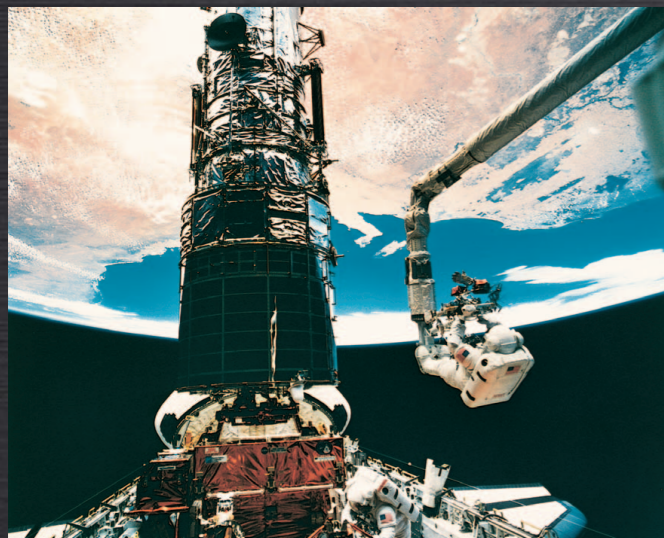


JEDNOLIKO GIBANJE PO KRUŽNICI



JEDNOLIKO GIBANJE PO KRUŽNICI

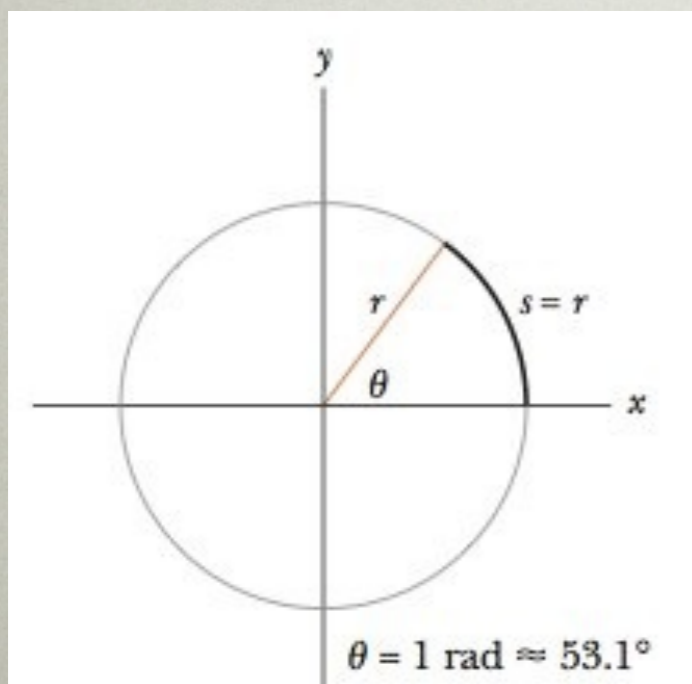
Pravocrtno gibanje:

pomak Δx , brzina v i ubrzanje a

Kružno gibanje:

kutni pomak $\Delta\theta$, kutna brzina ω i kutno ubrzanje α

Radian, jedinica kutne mjere

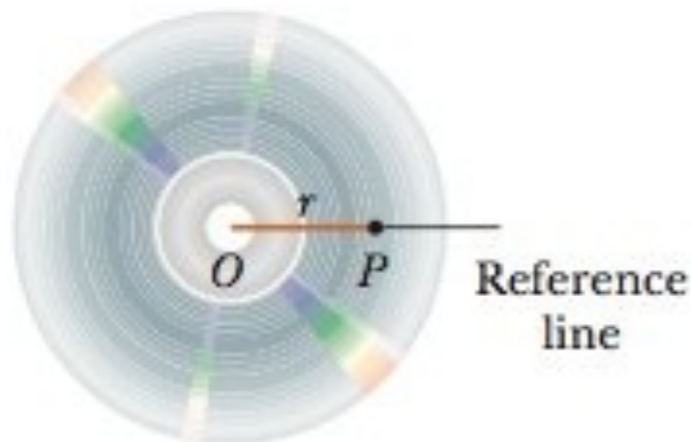


$$\theta = \frac{s}{r}$$

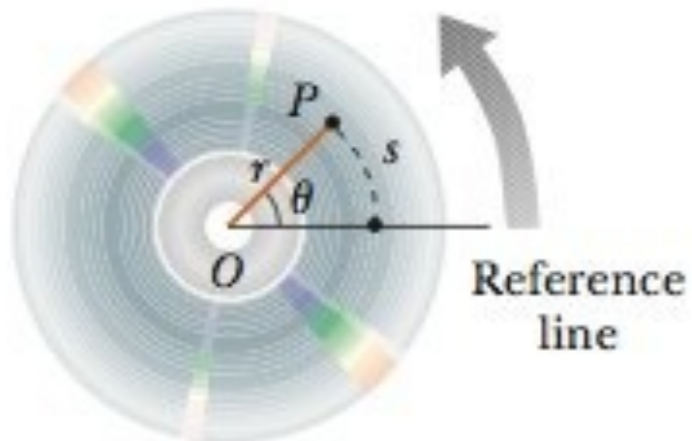
$$360^\circ = \frac{2r\pi}{r} = 2\pi \text{ [rad]}$$

$$x^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot x \text{ [rad]}$$

JEDNOLIKO GIBANJE PO KRUŽNICI



(a)



(b)

Kutni pomak:

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i \quad (\text{u radijanima!})$$

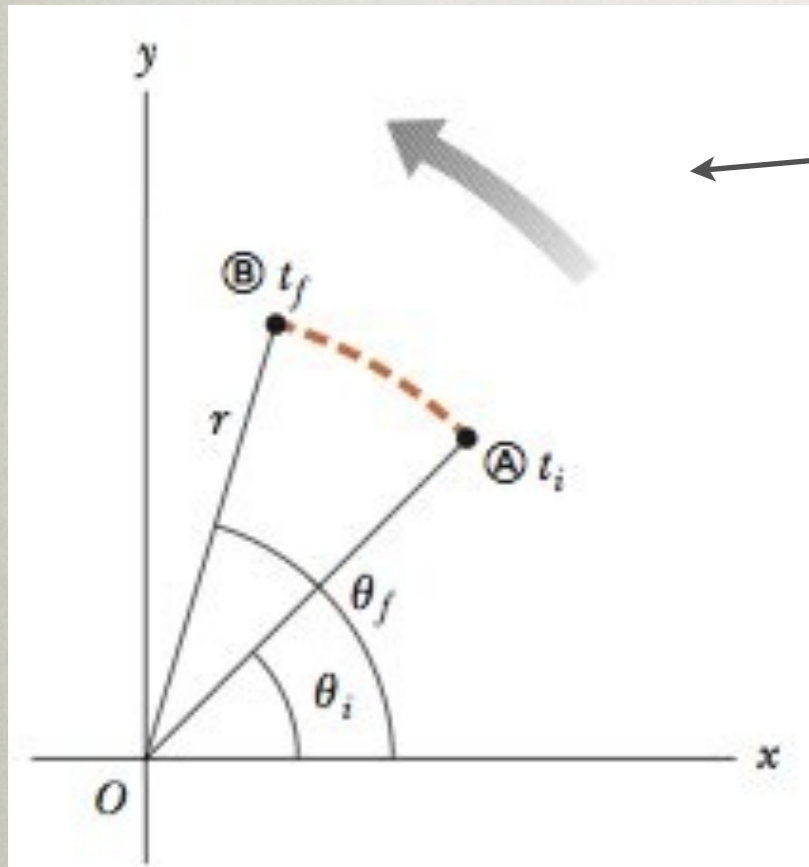
Srednja kutna brzina:

$$\omega_{av} \equiv \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (\text{rad/s, s}^{-1})$$

Srednje kutno ubrzanje:

$$\alpha \equiv \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (\text{rad/s}^2, \text{s}^{-2})$$

JEDNOLIKO GIBANJE PO KRUŽNICI



pozitivan smjer (pozitivna brzina)
- suprotno smjeru gibanja kazaljke na satu

Trenutna kutna brzina:

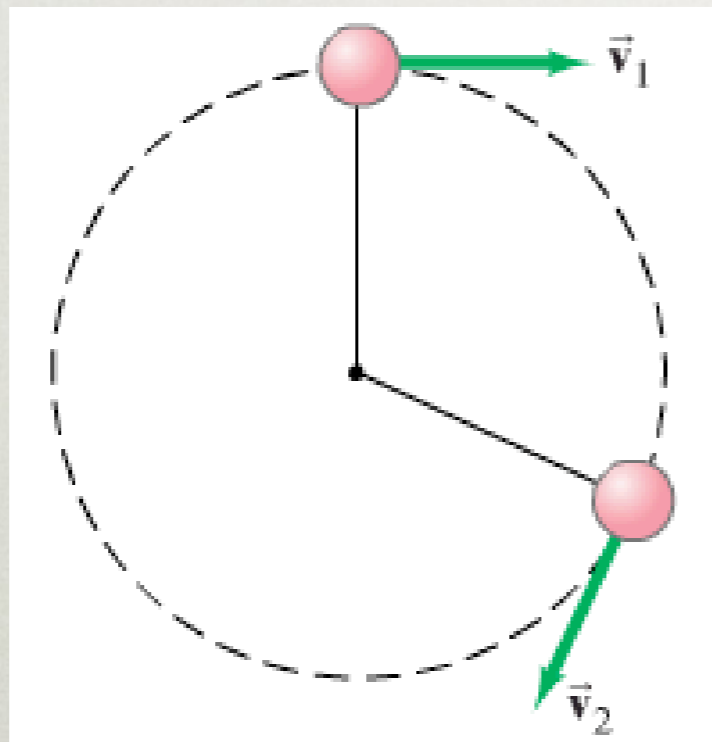
$$\omega \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

Trenutno kutno ubrzanje:

$$\alpha \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

JEDNOLIKO GIBANJE PO KRUŽNICI

Jednoliko gibanje po kružnici je gibanje tijela konstantnom (jednolikom) brzinom po kružnoj putanji.



Oprez!
Konstantan je samo
iznos vektora brzine,
ne i njegov smjer!

Umjesto brzinom, ovo gibanje možemo
definirati i periodom ophodnje T

$$\text{Veza brzine i perioda: } v = \frac{2\pi r}{T}$$

CENTRIPETALNA SILA

Tijelo se ne giba pravocrtno $\xrightarrow{\text{1. Newtonov zakon}}$ ukupna sila koja djeluje na njega $\neq 0$

Centripetalna sila $\xrightarrow{\text{2. Newtonov zakon}}$ Centripetalno ubrzanje

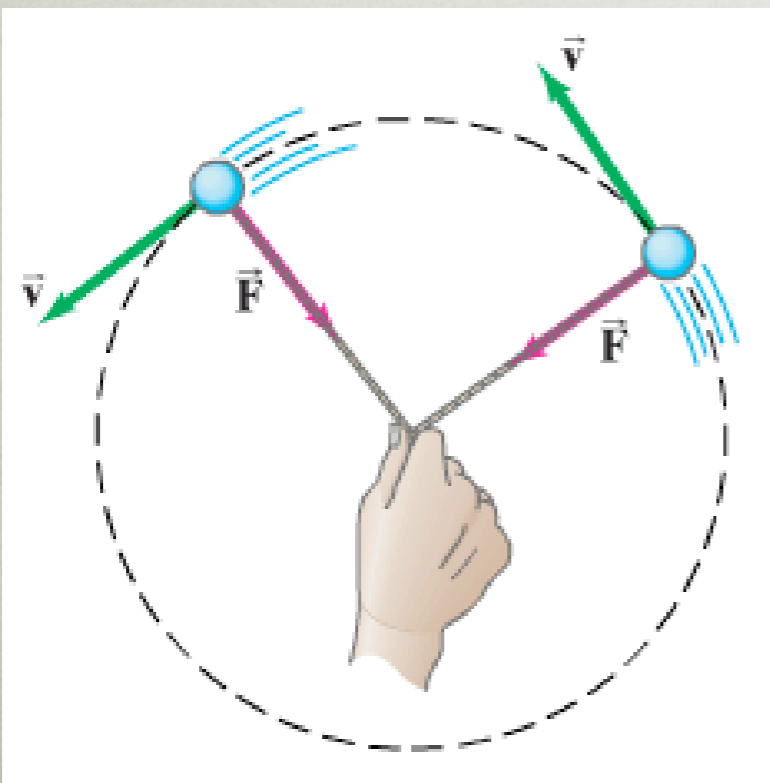
$$F_C = \frac{mv^2}{r}$$

Centripetalna sila je ukupna sila koja je potrebna da bi se tijelo mase m gibalo brzinom v po kružnoj putanji polumjera r . Ona je uvijek usmjerena prema središtu kružnice i mijenja se kako se tijelo giba.

CENTRIPETALNA SILA

Centripetalna sila nije nova sila u prirodi!

Naziv centripetalna sila označava rezultantnu silu koja je usmjerena prema središtu kružne putanje. Ona se može sastojati od sile napetosti, sile trenja, okomite sile ili gravitacijske sile (jedne od njih ili kombinacije)

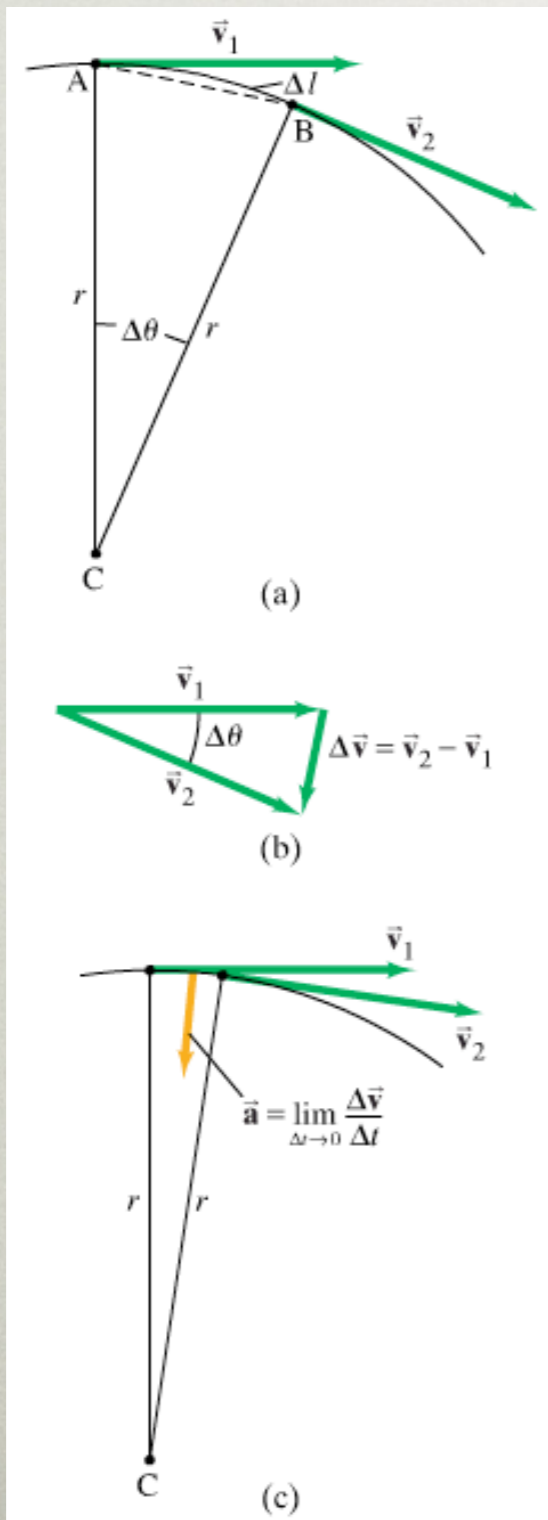


Primjer:

Sila napetosti kao centripetalna sila!

$$F_C = T = \frac{mv^2}{r}$$

CENTRIPETALNO UBRZANJE



$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

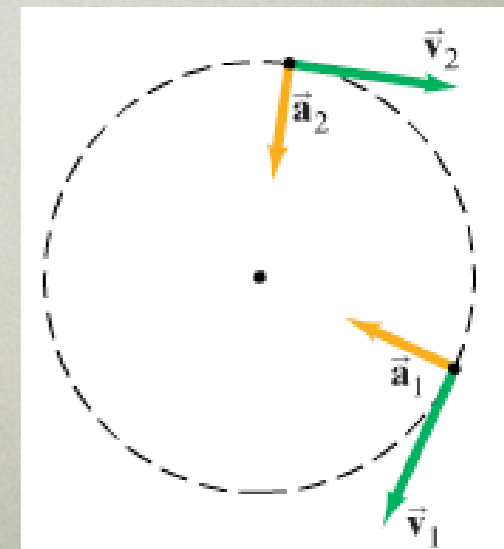
$$\frac{\Delta \vec{v}}{v} \approx \frac{\Delta l}{r}$$

$$\Delta v = \frac{v}{r} \Delta l$$

$$a_R = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{v}{r} \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

$$a_R = \frac{v^2}{r}$$

v - obodna brzina, r - polumjer kružnice

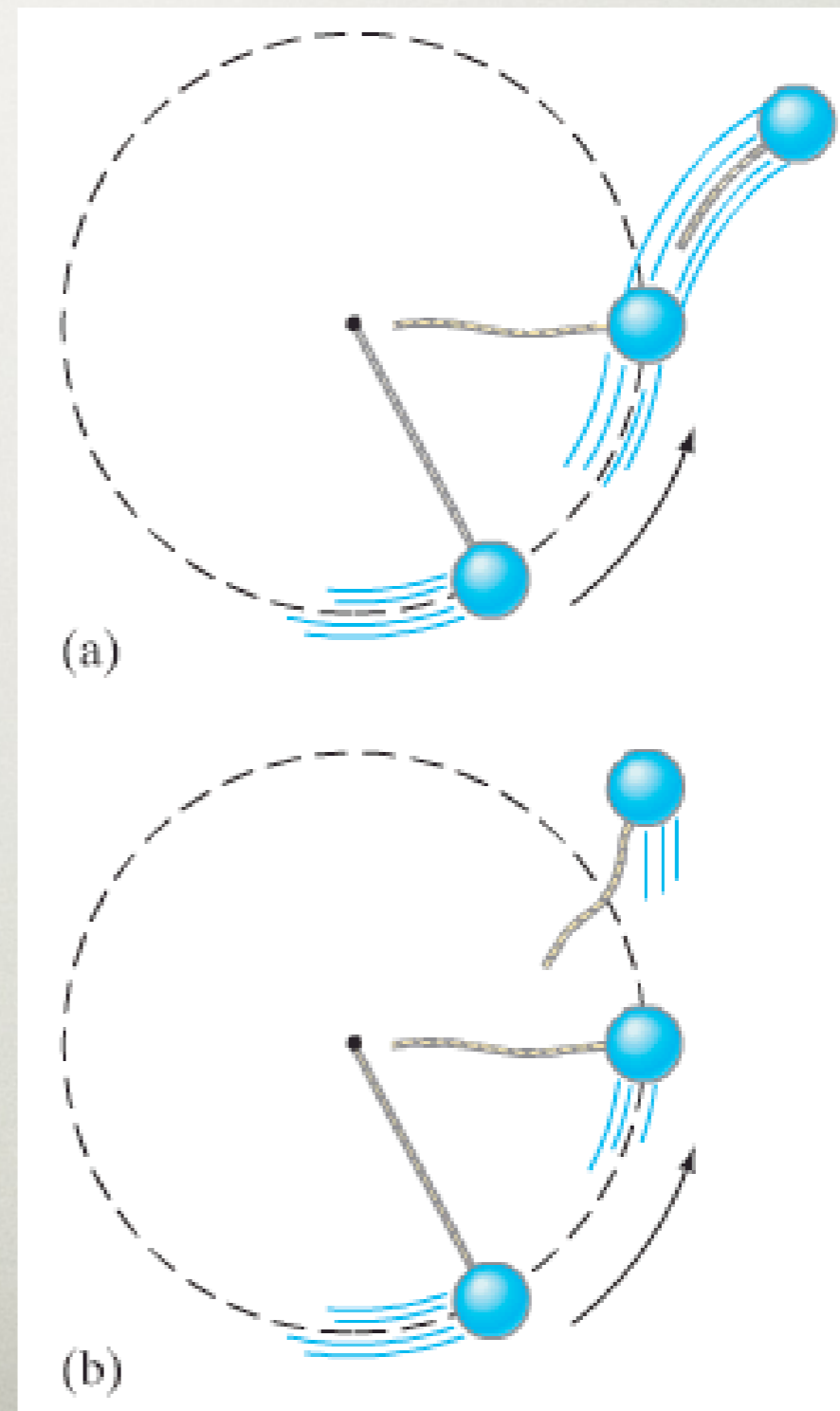


KONCEPTUALNO PITANJE

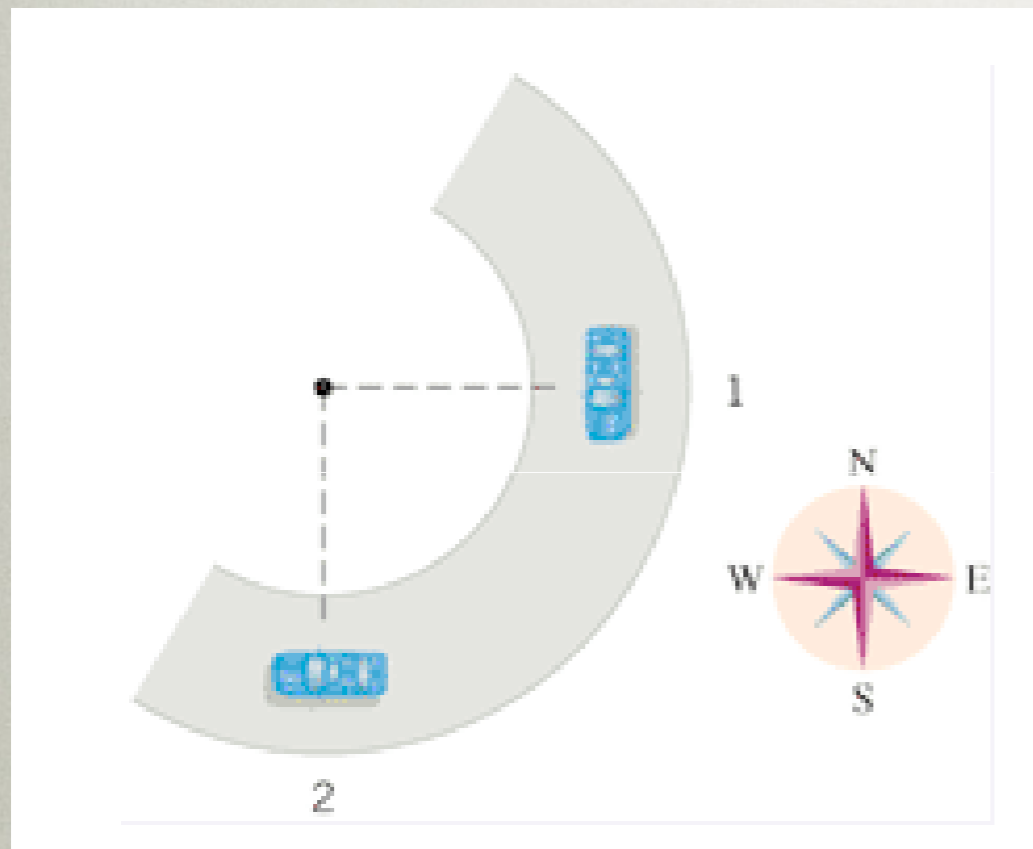
Neka uže kojim je pričvršćena kuglica pukne u trenutku kao što je prikazano na slici.

Kuglica će nastaviti gibanje kao u slučaju:

- (i) a,
- (ii) b,
- (iii) nastaviti gibanje po kružnoj putanji

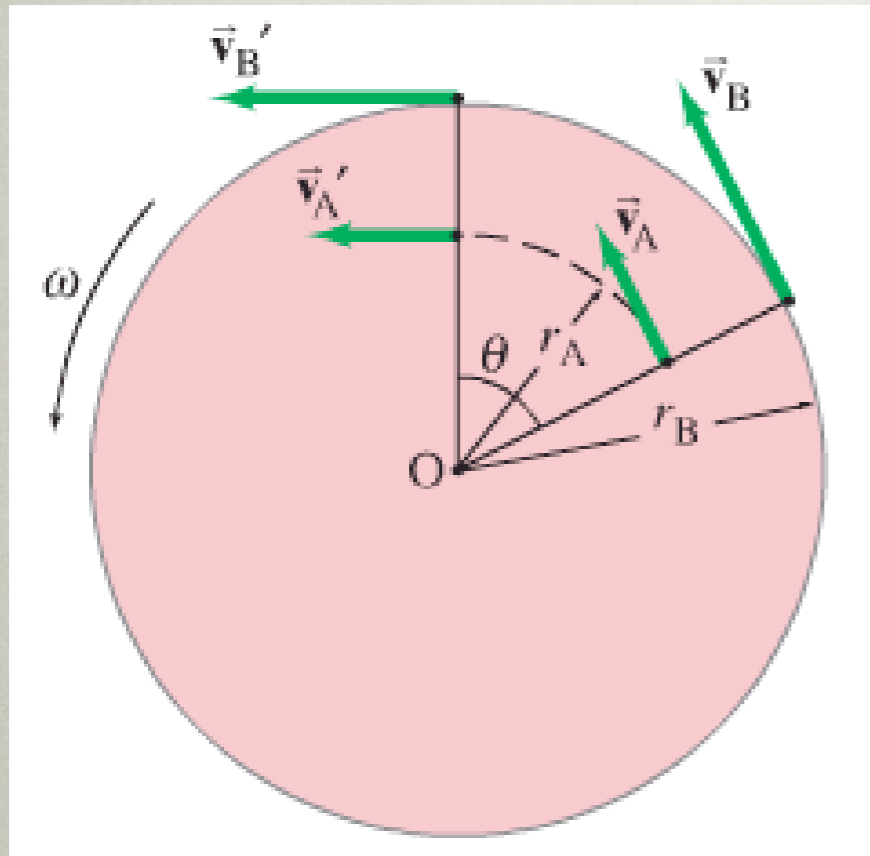


PRIMJER



Odredite smjer brzine i ubrzanja automobila kada se nalazi u točkama 1 i 2 ako se giba konstantnom brzinom u smjeru obratnom od kazaljke na satu. Vaši odgovori neka budu specificirani prema stranama svijeta (N, S, W, E).

KUTNA BRZINA



Kutna brzina je promjena kuta u vremenu:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Tijelo puni krug (2π radijana) prijeđe u vremenu T (period gibanja).

Ako je gibanje jednoliko:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \text{const.}$$

f = frekvencija

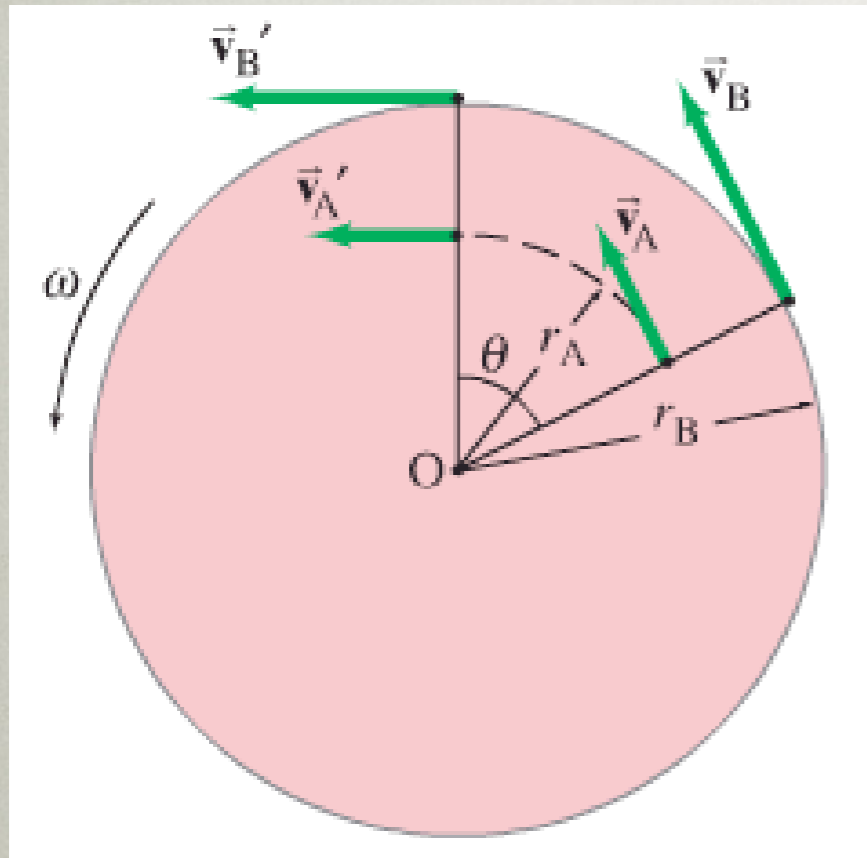
$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$l = r \cdot \theta$$

$$l = r \rightarrow \theta = 1 \text{ rad}$$

$$l = 2r\pi \rightarrow \theta = 2\pi \text{ rad}$$

CENTRIPETALNO UBRZANJE



$$\begin{aligned} 2\pi r &= vT \\ \omega \cdot r &= v \\ a_{cp} &= \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \end{aligned}$$

Centripetalno ubrzanje izraženo pomoću kutne brzine

JEDNOLIKO UBRZANO KRUŽNO GIBANJE

Jednoliko ubrzano linearno gibanje

Jednoliko ubrzano kružno gibanje

$$v = v_i + at$$

$$\Delta x = v_i t + \frac{1}{2} at^2$$

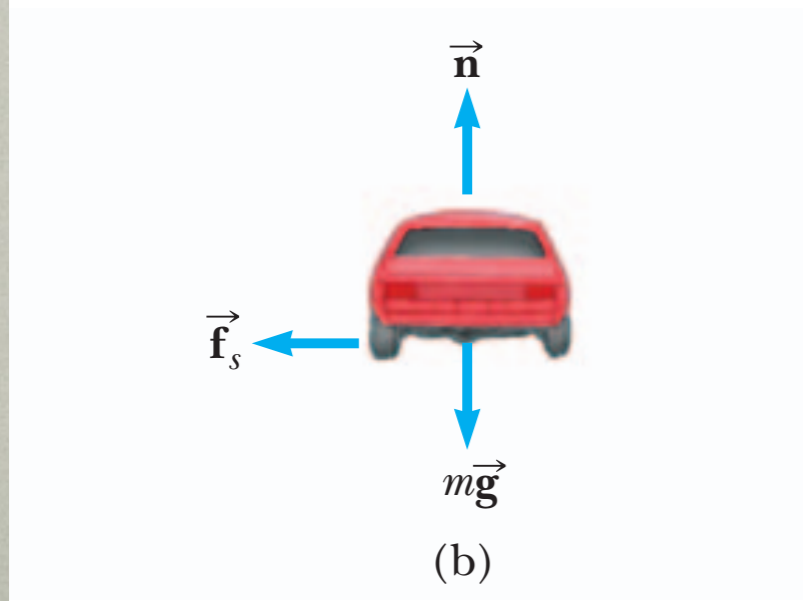
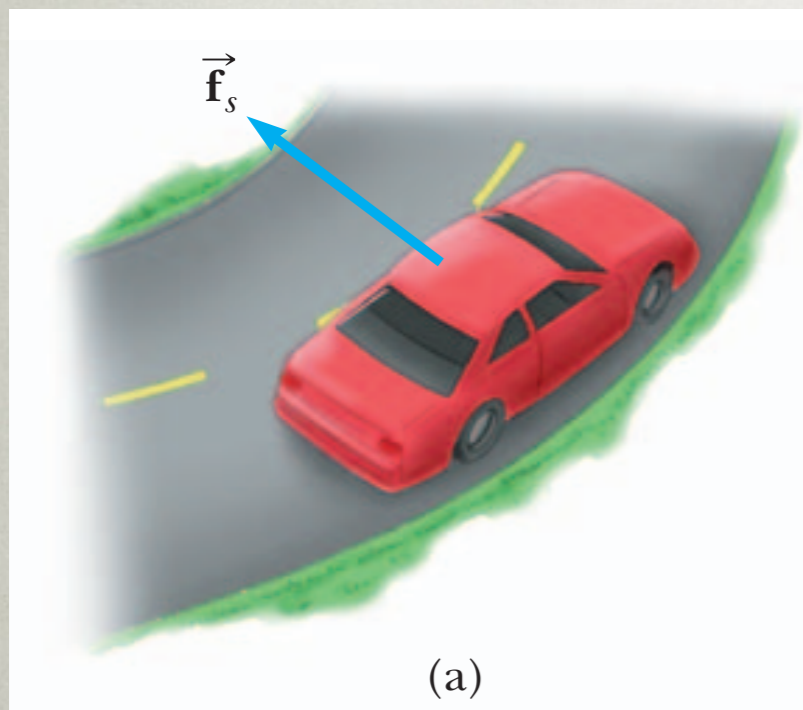
$$v^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$$

$$\omega = \omega_i + \alpha t$$

$$\Delta \theta = \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta \theta$$

PRIMJER: AUTOMOBIL U ZAVOJU



Automobil u zavoju - $r = 51 \text{ m}$

Centripetalna sila koja drži automobil u zavoju dolazi od statičke sile trenja između kotača automobila i ceste.

$$v = \sqrt{\frac{rF_c}{m}}$$

$$F_c = \mu_s \cdot F_N$$

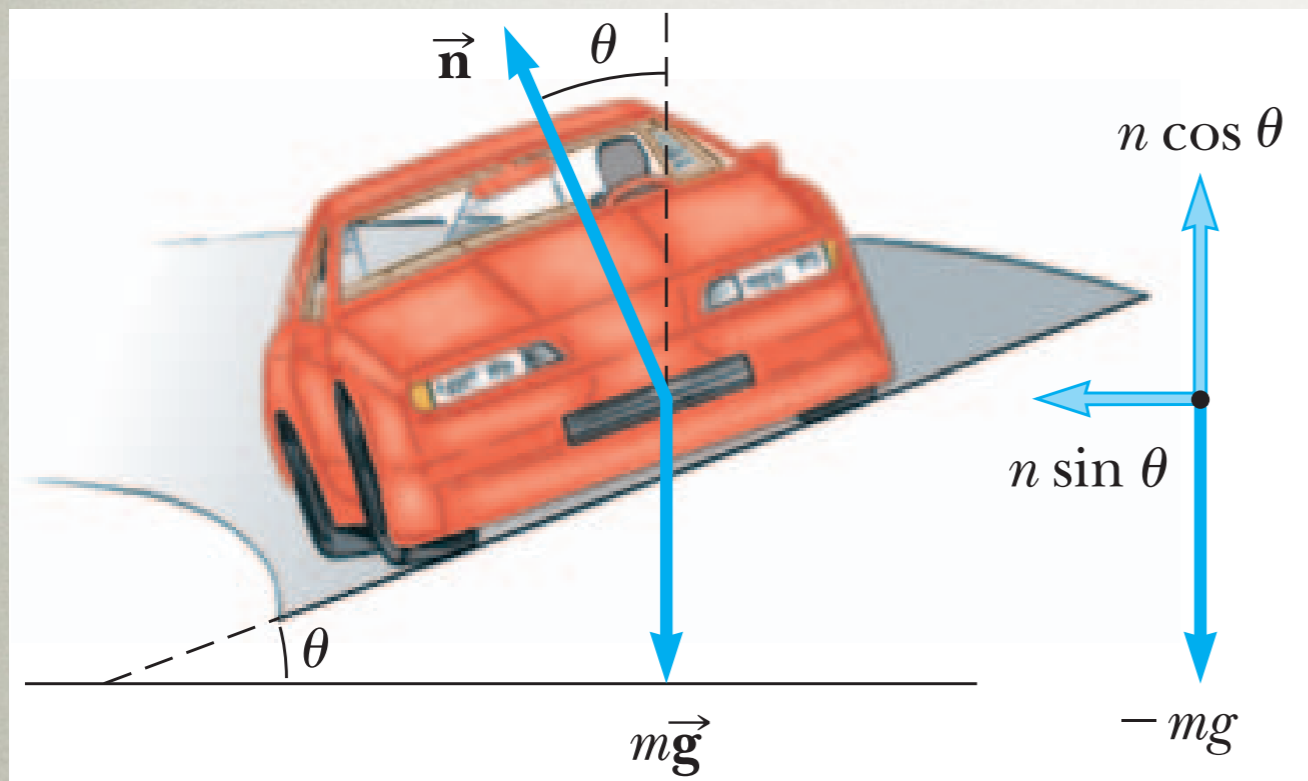
$$F_N = mg$$

Statički koeficijent trenja	μ_s	0.95	suha cesta
Statički koeficijent trenja	μ_s	0.10	led na cesti

suha cesta: $v = \sqrt{r\mu_s g} = \sqrt{(51\text{m})(0.95)(9.8\text{m/s}^2)} = \boxed{22\text{m/s}}$

led na cesti: $v = \sqrt{r\mu_s g} = \sqrt{(51\text{m})(0.10)(9.8\text{m/s}^2)} = \boxed{7.1\text{m/s}}$

PRIMJER: AUTOMOBIL U NAKOŠENOM ZAVOJU BEZ TRENJA



Postoji određena brzina za koju će se automobil gibati u zavoju **bez trenja!**

Nagib ceste je 31° !

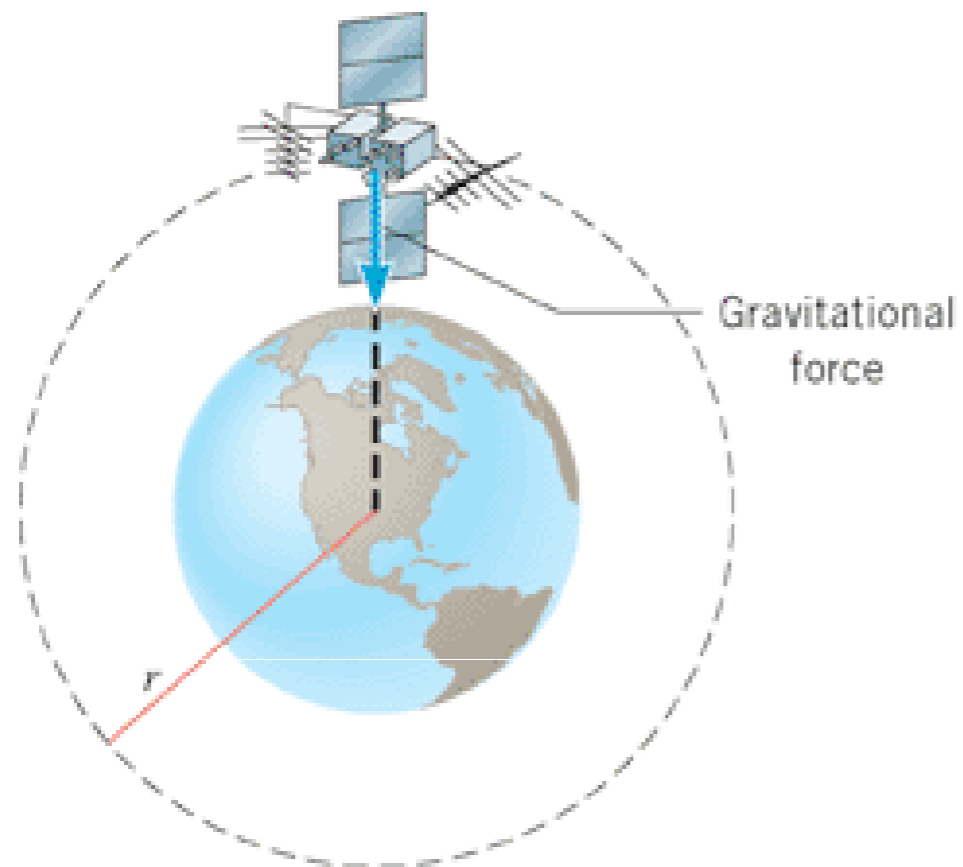
Sile koje djeluju na automobil su gravitacijska sila i okomita sila. Komponenta okomite sile daje centripetalnu silu.

$$F_C = n \cdot \sin \theta = \frac{mv^2}{r} \quad n \cdot \cos \theta = mg$$

$$v = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan \theta} = \sqrt{(316 \text{ m})(9.80 \text{ m/s}^2)(\tan 31^\circ)} = 43 \text{ m/s}$$

Bez obzira na masu automobila!

SATELIT U KRUŽNOJ PUTANJI



$$F_C = G \frac{mM_E}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

Gravitacijska sila daje centripetalnu silu. Da bi se satelit održao u orbiti mora imati točno definiranu orbitalnu brzinu:

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}}$$



“GPS stands for Global Positioning System. GPS is a satellite based system which was originally considered to be complete when it had 24 satellites. Now the "constellation" is always kept closer to 32 satellites. There are also ground monitoring stations. GPS positions are calculated precisely from signals received from a minimum of 3 satellites. GPS satellites orbit the earth at approximately 12,600 miles in outer space.”

PRIMJER



$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}}$$

Hubble space telescope

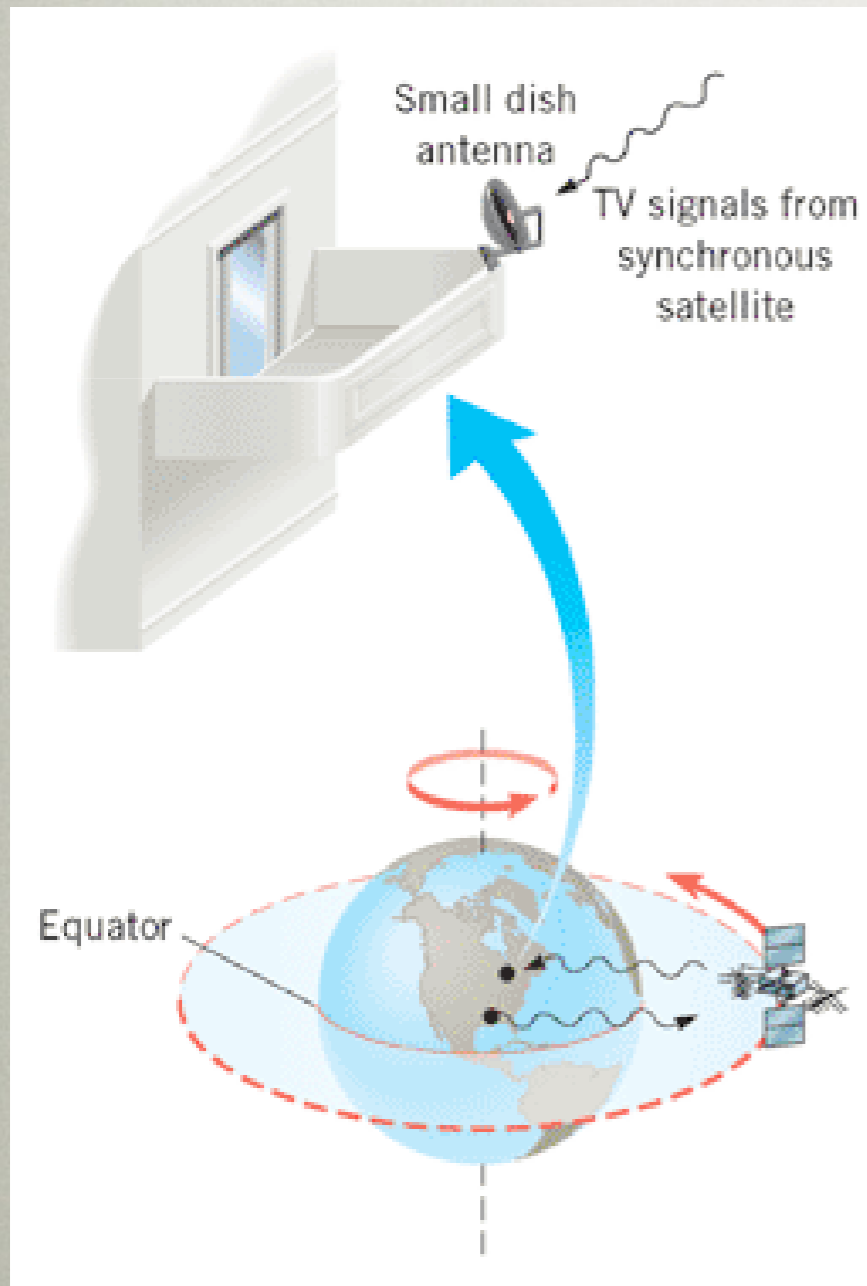
Polumjer Zemlje - 6.38×10^6 m

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}} = \sqrt{\frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})}{6.98 \times 10^6 \text{ m}}}$$

$$v = 7.56 \times 10^3 \text{ m/s} = 27\,216 \text{ km/h}$$

- u orbiti od 1990. godine
- nakon početnih problema senzacionalni rezultati
- ogromna uloga u popularizaciji znanosti
- cijena: oko 10 Milijardi \$
- visina orbite: 559 km (niska)
- u posljednjih 10-ak godina u Svemir je poslano više desetaka teleskopa koji mjere u različitim energijskim područjima

PERIOD SATELITA



Brzina satelita

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}}$$

$$v = 2\pi r/T$$

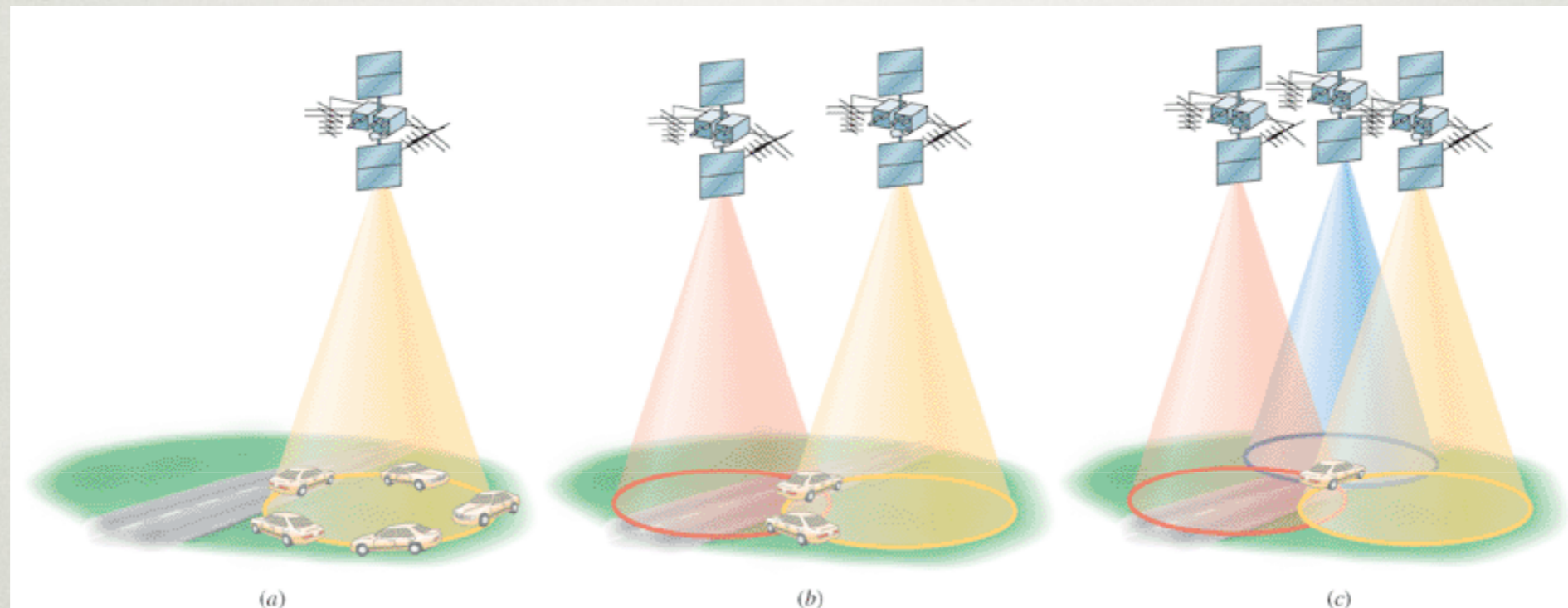
$$\sqrt{\frac{GM_E}{r}} = \frac{2\pi r}{T}$$

Period satelita

$$T = \frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{GM_E}}$$

Geostacionarni satelit kruži oko ekvatora periodom $T = 1$ dan

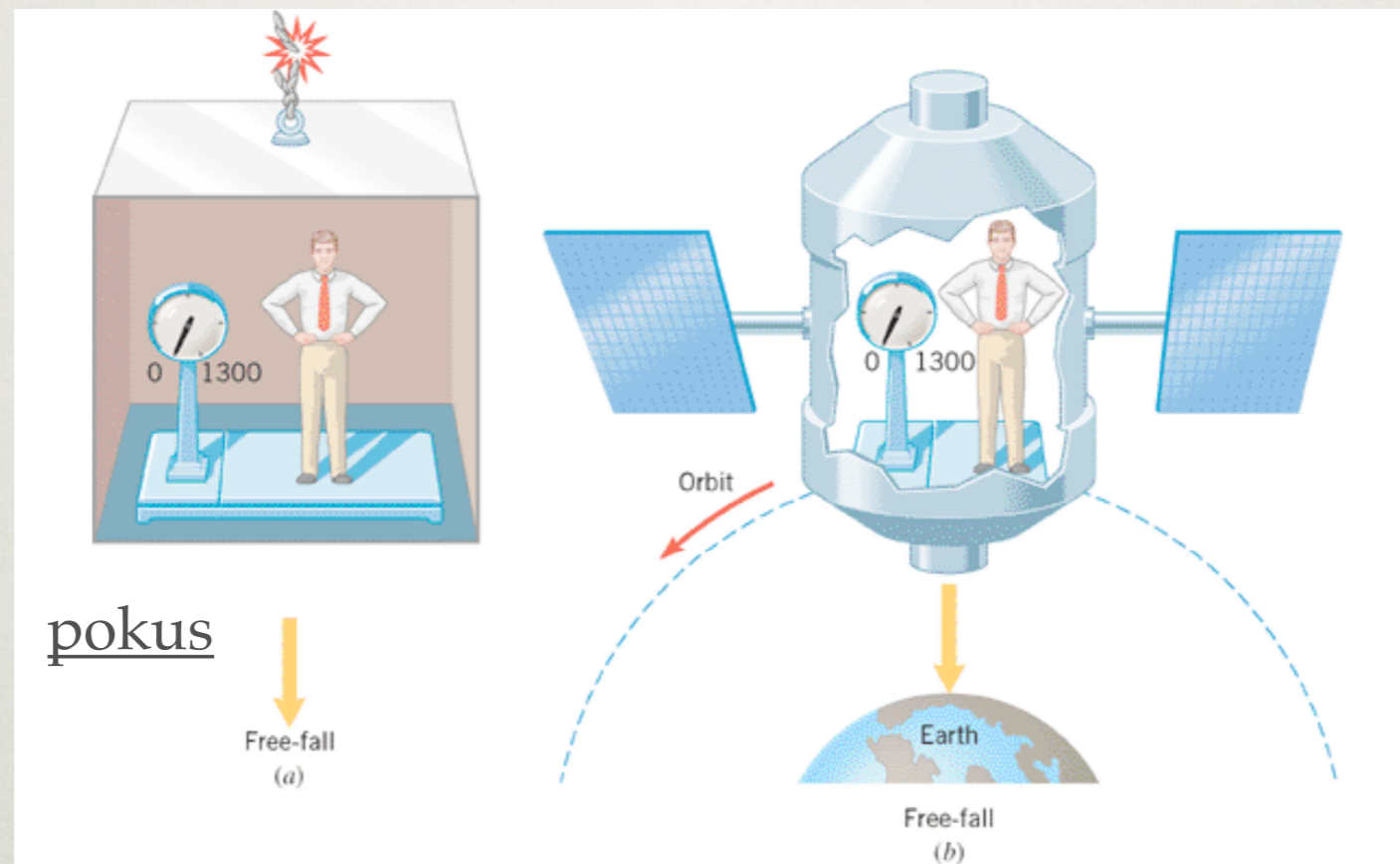
PRIMJER: GPS SUSTAV



GPS - Global Positioning System

GPS Prijemnik je uređaj koji proračunava svoj položaj na temelju mjerenja udaljenosti od tri ili više GPS satelita. Svaki satelit emitira mikrovalni niz radio signala koji je poznat prijemniku. Dok prijemnik prima taj signal, u stanju je odrediti vrijeme koje protekne od emitiranja radio signala sa satelita do prijema na svom položaju. Udaljenost prijemnika od satelita proračunava se na osnovu tog vremena, budući da radio signal putuje poznatom brzinom. Signal također nosi informaciju o trenutnom položaju satelita sa kog se emitira. Ako se zna udaljenost prijemnika od satelita i pozicija satelita, poznato je da se prijemnik nalazi negde na sferi određene dimenzije u čijem je centru satelit. Pošto su poznati položaji tri satelita i udaljenost prijemnika od svakog od njih, postupkom triangulacije može se odrediti položaj prijemnika. Triangulacija se bazira na činjenici da se tri sfere sijeku u najviše dve točke (od kojih jedna obično nema smisla).

PRIVIDNO BESTEŽINSKO STANJE

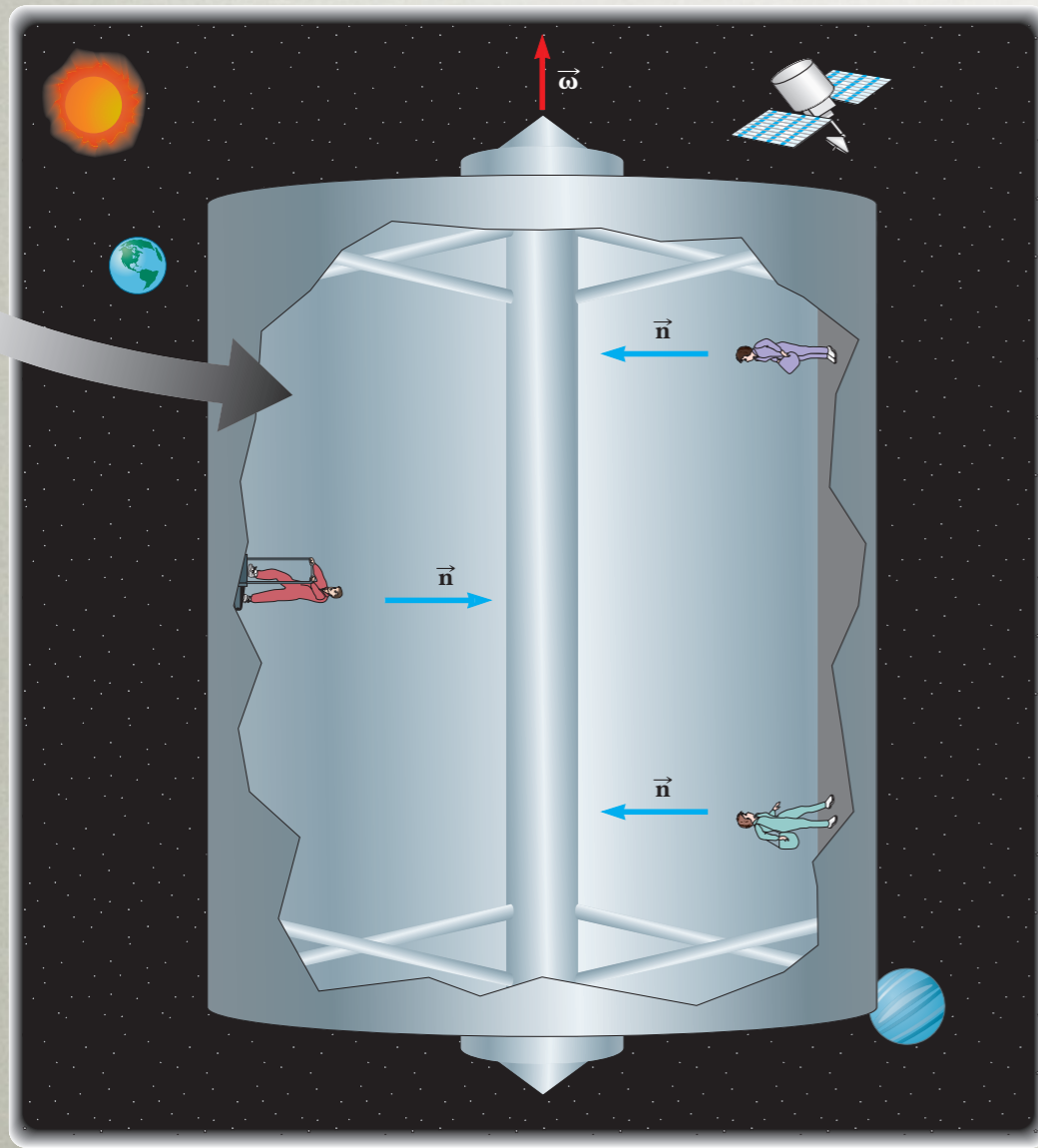


a) za vrijeme slobodnog pada dizala, ubrzanje lifta je g (prema dolje) pa je prividna težina čovjeka 0.

b) za vrijeme kruženja satelita po orbiti, on je također u slobodnom padu prema središtu Zemlje. Prividna težina je također 0.

U oba slučaja težina je dana iznosom gravitacijske sile koja djeluje na tijelo!

UMJETNA GRAVITACIJA



$$F_C = \frac{mv^2}{r} = mg$$

Simulacija gravitacije Zemlje.

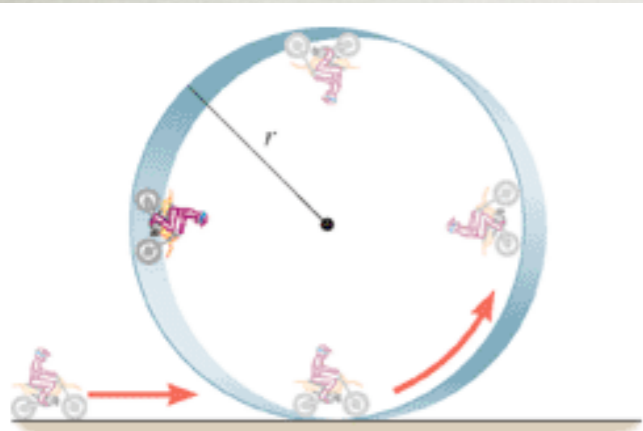
Rotacijom svemirske stanice oko osi čovjek osjeća prividnu gravitaciju. Ona dolazi od centripetalne sile usmjerene prema centru rotacije, kojom stijenka stanice djeluje na čovjeka.

KONCEPTUALNO PITANJE

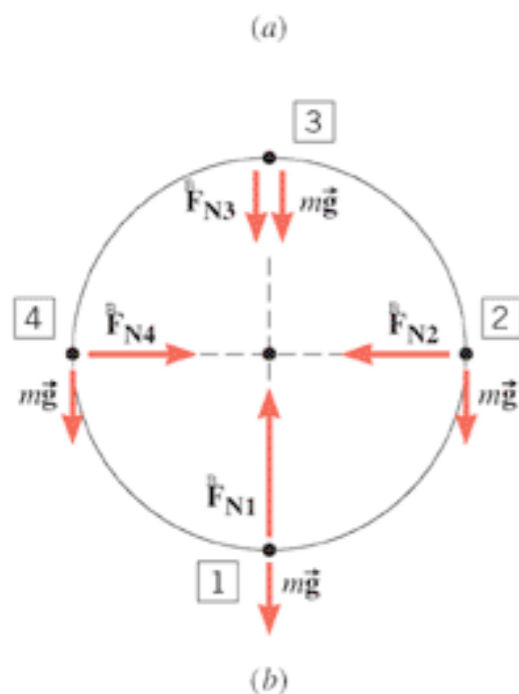
Mjesec ne padne na Zemlju zato što:

- a) se nalazi u Zemljinom gravitacijskom polju,
- b) ukupna sila na njega je 0,
- c) daleko je od područja djelovanja Zemljine gravitacije,
- d) osim Zemlje vuku ga i ostali planeti i Sunce,
- e) ništa od navedenog.

VERTIKALNO KRUŽNO GIBANJE



Tijekom gibanja po petlji brzina se mijenja - **nejednoliko gibanje po kružnici**.
Na motociklistu djeluju okomita sila i težina!



$$(1) F_{C1} = F_{N1} - mg = \frac{mv_1^2}{r}, \quad (2) F_{C2} = F_{N2} = \frac{mv_2^2}{r},$$

$$(3) F_{C3} = F_{N3} + mg = \frac{mv_3^2}{r}, \quad (4) F_{C4} = F_{N4} = \frac{mv_4^2}{r}.$$

Ako je dan radijus kružne petlje, koja je minimalna brzina potrebna da motociklist prođe petlju?

CENTRIPETALNA SILA

Zapamtimo!

Centripetalna sila je ime za ukupnu silu koja djeluje prema središtu kružnice po kojoj se tijelo giba.

Može biti više sila koje doprinose centripetalnoj - npr. okomita sila, sila trenja i gravitacijska sila.

Centrip1

Centrip2

Centrip3