EDDINGTONOV LUMINOZITET

- često se upotrebljava "Eddingtonov limit"
- def: Uz pretpostavku a) hidrostatske ravnoteže i b) sferične simetrije Eddingtonov limit je luminozitet koji odgovara ravnoteži gravitacijske sile (koja djeluje prema unutrašnjosti) i radijativne sile (koja djeluje prema van)
- pp: ∃ plin oko crne rupe koji se sastoji od ioniziranog vodika te je sferično simetričan

na udaljenosti r od crne rupe flux energije je

$$F = \frac{L}{4\pi r^2} \quad [\mathrm{W\,m^{-2}}]$$

moment fotona je $p = E/c$ ⇒

flux momenta zbog zračenja je:

$$P_{rad} = \frac{L}{4\pi r^2 c}$$

pritisak kojeg bi zračenje činilo na površinu koja potpuno apsorbira na udaljenosti r od crne rupe

sila = pritisak × površina ovisi o prozirnosti materijala (tj. omjeru zračenja koje se apsorbira po jedinici mase plina)

apsorpcija od slobodnih elektrona dana je Thomsonovim udarnim presjekom $\sigma_e = 6.65 \cdot 10^{-25}\ \mathrm{cm^2}$

⇒ sila zračenja (prema van) na 1 elektron

$$F_{rad} = \frac{L\,\sigma_e}{4\pi r^2 c}$$

- gravitacijska sila: $F_{grav} = \dfrac{GM(m_p + m_e)}{r^2}$

$F_{grav} = F_{rad}$ & $m_e \ll m_p$

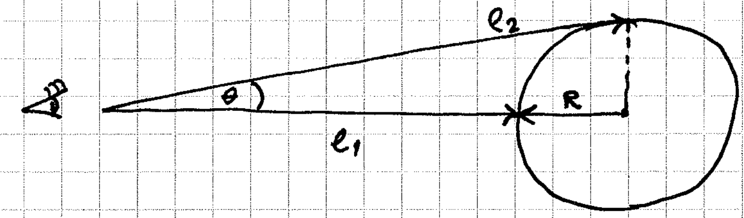
$$\Rightarrow L_{ED} = \frac{4\pi G c m_p}{\sigma_e} M$$

$$L_{ED} \approx 1.5 \cdot 10^{31} \cdot \frac{M}{M_\odot} \quad [\mathrm{W}]$$

Maksimalan luminozitet izvora mase M kojeg pokreće sferična akrecija (prirast) plina (jer $F_{rad} < F_{grav}$ da bi akrecija bila održiva)

ŠTO POKREĆE AGN-ove ?

"POLUMJER" AKTIVNE JEZGRE



pp: "optically thick" sfera i istovremeno zrači na svim lokacijama sfere (u svom sustavu mirovanja

$\Rightarrow$ informacija stiže do opažača putem l_1 i l_2

$$l_2 \cos\theta = l_1 + R$$

$$\Rightarrow \quad l_2 = \frac{l_1 + R}{\cos\theta} = \left\{ R \ll l_1 \Rightarrow \cos\theta \approx 1 \right\}$$

$$l_2 \approx l_1 + R$$

$\Rightarrow$ svjetlost s kraja sfere mora proputovati dodatni put R ($\approx l_2 - l_1$)

$$\Rightarrow \quad \Delta t = \frac{R}{c}$$

visoka recesijska brzina kvazara (redshift)
$\Rightarrow$ relativistički efekti :
ako se sfera odmiče od opažača brzinom v

$$\boxed{R = c\,\Delta t\,\frac{1}{\gamma} \quad ; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$$

pp: $\Delta t = 1\,hr$; $\gamma = 1$ $\Rightarrow$ $\boxed{R \approx 7.2\ AU}$
($1\,AU \approx 1.5 \cdot 10^8$ km)

$\sim 7\,AU$ je izrazito malen prostor za emisiju AGN-ova koji su najsjajniji objekti u svemiru.

Tipični luminozitet kvazara je $\sim 5 \times 10^{39}$ W

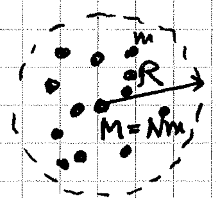
MASA CRNE RUPE IZ VIRIJALNOG TEOREMA

- VIRIJALNI TEOREM:

  pp: gravitacijski vezani sustav u ravnoteži

$$-2\langle K\rangle = \langle U\rangle$$

- za velik broj zvijezda svaki trenutni "snapshot" će izgledati isto (u statističkom smislu) $\Rightarrow \quad -2K = U$



pp: sferni skup radijusa R s N zvijezda, svaka mase m

$$-2\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}m_i v_i^2 = U \quad \Big/ :N$$

$$(*) \quad -\frac{m}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i^2 = \frac{U}{N}$$

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i^2 = \langle v^2\rangle$$

vjerojatnost gibanja u bilo kojem smjeru je u prosjeku ista

$$\langle v^2\rangle = \langle v_r^2\rangle + \langle v_\theta^2\rangle + \langle v_\phi^2\rangle = 3\langle v_r^2\rangle$$

opažena varijabla

0 u sferičnom slučaju nasumičnog gibanja zvijezda

$$\sigma_r = \left\{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(v_{r,i} - \cancel{\langle v_r\rangle}\right)^2\right\}^{1/2}$$

$$= \left\{\langle v_r\rangle = 0\right\} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_{r,i}^2} = \left\{\langle v_r^2\rangle\right\}^{1/2}$$

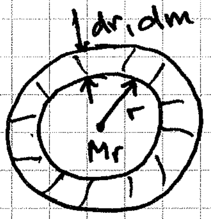
$$\Rightarrow \quad \sigma_r^2 = \langle v_r^2\rangle$$

$$\Rightarrow \quad \langle v^2\rangle = 3\langle v_r^2\rangle = 3\sigma_r^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i^2 = \langle v^2\rangle = 3\sigma_r^2$$

$$(*) \Rightarrow \quad -m\cdot 3\sigma_r^2 = \frac{U}{N}$$

POTENCIJALNA ENERGIJA SFERIČNE DISTRIBUCIJE UKUPNE MASE M I RADIJUSA R :



$$dU = -G\,\frac{M_r\,dm}{r}$$

$$dm = \underset{\text{gustoća mase}}{\rho} \cdot \underbrace{4r^2\pi\,dr}_{\to\ \text{volumen ljuske}}$$

$$dU = -\frac{G M_r \rho\, 4\pi r^2 dr}{r} = -4\pi G\, M_r \rho\, r\, dr \quad \Big/ \int$$

$R \to$ radijus cijele kugle

$$U = -4\pi G \int_0^R M_r \rho\, r\, dr$$

↳ sada ćemo izraziti M_r preko prosječne gustoće

$$\text{pp:} \quad \rho \sim \bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}R^3\pi}$$

$$\Rightarrow \quad M_r \sim \frac{4}{3} r^3 \pi \bar{\rho}$$

$$U = -4\pi G \int_0^R \frac{4}{3} r^3 \pi \bar{\rho}^2 r\, dr$$

$$U \cong -\frac{16\pi^2}{3} G \bar{\rho}^2 \int_0^R r^4\, dr = -\frac{16\pi^2}{15} G \bar{\rho}^2 R^5$$

$$= -\frac{16\pi^2}{15} G R^5 \cdot \left(\frac{M}{\frac{4}{3}R^3\pi}\right)^2$$

$$U \cong -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$$

$$(*) \quad -m\,3\sigma_r^2 = \frac{U}{N} = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}\frac{1}{N}$$

$$m = \frac{M}{N}$$

$$-\cancel{\frac{M}{N}} \cdot \cancel{3}\sigma_r^2 = -\frac{\cancel{3}}{5}\frac{GM^{\cancel{2}}}{R}\cancel{\frac{1}{N}}$$

$$\boxed{M_{virial} \approx \frac{5R\sigma_r^2}{G}}$$

TEMPERATURA AKRECIJSKOG DISKA

pp: - geometrijski tanak, optički debeo disk

- na svakoj radijalnoj udaljenosti disk emitira zračenje crnog tijela s kontinuiranim spektrom s temperaturom koja odgovara lokalnoj temperaturi diska na toj udaljenosti

pp: - orbitalna brzina plina u disku dominira
$\Rightarrow$ ~~disk~~ plin se giba Keplerovski & detalji viskoznosti se mogu zanemariti

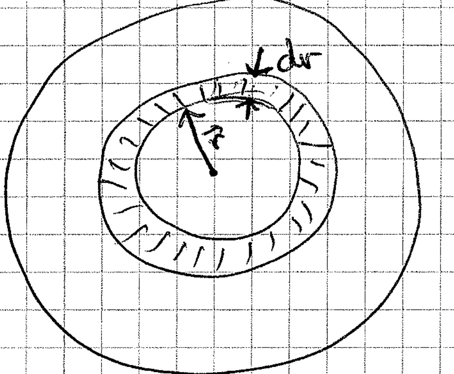
- masa diska $\ll$ mase crne rupe
  m $\qquad$ M

ukupna energija $(K+U)$ mase m orbitirajućeg plina

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - G\frac{mM}{r}$$

za sferični sustav u ravnoteži $v^2 = \frac{GM}{r}$

$$E = \frac{GmM}{2r} - \frac{GmM}{r} = -\frac{GmM}{2r}$$



pp: steady-state disk:
protočnost mase u prstenu dr je konstantna $(\dot{M}t)$

Iz očuvanja energije slijedi da energija izračena od prstena dr u vremenu t mora odgovarati razlici energije na granicama dr

$$dE = \frac{dE}{dr}dr = \frac{d}{dr}\left(-G\frac{mM}{2r}\right)dr$$

$$dE = G\frac{mM}{2r^2}dr$$

$$m = \frac{dM}{dt}t = \dot{M}t$$ masa koja protiče kroz prsten

$$dE = G\frac{M\dot{M}t}{2r^2}dr$$

$$dL_{ring}\cancel{t} = dE = G\frac{M\dot{M}\cancel{t}}{2r^2}dr$$

Stefan-Boltzmann: $L = \sigma A T^4 \Rightarrow \sigma \overbrace{2(2r\pi dr)}^{\text{površina obje strane diska}} T^4$

$$dL_{ring} = 4\pi r\sigma T^4 dr = G\frac{M\dot{M}}{2r^2}dr$$

$$T_{disk} = \left(\frac{GM\dot{M}}{8\pi\sigma R^3}\right)^{1/4}$$

Dobivena je dobra ovisnost T o $M, \dot{M}, R$, ali detaljniji račun bi trebao uzeti u obzir

GRANIČNE UVJETE NA UNUTARNJEM RUBU DISKA:

$$T(R) = \left\{ \frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma R^3} \left[1 - \sqrt{\frac{R_{in}}{R}} \right] \right\}^{1/4}$$

za $R \gg R_{in}$

$$T(R) \approx \left[\frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma R_s^3} \right]^{1/4} \left(\frac{R_s}{R} \right)^{3/4}$$

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} = \text{Schwarzschildov polumjer}$$

za $R = x \cdot R_s$ ~~[illegible]~~

$$= x \cdot \frac{2GM}{c^2}$$

$$T_{disk} = \left(\frac{3\cancel{G}M\dot{M}}{8\pi\sigma} \frac{c^6}{8x^3 G^{\cancel{3}2} M^{\cancel{3}2}} \right)^{1/4}$$

+ disk zrači Eddingtonov udio

$$f_{Ed} = \frac{L_{disk}}{L_{Ed}}$$

$$\left.\begin{aligned} L_{Ed} &= \frac{4\pi G c m_p}{\sigma_e} M \\ L_{disk} &= \eta \dot{M} c^2 \end{aligned}\right\} f_{Ed} = \frac{\eta c^{\cancel{2}} \sigma_e}{4\pi G \cancel{c} m_p} \frac{\dot{M}}{M}$$

$$\Rightarrow \dot{M} = \frac{f_{Ed}}{\eta} \frac{4\pi G m_p}{\sigma_e c} M \quad (*)$$

$$T_{disk} = \left(\cancel{[illegible]} \frac{3c^6}{64\pi\sigma x^3 G^2} \frac{f_{Ed}}{\eta} \frac{4\pi G m_p}{\sigma_e c} \frac{M}{M^2} \right)^{1/4}$$

$$\boxed{T_{disk} \propto M^{-1/4}}$$

DISKOVI OKO MASIVNIJIH CRNIH RUPA SU HLADNIJI

$M = 10^8 M_\odot$; $\eta = 0.1$

$f_{Ed} = 1$ (kvazari) ; $0.01 - 0.1$ (Seyfert)

$\Rightarrow L = L_{ED} = 1.5 \cdot 10^{46}$ erg/s

$(*) \Rightarrow \dot{M} = 2.6 \, M_\odot/yr$

SJAJNIM KVAZARIMA JE POTREBNO 1–10 $M_\odot/yr$ DA SE OBJASNI SJAJ

$T_{disk} = 7.3 \cdot 10^5$ K $\Rightarrow \lambda_{max} T = 0.290$ cm K $\Rightarrow \lambda_{max} \approx 400$ Å

‖ BIG BLUE BUMP ‖ (EKSTREMNO UV PODRUČJE)