

## FP2–V5. Brzina svjetlosti

### Ključni pojmovi

Brzina svjetlosti, zakon loma, indeks loma, goniometar, prizma, permitivnost i permeabilnost vakuuma

### I. TEORIJSKI UVOD

#### Brzina svjetlosti

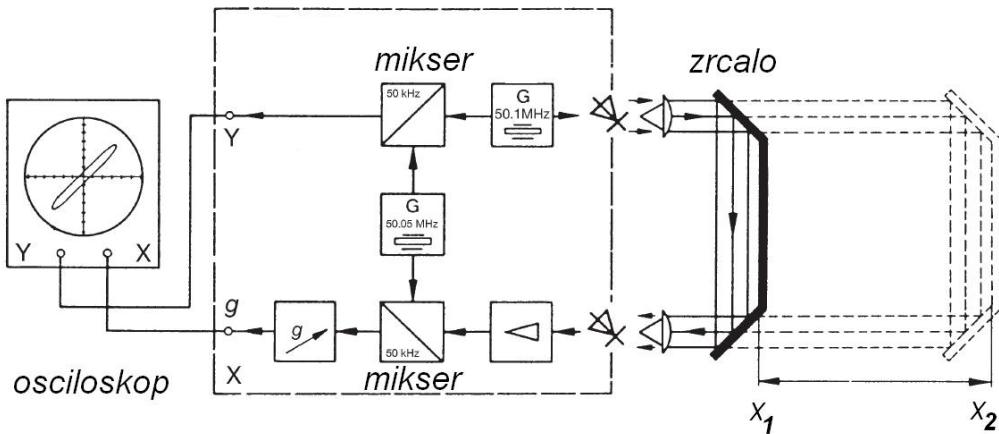
Iz Maxwellovih jednadžbi slijedi da je brzina svjetlosti u vakuumu jednaka:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (1)$$

gdje su  $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$  i  $\mu_0 = 1,257 \times 10^{-6} \text{ H/m}$  permitivnost i permeabilnost vakuuma. U mediju relativne permitivnosti  $\epsilon_r$  i relativne permeabilnosti  $\mu_r$  brzina svjetlosti  $c_m$  dana je s:

$$c_m = \frac{c}{n_m} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \quad (2)$$

gdje je  $n_m = \sqrt{\mu_r \epsilon_r}$  indeks loma tog medija.



Slika 1: Shematski prikaz uređaja.

#### Princip mjerene brzine svjetlosti

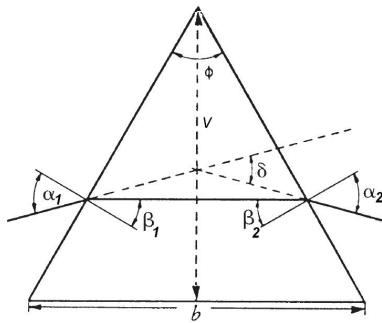
Princip izravnog mjerena brzine svjetlosti kroz zrak temelji se na shemi prikazanoj na Slici 1. Svjetleća dioda napaja se visokofrekventnim izmjeničnim naponom frekvencije  $f$ , tako da je intenzitet emitirane svjetlosti periodički moduliran (u vježbi je frekvencija modulacije jednaka  $f = 50,1 \text{ MHz}$ ). Nakon refleksije na paru zrcala na poziciji  $x_2$  snop svjetlosti obasjava fotodiodu i u njoj proizvodi izmjenični napon iste frekvencije, ali s nekim pomakom u fazi u odnosu na svjetlost reflektiranu na zrcalima na poziciji  $x_1$ . Za dani pomak para zrcala  $\Delta x = x_2 - x_1$  put snopa svjetlosti poveća se za  $\Delta l = 2\Delta x$ , a vrijeme putovanja snopa svjetlosti za  $\Delta t = \Delta l/c$ . Posebno, ako je pomak  $\Delta x$  takav da je razlika u fazi između svjetlosti emitirane sa svjetleće diode i svjetlosti koja upada na detekcijsku fotodiodu jednaka  $\pi$ , tada se razlika u vremenu svodi na  $\Delta t = 1/2f$ , odakle za brzinu svjetlosti u zraku (koji aproksimativno smatramo vakuuumom) vrijedi:

$$c = \frac{\Delta l}{\Delta t} = 4f\Delta x \quad (3)$$

#### Lom svjetlosti na prizmi

Kada svjetlost valne duljine  $\lambda$  prolazi kroz prizmu, mijenja smjer. Kut devijacije  $\delta$  (vidi Sliku 2) ovisi o kutu upada  $\alpha_1$ , o geometriji prizme te o indeksu loma prizme  $n_m(\lambda)$  koji pak ovisi o valnoj duljini svjetlosti<sup>1</sup>. U

<sup>1</sup> Pitanje za razmišljanje: je li (za praktične potrebe) prikladnije izraziti ovisnost indeksa loma medija u ovisnosti o valnoj duljini, kao  $n_m(\lambda)$ , ili o frekvenciji svjetlosti, kao  $n_m(\omega)$ ? (Ovdje ne treba miješati frekvenciju svjetlosti  $\omega$  s frekvencijom  $f$  modulacije izvora!)



Slika 2: Lom svjetlosti na prizmi.

slučaju kada je kut upada  $\alpha_1$  jednak izlaznom kutu  $\alpha_2$ , zakoni loma na dvjema granicama medija:

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \beta_i} = n_m(\lambda); \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

kombiniraju se u izraz:

$$n_m(\lambda) = \frac{\sin \frac{\phi+\delta}{2}}{\sin \frac{\phi}{2}} \quad (5)$$

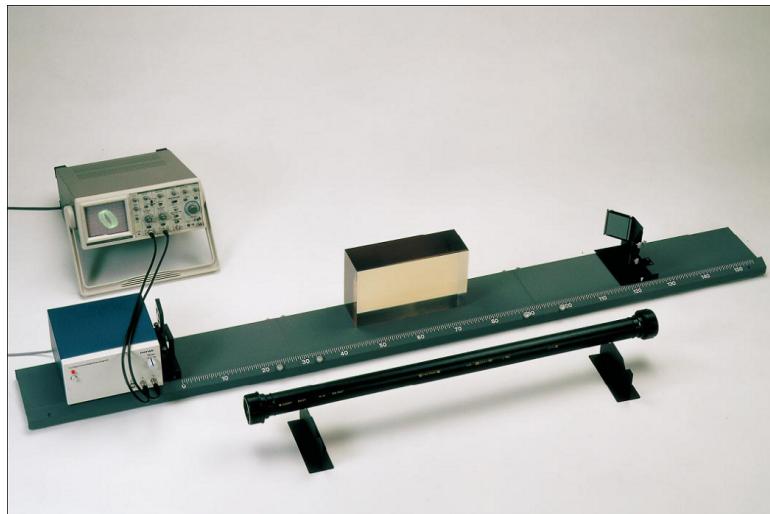
Ovdje je  $\phi$  kut prizme, a  $\delta$  je kut devijacije, **koji je za ovu geometriju minimalan**. Mjeranjem kutova  $\phi$  i  $\delta$  određujemo  $n_m(\lambda)$ .

## II. MJERNI UREĐAJ I MJERENJE

### Izravna metoda

Uredaj je prikazan na Slici 3. Najvažniji dio vježbe je pravilno namještanje uređaja. Uključite uređaj te postavite zrcala u početni položaj (položaj 0 cm na skali, odnosno položaj  $x_1$  na Slici 1). Stavite na zrcalo, na koje upada svjetlost emitirana iz svjetleće diode, bijelu plastičnu masku s otvorom u sredini. Centrirajte leću tako da snop svjetlosti bude nešto veći od otvora na maski. Centrirajte drugu leću ispred fotodiode tako da se snop svjetlosti reflektiran s para zrcala fokusira na diodu. Neka su leće udaljene od dioda 3,5–4,0 cm.

Praćenje emitiranog i reflektiranog elektromagnetskog vala na osciloskopu omogućeno je na način da se frekvencija modulacije (50,1 MHz) reducira na približno 50 kHz (vidi shemu na Slici 1). Emitirani val reducirane frekvencije (tj. napon iz svjetleće diode) dovodi se na ulaz X, a odgovarajući val reflektiran na zrcalima (napon iz fotodiode) na ulaz Y. Razlika u fazi između dva vala može se odrediti koristeći vremenski prikaz valova ili  $x-y$  prikaz valova. (Podsetite se rada s osciloskopom s *Početnog fizičkog praktikuma 1.*) U  $x-y$  prikazu valova, za faznu razliku jednaku 0, odnosno  $\pi$ , elipsa postaje pravac koji prolazi prvim i trećim, odnosno drugim i četvrtim kvadrantom ekrana (da bi pravac bio prikazan pod očekivanim kutom od  $\pm 45^\circ$ , bit će potrebno pažljivo i promišljeno baždarenje, opisano niže).



Slika 3: Mjerjenje brzine svjetlosti izravnom metodom.

**Baždarenje** je "dinamičko" i sastoji se od prilagodbe naponske skale za prikaz detektiranog signala fotodiode, **u ovisnosti o položaju zrcala** spram izvora svjetlosnog snopa. Za to je potrebno znati da se u  $x$ - $y$  prikazu, naponske skale u  $x$ -smjeru i  $y$ -smjeru mogu postaviti nezavisno jedna od druge. Od izravne koristi će nam biti i činjenica da se pomoću regulatora "Phase" može namjestiti razlika u fazi između izlaznog i ulaznog signala, kakva je prikazana na ekranu<sup>2</sup>. Da bismo razumjeli potrebu za baždarenjem, prvo je potrebno učiniti sljedeće:

- namještanjem zrcala i leća fokusirati snop svjetlosti koji upada na fotodiodu najbolje što možemo
- postaviti jednaku naponsku skalu i u  $x$ -smjeru i  $y$ -smjeru  $x$ - $y$  prikaza na osciloskopu
- za neki (proizvoljni) položaj zrcala regulatorom "Phase" namjestiti da prikazana razlika u fazi bude  $\pi/2$ , što očemo prepoznati kao uspravnu/položenu elipsu na ekranu

Poanta ovog dijela jest primijetiti da signal neće biti kružnica, što bismo očekivali kad bi intenziteti izlaznog signala (iz izvora) i ulaznog signala (iz fotodiode) bili jednakci. Sad kad smo se uvjerili da radimo sa signalima **različitog intenziteta**, zaključujemo da moramo postaviti **različite naponske skale** u  $x$ -smjeru i  $y$ -smjeru kako bismo dobili očekivanu kružnicu. Zašto baš kružnicu? Pretpostavimo da malo odmaknemo zrcala pa se zbog promjene u fazi detektiranog signala kružnica počne zakretati u elipsu pod nekim kutom. **Samo kad je naponska skala takva da faznoj razlici  $\pi/2$  odgovaraju jednake amplitude u  $x$ -smjeru i  $y$ -smjeru, prikazani nagib elipse odgovara stvarnoj faznoj razlici za dani položaj zrcala!** Naime, zamislimo da smo već u skali u kojoj nagib elipse vjerno odgovara faznoj razlici. Kad bismo promijenili naponsku skalu tako da se elipsa sabije ili izduži u određenom smjeru, kut pod kojim leži bi se promijenio, stoga više ne bi odgovarao stvarnoj faznoj razlici. Prema tome, da na ekranu tražimo neku specifičnu faznu razliku, ne bismo je znali prepoznati!

U sljedećem koraku potrebno je:

- postaviti naponske skale u  $x$ -smjeru i  $y$ -smjeru tako da se za neki položaj zrcala doista dobije kružnica kad se regulatorom "Phase" fazna razlika namjesti na  $\pi/2$
- pomicati zrcala čim je više moguće duž njihova nosača, zadržavajući postavljene naponske skale
- za nekoliko izabranih položaja zrcala regulatorom "Phase" ponovno namjestiti faznu razliku na  $\pi/2$ , kako bismo ponovno pokušali dobiti kružnicu na ekranu

Sada ćemo primijetiti da koristeći naponske skale koje nam daju kružnicu za neki položaj zrcala, dobivamo elipse za neke druge položaje. Prema tome, naponska skala koja je prilagođena jednom položaju zrcala, nije nužno prilagođena ostalim položajima! Ovo se događa zato jer snop svjetlosti koji koristimo – koliko ga god dobro pokušali fokusirati – ipak ima konačan rasap, u što se lako možemo uvjeriti promatrajući povećanje svjetle mrlje koja upada na fotodiodu, kako odmičemo zrcala. Drugim riječima, odmicanjem zrcala pada intenzitet detektiranog dijela snopa, odnosno pada amplituda signala s fotodiode. Stoga moramo izabrati nekoliko intervala za položaj zrcala, unutar kojih ćemo koristiti različite naponske skale za prikaz signala fotodiode (odavde "dinamičko" baždarenje). Svaka skala, naravno, mora biti takva da za faznu razliku  $\pi/2$  namještenu regulatorom "Phase", u  $x$ - $y$  prikazu dobijemo kružnicu.

Nakon što smo na ovaj način odredili optimalne naponske skale za različite položaje zrcala – a sve s ciljem da **prikazani nagib elipse** doista odgovara **stvarnoj faznoj razlici** signala – počinjemo sa središnjim dijelom mjerjenja. Pri tome, jednom kad postavimo regulator "Phase" u željeni položaj, **više ga ne diramo za trajanja cijelog eksperimenta!**

**Mjerenje u zraku** se izvodi na sljedeći način. Par zrcala se postavi u početni položaj  $x_1$  i izvrši se provjera centriranosti snopa svjetlosti. Pomoću regulatora "Phase" – i uz korištenje naponske skale optimizirane za početni položaj – u  $x$ - $y$  prikazu na osciloskopu se namjesti pravac pod kutom od  $45^\circ$  (pravac neće biti idealan, tako da je dovoljno dobiti nešto što najbolje nalikuje na pravac). Odmičite par zrcala, promatrazte sliku na osciloskopu i ne zaboravite prilagoditi naponsku skalu na osciloskopu kad se zrcala nađu na udaljenosti koja zahtijeva promjenu skale! Pravac se pretvara u elipsu, koja rotira, pa opet prelazi u pravac koji prolazi drugim i četvrtim kvadrantom (tj. pod kutom je od  $-45^\circ$ ). U tom trenutku – odnosno za taj položaj zrcala  $x_2$  – postigli smo fazni pomak za  $\pi$  s obzirom na početni položaj zrcala  $x_1$ . Očitajte  $x_1$  i  $x_2$  te procijenite nepouzdanost.

---

<sup>2</sup> Razlika u fazi  $\varphi_2 - \varphi_1$  dvaju signala je, naravno, apsolutna veličina i ovisi samo o duljini optičkoga puta koji zraka svjetlosti mora prijeći od izvora do detektora. Regulatorom "Phase" samo se namješta "nulta" razlika  $\varphi_0$  za **prikaz na osciloskopu**, a koja će u prikazu odgovarati stvarnoj faznoj razlici 0:  $\Delta\varphi_{\text{prikaz}} = (\varphi_2 - \varphi_1) + \varphi_0$ .

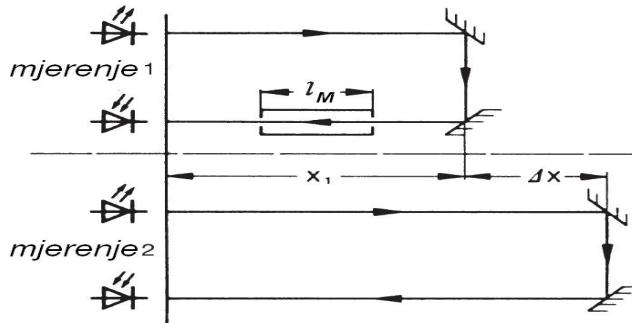
**Mjerenje s medijem** indeksa loma  $n_m$  se izvodi slično kao i u zraku. Između svjetleće diode i para zrcala postavi se cijev ispunjena vodom ili blok sintetičke smole dužine  $l$  (Slika 4.1). Pomoću regulatora "Phase" postignite na ekranu pravac (kroz drugi i četvrti kvadrant). Uklonite korišteni medij. Na ekranu osciloskopa vidi se elipsa. Pomičite par zrcala do (prve) ponovne pojave pravca, što ukazuje da je opet uspostavljena ista fazna razlika (Slika 4.2). U prvom slučaju svjetlost je prešla put  $l_1$ , a u drugom slučaju put  $l_2 = l_1 + 2\Delta x$ . Ako je  $c_z$  brzina svjetlosti u zraku,  $c_m$  brzina svjetlosti u mediju (voda ili smola), a  $l_m$  uzdužna duljina medija, tada su odgovarajuća vremena prolaza svjetlosti dana s:

$$t_1 = \frac{l_1 - \kappa l_m}{c_z} + \frac{\kappa l_m}{c_m} \quad \text{i} \quad t_2 = \frac{l_1 + 2\Delta x}{c_z} \quad \text{i} \quad t_1 = t_2 \quad (6)$$

Za sada faktor  $\kappa$  smatrajte jedinicom:  $\kappa = 1$ . Slijedi da je indeks loma svjetlosti u mediju jednak:

$$n_m = \frac{c_z}{c_m} = 1 + \frac{2\Delta x}{\kappa l_m} \quad (7)$$

Faktor  $\kappa$  uveli smo kako bismo obuhvatili dva moguća slučaja. Naime, blok smole dovoljno je širok da njime presiječete obje svjetlosne zrake: i prije i poslije refleksije na zrcalima. U tom slučaju snop će kroz medij prolaziti dvostruko veći put (i imati dvostruko veće kašnjenje u vremenu) u usporedbi sa slučajem kad biste presijekli samo jednu zraku. Ovisno o načinu na koji ste izabrali izvesti pokus, potrebno je koristiti odgovarajući izvod, odnosno vrijednost  $\kappa$ : ako ste presijekli jednu zraku, tada koristite  $\kappa = 1$ , a ako obje, onda  $\kappa = 2$ . Očitajte  $l_1$ ,  $l_2$  i  $l_m$  te procijenite nepouzdanosti.



Slika 4: Mjerenje brzine svjetlosti u mediju indeksa loma  $n_m$ .

### Mjerenje pomoću prizme

Koristimo svjetlost barem triju valnih duljina iz emisijskog spektra dostupne lampe (obično helijeve ili kadmijske). Spektralne cijevi postižu maksimum intenziteta svjetlosti nakon zagrijavanja od 5 minuta. Ako je uopće potrebno dirati cijevi (u normalnim okolnostima nije!), prvo provjerite je li se ohladila i ne dirajte je golinim prstima, već filter papirom ili tkaninom.

Postupajte s goniometrom oprezno. Uklonite prizmu s njenim postoljem s goniometra. Pazite da se prizma ne dira golinim prstima. Pronadite sliku pukotine u okularu. Ona i slika nitnog križa moraju biti oštare, a slika nitnog križa mora biti na sredini pukotine. Također podesite širinu pukotine kako biste vidjeli oštare spektralne linije. Budući da u ovom položaju okulara mjerimo smjer upadne zrake, skalu od  $360^\circ$  zarotirajte da se njen nulti položaj podudara s nultim položajem noniusa te zakočite skalu s gornjim vijkom na desnoj strani. Na ovaj način kut koji mjerimo prilikom pomaka okulara u lijevo ili u desno odgovara kutu devijacije (koristite nonius za točnije očitavanje kuta). Vratite prizmu s postoljem na goniometar te pronadite položaj okulara u kojem se vide spektralne linije. **Vrtnjom stolića s prizmom osigurajte uvjet minimalne devijacije. (Kako ćete prepoznati kut minimalne devijacije?)** Izmjeriti kut minimuma devijacije za vidljive spektralne linije (najmanje tri linije). Donji vijak s desne strane postolja služi za fiksiranje okulara, a donji vijak s lijeve strane postolja za fino pomicanje okulara nakon fiksiranja. Kut prizme odredite iz podataka  $b = (32, 14 \pm 0, 01)$  cm,  $v = (27, 95 \pm 0, 01)$  cm (Slika 2).

### Zadaci

1. Odredite brzinu svjetlosti u zraku.
2. Odredite brzinu svjetlosti u vodi ili sintetskoj smoli (sami izaberite) te izračunajte pripadni indeks loma.
3. Odredite indeks loma staklene prizme za spektralne linije iz emisijskog spektra dostupne lampe te izračunajte pripadne brzine svjetlosti.



Slika 5: Goniometar s prizmom.

**Za razmišljanje...**

Ako pri prijelazu svjetlosti iz rjeđeg u gušće optičko sredstvo relativnog indeksa loma  $n_r > 1$  dolazi do skraćivanja valne duljine:

$$\lambda_m = \frac{\lambda_0}{n_r}$$

zašto onda, kada netko iz zraka obasjava bazen vode crvenom svjetlošću, ronilac u bazenu ne vidi zelenu svjetlost? Ili možda vidi?

**Za još malo razmišljanja...**

Kako to da smo u stanju raspoznati boje poput ružičaste, smeđe, sive (...) kad ih nema nigdje u spektru vidljive svjetlosti?