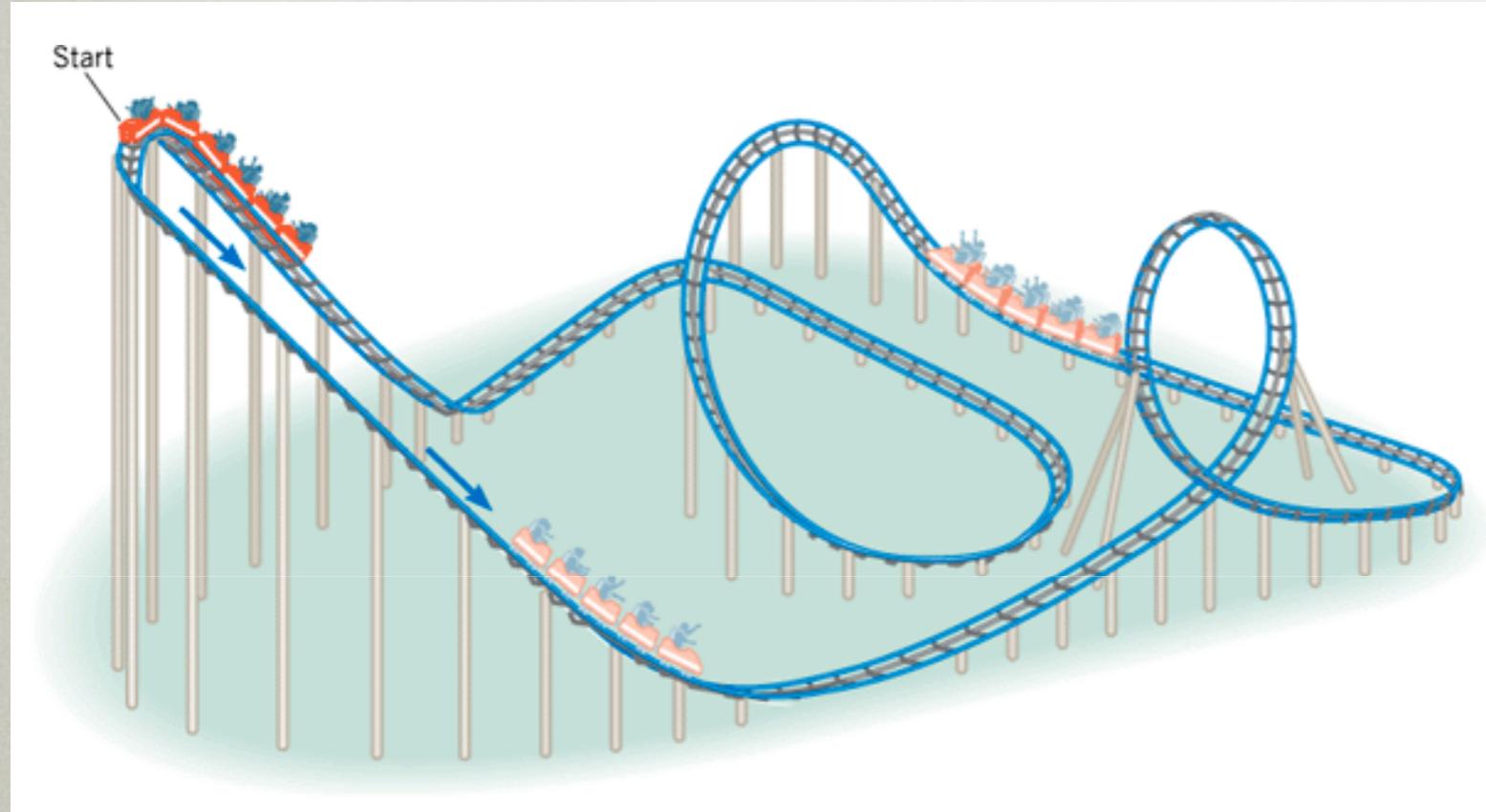
$$= m \int_{v_0}^{v_f} v dv = m \left. \frac{v^2}{2} \right|_{v_0}^{v_f} = \frac{1}{2} mv_f^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

# RAD, SNAGA I ENERGIJA



$$W = F \cdot s = \frac{1}{2}mv^2$$

# KONZERVATIVNE SILE



Rad gravitacijske sile  
ne ovisi o putu!  
 $W = 0$  za zatvorenu putanju.

## DEFINICIJA KONZERVATIVNE SILE

Sila je konzervativna kada rad te sile na tijelo ne ovisi o putu između početne i konačne točke.  
Rad konzervativne sile na zatvorenom putu je 0.

KONZERVATIVNE SILE  
NEKONZERVATIVNE SILE

gravitacijska, elastična, električna...  
statičko i dinamičko trenje, sila napetosti,  
okomita sila

# ZAKON OČUVANJA MEHANIČKE ENERGIJE

MEHANIČKA  
ENERGIJA

$$E = E_k + E_p$$

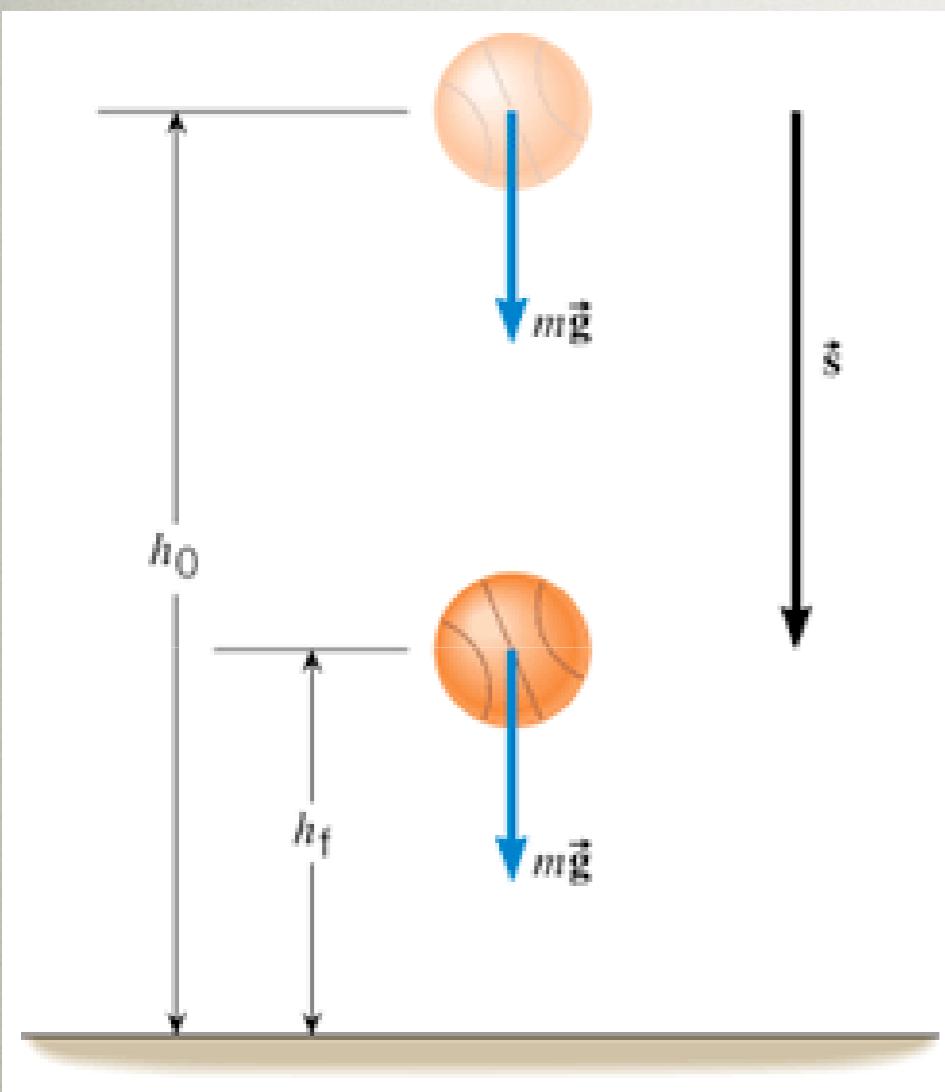
Ako djeluju nekonzervativne sile, mehanička energija nije očuvana!

$$W_{nc} = E_f - E_0 \neq 0$$

ZAKON OČUVANJA  
MEHANIČKE ENERGIJE  
( $W_c = 0$ )

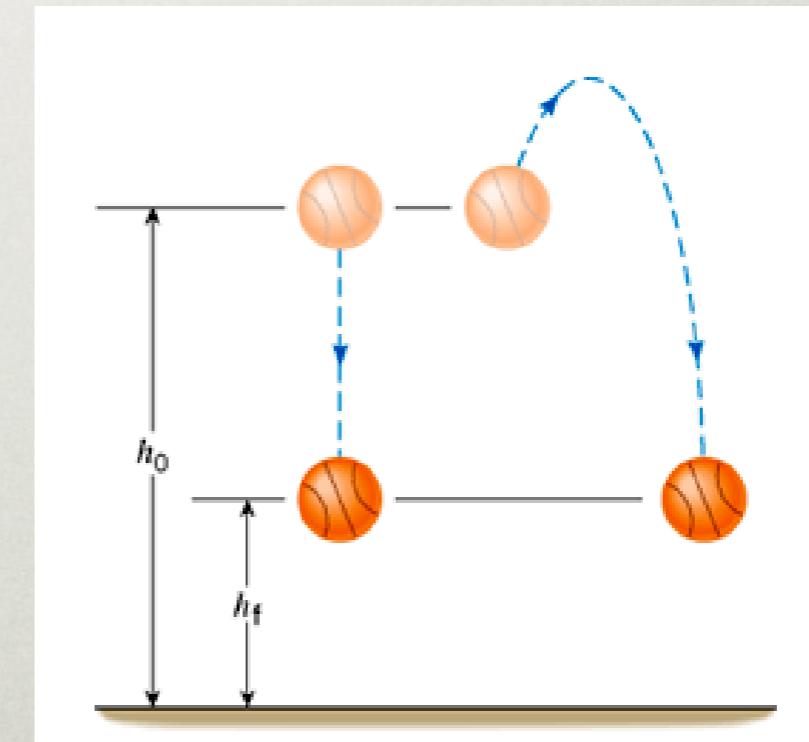
$$\begin{aligned} W_c &= 0 = E_f - E_0 \\ E_f - E_0 &\longrightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 \end{aligned}$$

# RAD GRAVITACIJSKE SILE



Rad gravitacijske sile tokom slobodnog pada:

$$W_{gr} = (mg \cos 0^\circ)(h_0 - h_f) = mg(h_0 - h_f)$$



Rad ovisi samo o razlici visina.

# RAD GRAVITACIJSKE SILE



Polje gravitacije je konzervativno!

Rad koji je uložen penjanjem po ljestvama  
vraća se u obliku kinetičke energije  
prilikom skoka ili spuštanjem niz  
tobogan bez trenja

# NEKONZERVATIVNE SILE

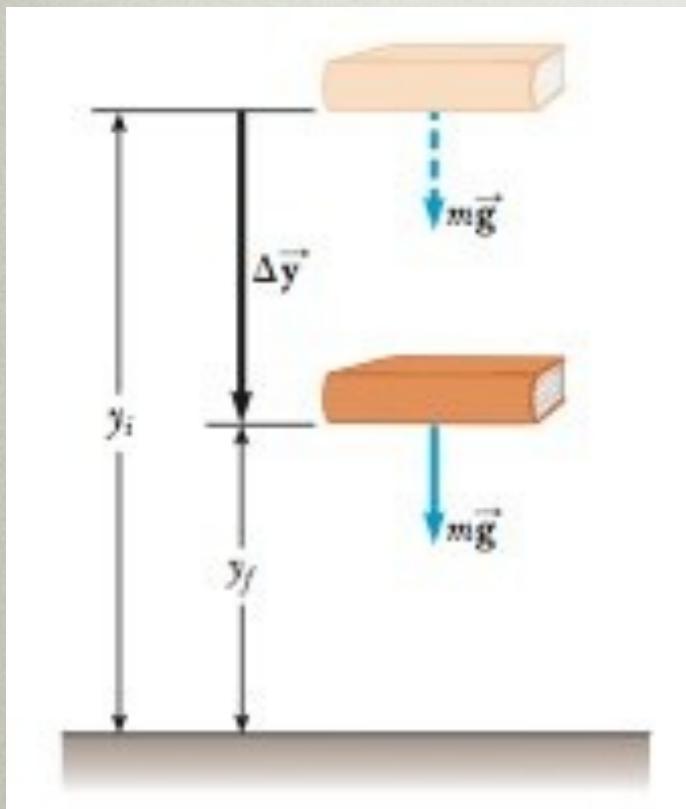
---



Trenje - nekonzervativna sila!  
Rad sile trenja prilikom izravnog pomicanja  
knjige iz točke A u točku B je tri puta manji  
od rada sile trenja prilikom pomicanja knjige  
po segmentima A-D-C-A

# GRAVITACIJSKA POTENCIJALNA ENERGIJA

Rad gravitacijske sile  
tokom slobodnog pada



Gravitacijska potencijalna  
energija [J]

$$W = mgy_i - mgy_f$$

početna  
gravitacijska  
potencijalna  
energija  
 $E_{p0}$

konačna  
gravitacijska  
potencijalna  
energija  
 $E_{pf}$

$$E_p = mg\Delta y$$

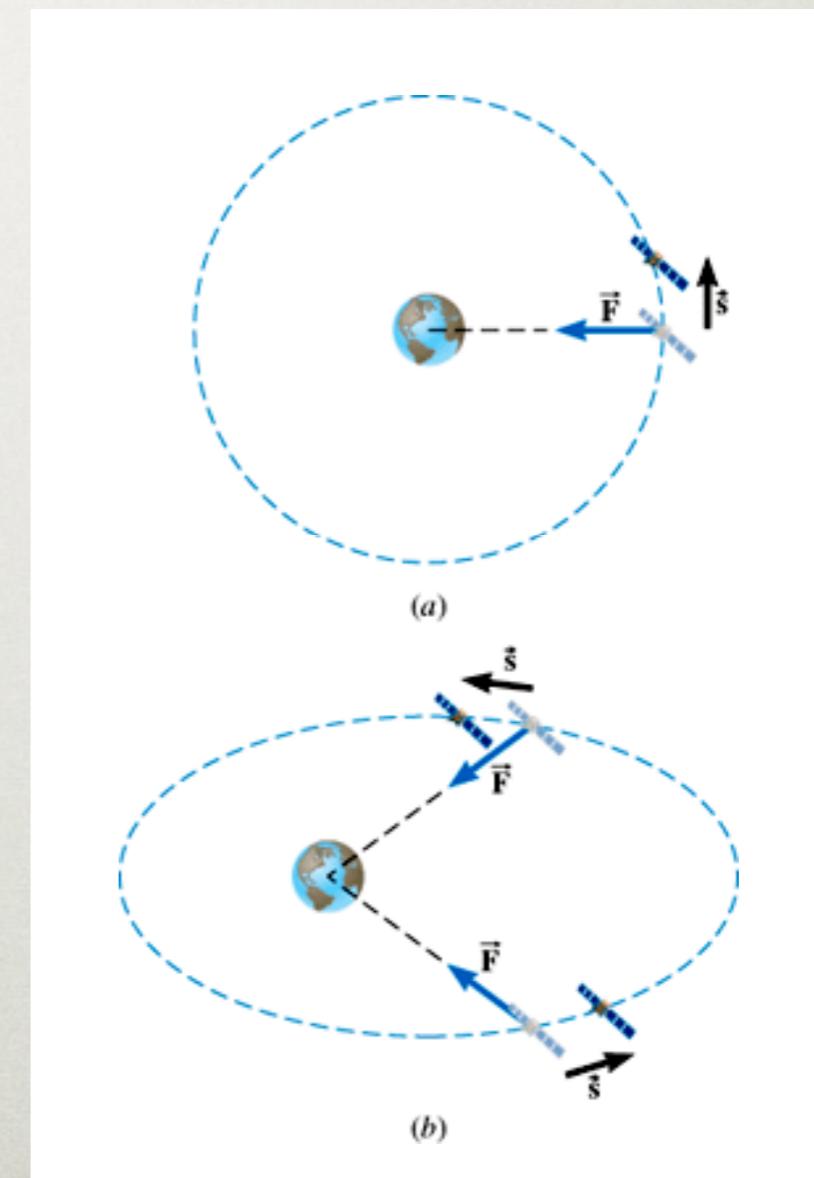
# KONCEPTUALNO PITANJE

Satелит се гира око Земље по

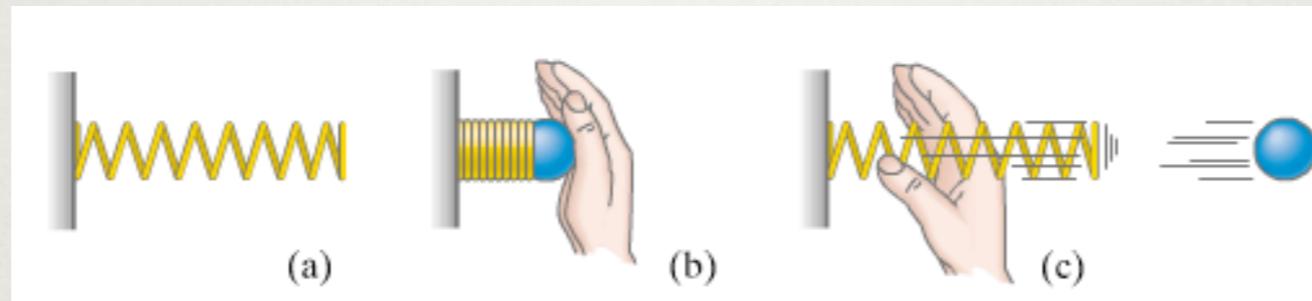
- a) кружној трајнији
- b) елиптичној трајнији

Рад гравитацијске сile је

- a) разлиčit од 0 u oba slučaja
- b) разлиčit od 0 u slučaju a)
- c) разлиčit od 0 u slučaju b)
- d) 0 u oba slučaja



# ELASTIČNA POTENCIJALNA ENERGIJA

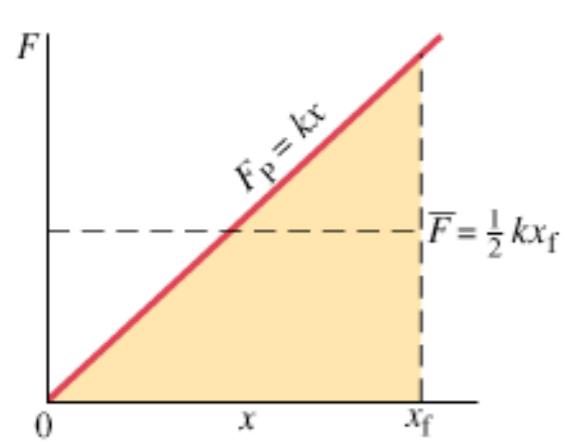


$$F_s = -kx$$

- jednadžba opruge ili Hookeov zakon

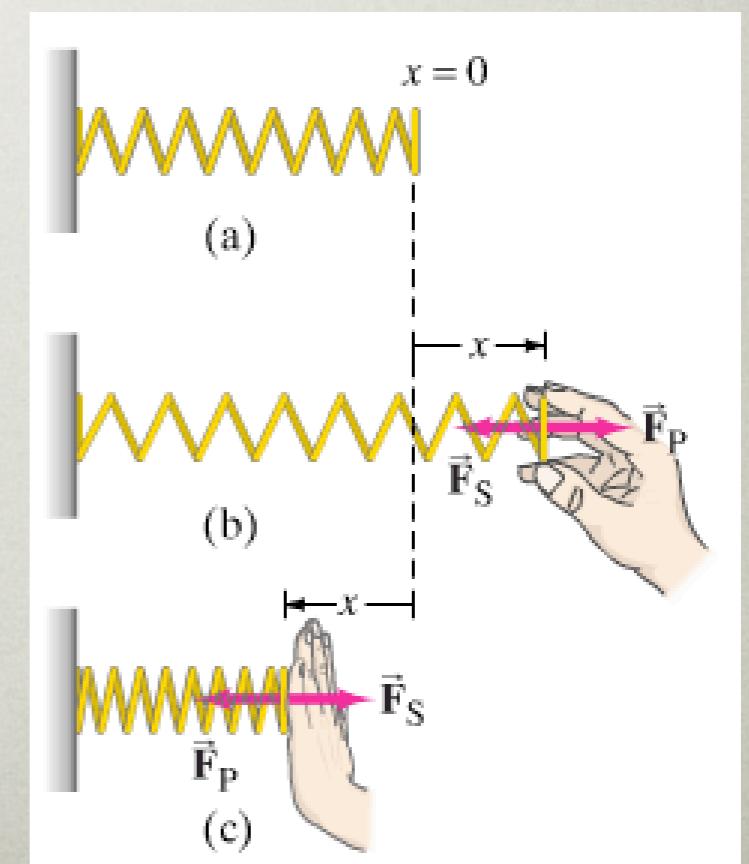
$$W = \bar{F} \cdot x = \frac{1}{2} [0 + kx] \cdot x = \frac{1}{2} kx^2$$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} kx dx = k \frac{x^2}{2}$$

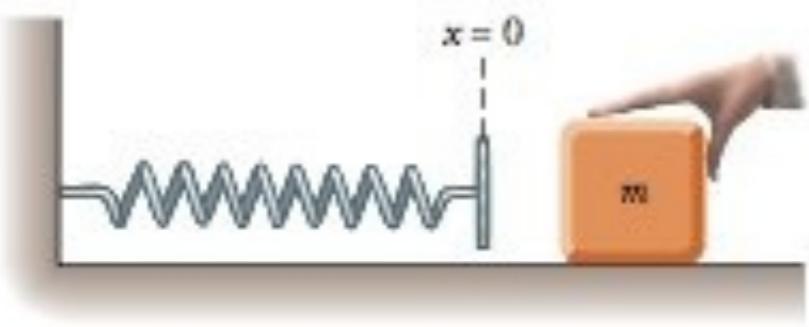


Elastična pot. en.

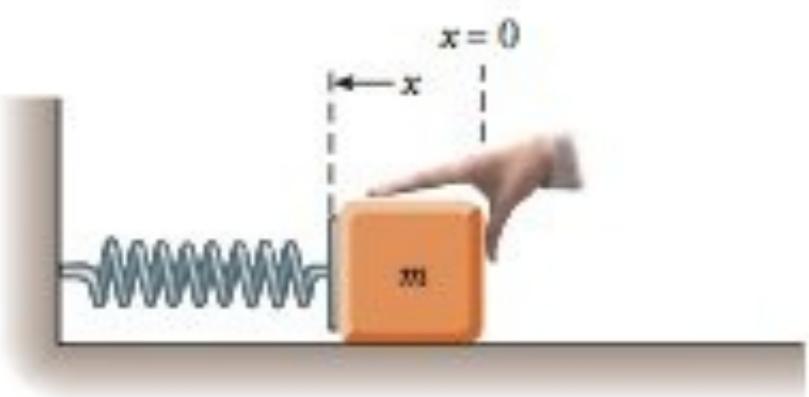
$$E_P = \frac{1}{2} kx^2$$



# ELASTIČNA POTENCIJALNA ENERGIJA

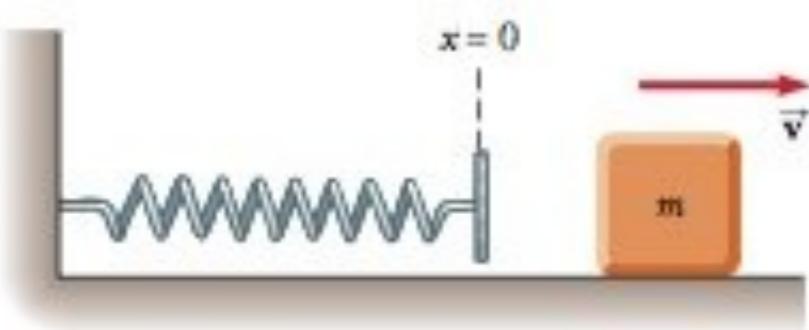


(a)



(b)

$$PE_i = \frac{1}{2}kx^2$$
$$KE_i = 0$$



(c)

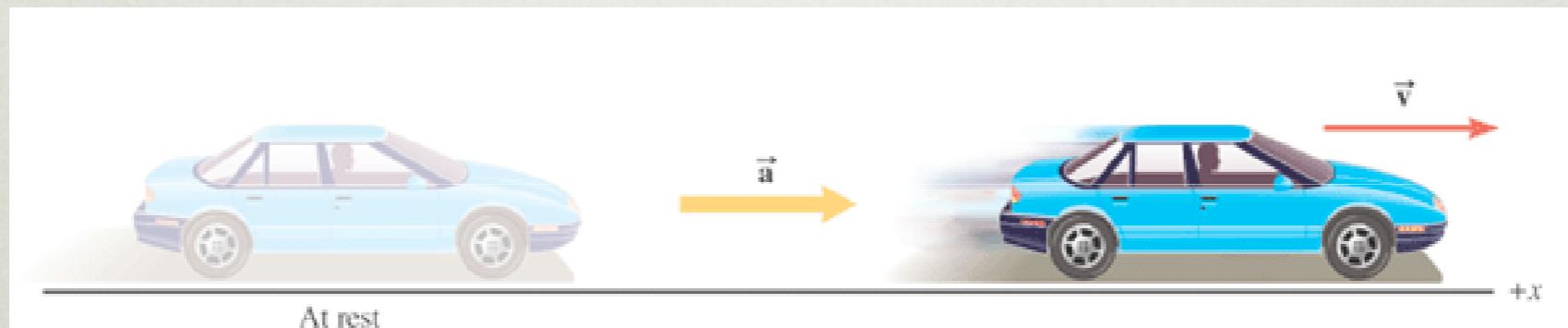
Elastična potencijalna energija pretvara se u kinetičku energiju tijela!

# SNAGA

Često je vrijeme potrebno da se rad obavi bitno (npr. kod ubrzanja auta)

DEFINICIJA  
PROSJEČNE  
SNAGE

$$P = \frac{W}{t} \quad [\text{Watt } W = \text{J / s}]$$



Motor automobila A ima veću snagu nego motor automobila B. Koja od tvrdnji ispravno opisuje sposobnost ovih motora da obavljaju rad:

- a) motori A i B mogu obaviti isti rad u istom vremenu
- b) u istom vremenu motor B može obaviti veći rad
- c) motori A i B mogu obaviti isti rad, ali ga motor A obavi brže

# SNAGA

---

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = F \cdot \bar{v}$$

Korisnost motora:  $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} < 1$

Snaga je brzina kojom se obavlja rad, ili brzina kojom se transformira energija!