

## FP2–V2. Mjerenje viskoznosti viskozimetrom s padajućom kuglicom

### Ključni pojmovi

Newtonova tekućina, Stokesov zakon, unutarnje trenje, viskoznost

### I. TEORIJSKI UVOD

#### Viskoznost

Gibaju li se dva paralelna sloja tekućine ili plina u istom smjeru, ali različitim brzinama, među njima djeluju sile koje nastoje smanjiti gradijent brzine. Prema Newtonu, sila unutarnjeg trenja (viskoznosti) u tom slučaju jest:

$$\vec{F}_v = S\eta \frac{d\vec{u}}{dz} \quad (1)$$

gdje je  $S$  površina slojeva,  $d\vec{u}/dz$  je gradijent brzine okomito na plohu, a  $\eta$  je koeficijent unutarnjeg trenja ili dinamička viskoznost (jedinica je:  $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1} = \text{Pa s}$ ). Taj je zakon formalno identičan za tekućine i plinove, ali su uzroci trenja posve različiti. Uzrok unutarnjeg trenja tekućina su međumolekularne sile koje se protive smicanju susjednih ploha. Kod plinova, naprotiv, difuzija molekula među slojevima uzrokuje izmjenu impulsa i time izjednačava brzine susjednih slojeva, što je ekvivalentno sili trenja među slojevima. Taj je proces znatno manje učinkovit od djelovanja međumolekularnih sila u tekućinama, tako da su plinovi znatno manje viskozni. Razlika između navedenih dvaju procesa uočava se i u temperaturnoj ovisnosti  $\eta$ . Dok u plinovima raste s temperaturom, u tekućinama pada prema eksponencijalnom zakonu (Andrade):

$$\eta(T) = A \exp(B/T) \quad (2)$$

Faktor  $\exp(B/T)$  je Boltzmannov faktor koji daje broj molekula koje imaju dovoljno energije da preskoče potencijalne barijere. Definiramo aktivacijsku energiju za taj proces kao  $\mu = k_B B$ , gdje je  $k_B = 1,381 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$  Boltzmannova konstanta. Konstanta  $A$  je granična vrijednost kojoj viskoznost teži povećanjem temperature.

#### Viskozimetar s padajućom kuglicom

Ako kugla radijusa  $r$  pada kroz beskonačnu tekućinu, sila trenja će prema Stokesu biti:

$$\vec{F}_v = -6\pi r\eta \vec{u} \quad (3)$$

Uz silu trenja, na kuglu djeluju i sila teže  $\vec{F}_g$  i sila uzgona  $\vec{F}_u$ :

$$\vec{F}_g = \rho_k V \vec{g} \quad \text{i} \quad \vec{F}_u = -\rho_t V \vec{g} \quad (4)$$

gdje je  $\rho_k$  gustoća kugle,  $\rho_t$  gustoća tekućine, a  $V = 4\pi r^3/3$  volumen kugle. U realnom eksperimentu kuglica pada kroz konačnu cijev polumjera  $R$  i duljine  $l$ . Sila trenja povećava se s povećanjem omjera  $r/R$  i  $r/l$ . Ako vrijedi  $l \gg R \gg r$ , onda se ovisnost o  $l$  može zanemariti, a korekcija trenja  $\vec{F}_v$  uvodi se općenito na način:

$$\vec{F}_v = -6\pi r\eta \vec{u} \left(1 + \frac{r}{R}\right)^n \quad (5)$$

pri čemu je eksponent  $n$  temperaturno ovisan. Nakon što kugla prijeđe određeni put u tekućini, uspostavlja se konstantna brzina  $u = l/t$ , gdje je  $l$  duljina puta duž kojeg ćemo mjeriti vrijeme  $t$  gibanja kuglice tom konstantnom brzinom. Iz uvjeta ravnoteže slijedi:

$$\vec{F}_g + \vec{F}_u + \vec{F}_v = \vec{0} \quad (6)$$

što vodi na:

$$\eta = \frac{2}{9} g \frac{r^2}{(1 + r/R)^n} (\rho_k - \rho_t) \frac{t}{l} \quad (7)$$

Ako kugla pada kroz cijev promjera koje je samo nešto veći od promjera kugle (viskozimetar po Höppler), Stokesova formula neće biti dobra aproksimacija takvoga gibanja jer imamo znatno strujanje tekućine kroz uzak prolaz prema gore. Usto, kugla će nasumično udarati o stijenkama cijevi. Kako bi gibanje kugle postalo reproducibilno, cijev se nagnje za nekoliko stupnjeva, čime dopustimo kugli da se kotrlja po stijenki cijevi. Tada se viskoznost računa prema empirijskoj formuli:

$$\eta = K(\rho_k - \rho_t)t \quad (8)$$

pri čemu je konstantu  $K$  izmjerio proizvođač viskozimeta, a  $t$  je vrijeme potrebno da kugla prijeđe put između dviju oznaka na cijevi viskozimetra.

## II. MJERNI UREĐAJ I MJERENJE



Slika 1: Viskozimetar s padajućom kuglicom.

Viskozimetar s padajućom kuglicom je u jednom postavu cijev promjera  $2R = 15,93$  mm u kojoj se nalazi kuglica promjera  $2r = 15,66$  mm. Cijev punimo tekućinom čiju viskoznost želimo odrediti. U drugom postavu je cijev nešto većeg promjera. Ta je cijev uronjena i učvršćena u valjkastu posudu ispunjenu vodom. Valjkasta je posuda nagnuta pod kutom od  $10^\circ$  i učvršćena na postolju s mogućnošću okretanja. Cijevima je povezana sa sustavom za grijanje i termostatiranje. Tekućine koje ispitujemo jesu metanol i vakuumsko ulje, a njihove viskoznosti određujemo kao funkciju temperature. Cijev viskozimetra ima na sebi oznake udaljene  $10$  cm, a mi pomoću elektroničkog brojača mjerimo vrijeme koje je potrebno kuglici da priđe put između oznaka te na taj način određujemo njezinu brzinu. Prilikom okretanja mjerne aparature treba paziti da se valjkasta posuda učvrsti u ravnotežnom položaju. Prije mjerenja na određenoj temperaturi, potrebno je pričekati desetak minuta da se temperatura stabilizira.

U praktikumu se nalaze dva viskozimetra. Jedan je napunjen metanolom, a drugi vakuumskim uljem. Pri mjerenu temperaturne ovisnosti viskoznosti na svakoj temperaturi treba obaviti 5 mjerena.

**Zadaci**

- Odredite viskoznost metanola kao funkcije temperature, u koracima od  $5$  °C, koristeći se formulom (8). Potrebni podaci su:

$$\text{gustoća kuglice } \rho_k = 2218 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{gustoća metanola } \rho_{\text{meth}} = 792 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{konstanta } K = (5,78 \pm 0,01) \times 10^{-8} \text{ Pa m}^3/\text{kg}$$

Nacrtajte funkciju  $\eta(T)$  za metanol.

- Odredite viskoznost vakuumskog ulja pri sobnoj temperaturi i pri  $45$  °C. Potrebni podaci su:

$$\text{gustoća kuglice } \rho_k = 2218 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{gustoća vakuumskog ulja } \rho_{\text{ulje}} = 860 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{konstanta } K = (7,79 \pm 0,03) \times 10^{-7} \text{ Pa m}^3/\text{kg}$$

- Prikažite rezultate za metanol u grafu  $1/T - \log \eta$  i provjerite valjanost relacije (2). Potrebno je upotrebjavati skalu absolutne temperature. Odredite aktivacijsku energiju  $\mu$  za metanol.