Renormalizacija mase i energije u fermion bozon interakciji-Maja Zorić

Hamiltonijan interakcije fermiona sa L.O. (longitudinalnim optičkim) fononima ima sljedeću formu (tzv. Frolichov hamiltonijan):

$$H = E_k c_k^+ c_k + \sum_q \hbar\omega_q a_q^+ a_q + \tag{1}$$

$$+ \sum_{kq} \left(V_q c_{k+q}^+ c_k a_q + V_q^* c_{k-q}^+ c_k a_q^+ \right) \tag{2}$$

gdje uzimamo dugovalnu ($q \to 0$) aproksimaciju konstante vezanja:

$$V_q = \tfrac{M}{q}; \quad M = \left(\hbar\omega_{LO}\right)^{\frac{3}{2}} 2\pi \sqrt{\tfrac{2}{m}}\alpha$$

(Konstantu α za slučaj polarnih kristala možete pronaći u Kittelu).

a)Koristeći RS (Rayleigh-Schrodinger) stacionarni račun smetnje izračunajte u najnižem redu promjenu energije $\Delta E\left(k\right)$, elektrona impulsa $\vec{k}$.

b)Nacrtajte $\Delta E\left(k\right)$ i $\tilde{E}\left(k\right) = E\left(k\right) + \Delta E\left(k\right)$ u karakterističnim koordinatama.

c)Razvojem $\Delta E\left(k\right)$ do drugog reda u k odredite pomake energije $\Delta E\left(k\right)$ i efektivnu masu m*.

d)U isti izraz za $\Delta E\left(k\right)$ umjesto gole energije elektrona stavite renormaliziranu:

$$\tilde{E}\left(k\right) = E\left(k\right) + \Delta E\left(k\right)$$

i samosuglasno odredite $\tilde{E}\left(k\right)$.

Interferentne pojave u višestrukom tuneliranju-Karla Lemac

Elektron energije E dolazi s lijeva i nailazi na dvostruku potencijalnu barijeru:

$$V(x) = \begin{cases} 0; & x \leq 0 \\ V_1; & 0 < x \leq a \\ 0; & a < x \leq b \\ V_2; & b < x \leq c \\ 0; & x > c \end{cases}$$

gdje su $c > b > a$.

Izračunajte izraz za vjerojatnost tuneliranja $T(E)$ za razna područja energije. Za jednostavniji slučaj:

$$\begin{gathered} V_1 = V_2 = V_0 \\ c - b = a \\ b - a = L \end{gathered}$$

za razne parametre (a, L, E) izračunajte i nacrtajte $T(E)$. Diskutirajte razne kvantnomehaničke pojave (rezonancije, dva nezavisna procesa tuneliranja, interferencija, i sl.) za dobro odabrane parametre. Kada je $T \approx T_1 T_2$?

Klasična i neklasična fotonska stanja-Morvaj

1)Riješite Schrodingerovu jednadžbu za $\Psi(x,t)$ za česticu mase m u 1D harmoničkom potencijalu:

$$V(x) = \frac{m}{2}\omega^2 x^2$$

Prikažite razvoj Ψ po svojstvenim funkcijama H.O.-a sa koeficijentima C_n. Izračunaj Δx Δp za osnovno stanje H.O.

2)<u>Koherentna stanja</u>

Izračunajte koeficijente razvoja C_n za početno stanje $(t = 0)$ u obliku valnog paketa:

$$\psi(x,0) = \frac{\sqrt{a}}{\pi^{1/4}} e^{-\frac{1}{2}a^2(x-x_0)^2}$$

i uvrstite u $\psi(x,t)$. Odredite za tu funkciju slijedeće veličine:
$P(x,t) = |\psi(x,t)|^2$, $\langle x\rangle$, $\sigma = \Delta x$ i $P(\langle x\rangle)$.
Nacrtajte $P(x,t)$ kao funkciju x i t.

3)<u>Stisnuta stanja</u>

Izračunajte koeficijente razvoja C_n za početni valni paket širine σ_0 različite od a:

$$\Psi(x,0) = \frac{\sqrt{\sigma_0}}{\pi^{1/4}} e^{-\frac{1}{2}\sigma_0^2(x-x_0)^2}$$

Nacrtajte $P(x,t)$. Izračunajte $\sigma(t)$ i nacrtajte za $\sigma_0 = a$, $\frac{a}{2}$, $\frac{3}{2}a$.

4)Pokušajte izračunati $\psi(x,t)$ za koherentna stanja kanonskom transformacijom i reproducirati dobivene rezultate pomoću amplitude koherentnog stanja $\alpha(t)$. Kako izgleda operator pomaka za iznos $\alpha(t)$?

Rydbergova stanja na površinama-Mustać

Pretpostavimo da elektron u z-smjeru osjeća potencijal oblika:

$$V(z) = \begin{cases} V > 0; & z < 0 \\ \\ -\frac{e^2}{4z_0}; & 0 \leq z < z_0 \\ \\ -\frac{e^2}{4z}; & z \geq z_0 \end{cases}$$

dok je u xy-smjeru slobodan.

1.Odredite energije i valne funkcije vezanih stanja.

2.Nacrtajte gustoću stanja za prvih pet nivoa i gustoću vjerojatnosti.

3.Analizirajte limese:
a)$z_0 \to 0$
b)$V \to \infty$
c)$z_0 \to 0$, $V \to \infty$

Emisija iona poljem-Miljenko Murković

1D helijev atom nalazi se u blizini metalne površine (volfram, izlazni rad u Kittelu) u jakom električnom polju. Najviše popunjeno stanje ima energiju ionizacije E=-24.58eV. Nacrtajte ukupni potencijal. Odredite udaljenost z_0 na kojoj će vjerojatnost tuneliranja elektrona u metal (ionizacija He) biti najveća, u ovisnosti o izlaznom radu W i potencijalu V. Odredite vjerojatnost tuneliranja numerički i pomoću WKB.

Rezonantno tuneliranje u heterostrukturama-Juraj Radić zad. sa visestrukim tunel. već je zauzet. Ovaj zad. vam je vrlo sličan ali mozda čak i zanimljiviji.

Elektron se nalaze vezani u 1D konačnoj jami dubine V i širine L=10A. Od elektroda (izlazni rad W za aluminij) su odvojeni slojem izolatora (što ne utječe na njihova stanja).

a)Nacrtajte potencijal u kojem se nalaze elektroni te izračunajte njihove energije vezanja.

b)Uz napon na elektrodama eV=0.2eV elektroni tuneliraju posredstvom rezonantnih stanja u jami. Odredi ovisnost struje tuneliranja (maksimume!) u ovisnosti o promjeni dubine potencijala V.

Kvantiziranje vodljivosti u kvantnim žicama

Prouči članke:
Karl B. and Michael Pepper
H.X.He. et.al., str 159-161
posebno:
-eksperimentalna konfiguracija za mjerenje 1D vodljivosti;
-vodljivost u 1D sistemima.

Izračunajte elektronska stanja i energije u kvazijednodimenzionalnoj žici (u x-smjeru), gdje je potencijal:

$$V(y) = \frac{m\omega_0}{2} y^2$$

$$V(z) = \frac{m\omega}{2} z^2$$

Fermijeva energija u elektrodama je 2eV-a, a napon je 0.2eV-a.

Odredite frekvenciju ω_0 tako da samo najniže stanje sudjeluje u vodljivosti. Naponom na vratima regulira se ω odnosno broj elektronskih stanja koja vode struju. Nadjite širinu kanala Δz kao funkciju frekvencije ω.
Odredite i nacrtajte vodljivost kao funkciju širine Δz. Promatrajte širine u opsegu izmedju 10 i 100nm.

Elektronska struktura kvantne točke-Simatović

Pretpostavimo da razmatramo vertikalnu kvantnu točku (vidi članak *Leo Kouwenhoven, Charles Marcus, str.35-36*).
Neka elektroni u z-smjeru (u smjeru osi cilindra) osjećaju potencijal:

$$V(z) = \begin{cases} 0; & |z| < L \\ \\ \infty; & |z| \geq L \end{cases}$$

dok u radijalnom smjeru osjećaju harmonički potencijal oblika:

$$V(\rho) = \frac{1}{2} m_e \omega \rho^2$$

Pretpostavimo da parametar ω možemo mijenjati vanjskim poljem koje stvara vodljivi plašt cilindra (vrata).
Odredite; stanja, kvantne brojeve, valne funkcije i energije elektrona u promatranoj strukturi.
Nacrtaj spektar energija i objasnite ljuskastu strukturu.
Odredite L tako da samo osnovno stanje u (z-smjeru) sudjeluje, a ostala su iznad $E_F - a$.
Pomoću napona na vratima povećavajte ω sve dok svi elektroni iz sistema ne odu u elektrode koje imaju $E_F = 1eV$. Zašto dolazi do kulonske blokade? Što se desi kako se smanjuje napon V na vratima? Nacrtajte vjerojatnost tuneliranja u ovisnosti o V.

H_2 molekula-Vlah

Izračunajte energiju molekule vodika (H_2) kao funkciju udaljenost izmedju protona R koristeći varijacionu metodu. Za probnu valnu funkciju koristite antisimetriziranu kombinaciju $1s$ orbitala vodikovih atoma. Pomoću dobivene krivulje odredite:
a)energiju osnovnog stanja vodikove molekule;
b)energije rotacionih nivoa (u aproksimaciju krutog rotatora);
c)vibracione nivoe (u harmoničkoj aproksimaciji).
Rezultate usporedite sa eksperimentom.

Interakcija lokalizirang stanja sa kontinuumom-Rukelj

Promatramo lokalizirano stanje koje se nalaz u jami oblika:

$$V(x) = \begin{cases} \infty; & x \leq 0 \\ 0; & 0 < x \leq d \\ V; & d < x \leq L + d \end{cases}$$

gdje je $L \to \infty$ i $V, d > 0$. Za konačni L lokalizirano stanje počinje intereagirati sa 'rezervoarom' stanja koja su smještana u potencijalnoj jami oblika:

$$V'(x) = \begin{cases} 0; & L + d < x \leq L + d + d' \\ \infty; & x > L + d + d' \end{cases}$$

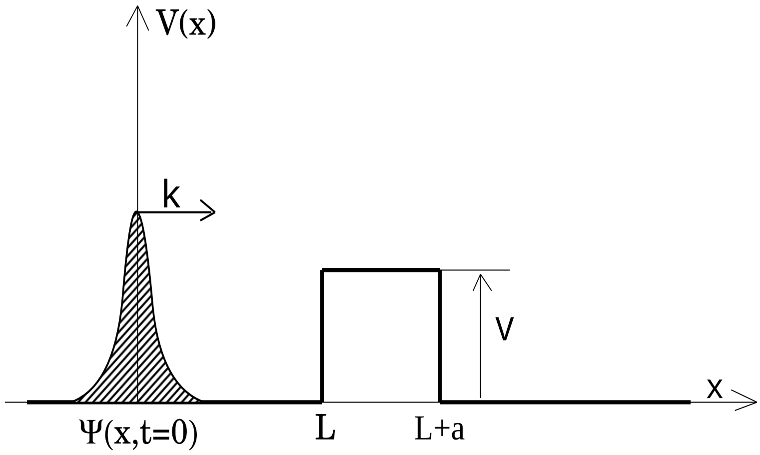
gdje je $d' >> d$. Odredite vremenski raspad lokaliziranog stanja na kontinuum u ovisnosti o parametrima $L > 0$ i $d' > 0$. Napravite usporedbu sa poznatom situacijim kada je d=d' i kada svaka jama ima po jedno vezano stanje.

Tuneliranje valnog paketa

Čestica mase m giba se u $1D$ potencijalu prikazanom na Sl.1. U trenutku $t=0$ čestica je opisana valnim paketom

$$\psi\left(x\right)=\frac{1}{\pi^{\frac{1}{4}}\sqrt{d}}e^{ikx-\frac{x^2}{2d^2}}.$$

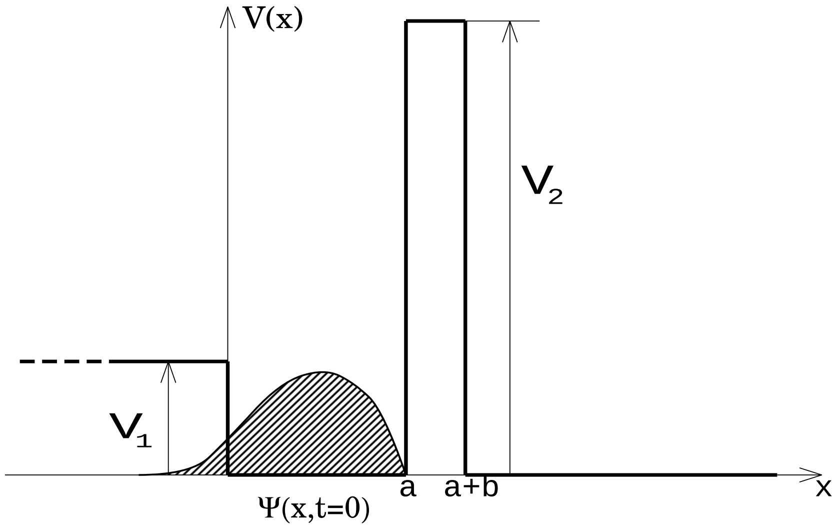
Izračunajte i grafički prikažite vremensku evoluciju valne funkcije čestice u raznim trenutcima $t>0$. Posebno komentirajte tenutke $t_1\approx\frac{Lm}{\hbar k}$ i $t_2>\frac{(L+a)m}{\hbar k}$. Razmotrite i komentirajte slučajeve $E=\frac{\hbar^2k^2}{2m}<V$ i $E>V$.



Slika 1:

Raspad lokaliziranog stanja

Čestica mase m nalazi se u osnovnom stanju 1D potencijala prikazanog na Sl.2. V_1 je konačan, a $V_2 \to \infty$. Izračunajte vremensku evoluciju valne funkcije ako u jednom trenutku V_2 također postane konačan.



Slika 2: