

## FP1–V10. Transformator

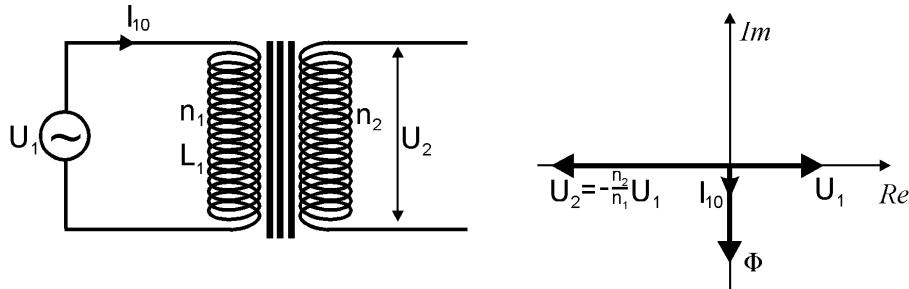
### Ključni pojmovi

Indukcija, samoindukcija, međuvodička indukcija, magnetski tok, zavojnica, opterećeni i neopterećeni transformator

### I. TEORIJSKI UVOD

Transformator se sastoji od dviju zavojnica sa zajedničkom jezgrom od feromagnetskog materijala (najčešće željeza). Jezgra služi za prijenos magnetskog toka iz jedne zavojnice u drugu, a sastavljena je od niza pločica međusobno električno izoliranih kako bi se izbjegle vrtložne struje u samoj jezgri. Jezgra prolazi kroz obje zavojnice i zatvara puni krug. Time se osigurava da gotovo sav magnetski tok induciran u jednoj od zavojnica prolazi kroz jezgru i ne izlazi iz nje. Idealnim transformatorom nazivamo transformator u kojem nema rasipanja magnetskog toka, tj. sav magnetski tok prolazi kroz feromagnetsku jezgru i jednak je kroz obje zavojnice, a nema ni gubitaka u jezgri. Također smatramo da je omski otpor u žicama zanemariv. Na jednu zavojnicu (primarnu) dovodi se izmjenični napon koji inducira izmjeničnu struju kroz tu zavojnicu, a time i promjenjiv magnetski tok. Taj magnetski tok inducira napon u drugoj zavojnici (sekundaru).

#### Idealni transformator u praznom hodu (neopterećeni transformator)



Slika 1: Idealni transformator u praznom hodu.

Razmotrimo prvo slučaj idealnog transformatora u tzv. praznom hodu. To je slučaj u kojem zavojnica sekundara ima otvorene krajeve (Slika 1), pa sekundarom ne teče struja. Pod rješavanjem problema transformatora smatramo nalaženje električnih veličina u primaru i sekundaru kao rezultat dovođenja izmjeničnog napona  $U_1$  na krajeve primara. Faze ostalih struja i napona definirat ćemo u odnosu prema  $U_1$ . Koristit ćemo se kompleksnim prikazom izmjeničnih veličina. Možemo pisati  $U_1 = |U_1|e^{i\omega t}$ , tako da u  $t = 0$  napon  $U_1$  bude postavljen duž realne osi (Slika 1). Ako je  $L_1$  samoindukcija primara namotanoga oko jezgre transformatora, njegova impedancija je u slučaju idealnog transformatora čisto imaginarna:  $Z_1 = i\omega L_1$ . Zbog dovedenog napona  $U_1$  kroz primar će poteći slaba struja:

$$I_{10} = \frac{U_1}{i\omega L_1} = |I_{10}|e^{i(\omega t - \pi/2)} \quad (1)$$

koja u fazi zaostaje za naponom za  $\pi/2$ . Na Slici 1 struja je prikazana vektorom duž negativne imaginarnе osi. Struja  $I_{10}$  inducira magnetski tok  $\Phi$  kroz presjek feromagnetske jezgre prema relaciji:

$$n_1 \Phi = L_1 I_{10} \quad (2)$$

jer ukupni tok kroz zavojnicu uzima u obzir i broj zavoja  $n_1$ . Tok  $\Phi$  u fazi je sa strujom  $I_{10}$  (Slika 1). Ova relacija vrijedi u praznom hodu kad je  $I_2 = 0$ , tj. jedino struja  $I_{10}$  stvara tok  $\Phi$ . Drugi Kirchoffov zakon za strujnu petlju primara daje odnos napona i toka:

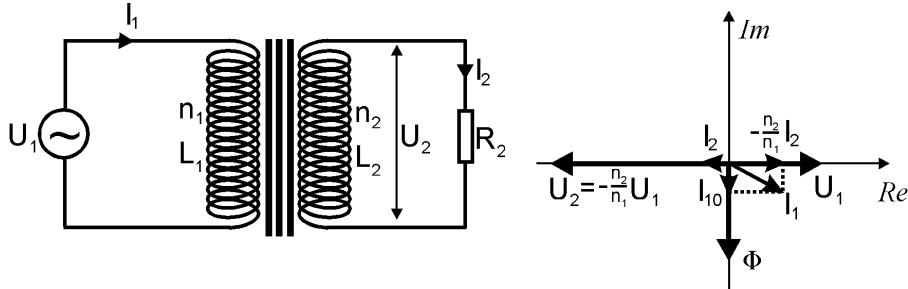
$$U_1 = n_1 \frac{d\Phi}{dt} = i\omega n_1 \Phi \quad (3)$$

Preostaje nam još da odredimo napon  $U_2$  na krajevima sekundara. Prema pretpostavci o idealnom transformatoru, isti tok  $\Phi$  prolazi i kroz presjek zavojnice sekundara. Ona ima  $n_2$  zavoja pa će se na njezinim krajevima inducirati napon:

$$U_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt} = -i\omega n_2 \Phi = -\frac{n_2}{n_1} U_1 \quad (4)$$

Omjer  $n_2/n_1$  nazivamo omjerom transformacije. Uočimo da je napon na sekundaru u protufazi s naponom na primaru. Taj je predznak zapravo dogovoran jer ovisi o tome koji smjer magnetskog toka kroz zavojnice uzimamo kao pozitivan te o smjeru namatanja zavojnica. Zamjenom krajeva zavojnica moguće je postići i da su naponi  $U_1$  i  $U_2$  u fazi. U dalnjem tekstu ostat ćeemo pri konvenciji kao u jednadžbi (4) pa je  $U_2$  prikazan kao na Slici 1.

### Idealni transformator s omskim otporom u krugu sekundara (opterećeni transformator)



Slika 2: Idealni transformator s omskim otporom u krugu sekundara.

Drugi slučaj vrijedan razmatranja jest idealan transformator s omskim otporom spojenim na sekundar (Slika 2). Očito je da će u krugu sekundara poteći neka struja  $I_2$  kao posljedica induciranih napona  $U_2$ . Ta je struja u fazi s naponom  $U_2$ . Opet postavljamo da je napon  $U_1$  zadani i tražimo ostale veličine u primaru i sekundaru. Označimo s  $I_1$  struju koja teče primarom. Obratimo pozornost na magnetski tok  $\Phi$  u novim okolnostima. Za razliku od praznoga hoda kada je samo struja primara uzrokovala nastanak magnetskoga toka  $\Phi = (L_1/n_1)I_{10}$  prema jednadžbi (2), sada imamo dvije struje  $I_1$  i  $I_2$  koje daju doprinose stvarajući ukupni tok  $\Phi$  kroz presjek jezgre:

$$\Phi = \frac{L_1}{n_1} I_1 + \frac{L_2}{n_2} I_2 \quad (5)$$

Jednostavno zbrajanje doprinosa vrijedi zbog pretpostavke da nema rasipanja magnetskog toka, tj. da cijelokupan tok što ga stvara jedna zavojnica prolazi i kroz presjek druge zavojnice. Drugim riječima, tok  $\Phi$  isti je kroz poprečni presjek jezgre na bilo kojem mjestu.

Sada možemo primijeniti drugi Kirchoffov zakon na strujne petlje primara i sekundara. Za strujni krug primara i dalje vrijedi relacija (3). Iz nje vidimo da dovedeni napon  $U_1$  jednoznačno određuje ukupni tok  $\Phi$  koji se stoga ne razlikuje od toka u praznome hodu (Slike 1 i 2). No budući da je sada  $I_2 \neq 0$ , mora se i struja u primaru promjeniti na takav način da tok  $\Phi$  ostane isti. Za strujni krug sekundara drugi Kirchoffov zakon glasi:

$$U_2 = R_2 I_2 \quad (6)$$

gdje je  $U_2$  i sada dan jednadžbom (4). Iz toga slijedi da je struja u sekundaru:

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = -\frac{n_2}{n_1} \frac{U_1}{R_2} \quad (7)$$

Vidimo da je  $I_2$  u fazi s  $U_2$  (Slika 2). Preostaje nam da odredimo struju  $I_1$ . Uvrstimo jednadžbu (5) u (3) pa dobivamo:

$$U_1 = n_1 \left( \frac{L_1}{n_1} i\omega I_1 + \frac{L_2}{n_2} i\omega I_2 \right) \quad (8)$$

Struja već je određena relacijom (7) pa lako odredimo struju primara:

$$I_1 = \frac{U_1}{i\omega L_1} \left( 1 + \frac{i\omega L_2}{R_2} \right) \quad (9)$$

Za  $R_2 = \infty$  (otvoren krug sekundara) relacija (9) svodi se na relaciju (1), tj.  $I_1$  postaje struja praznog hoda  $I_{10}$ . Tada je to jedina struja koja stvara tok i mora biti u fazi s njim (Slika 1). Međutim, za konačan  $R_2$  jednadžba (9) znači da struja  $I_1$  ima dodatan član koji joj mijenja iznos i fazu (Slika 2). To možemo razumjeti na sljedeći način. Kada sekundarom teče struja  $I_2$  kroz omski (realni) otpor, ona stvara tok  $(L_2/n_2)I_2$  iz jednadžbe (5), koji je u fazi s njom, a to znači u fazi s  $U_2$  (Slika 2). Da bi ukupan tok  $\Phi$  ostao neizmijenjen, mora se struja

promijeniti tako da poprimi komponentu u protufazi sa strujom  $I_2$  kako bi se doprinos struje  $I_2$  ukupnom toku poništio. To se može kvantitativno utvrditi ako jednadžbu (9) napišemo u obliku:

$$I_1 = I_{10} + \frac{L_2}{L_1} \frac{U_1}{R_2} = I_{10} - \frac{n_2}{n_1} I_2 \quad (10)$$

gdje su iskorištene jednadžbe (1) i (7) te činjenica da samoindukcija ovisi o kvadratu broja zavoja:  $L_2/L_1 = n_2^2/n_1^2$ . Valja naglasiti da ova jednadžba ne predstavlja nekakav zbroj struja u čvoru jer nikakva spoja nema između primara i sekundara. Cjelokupna struja  $I_1$  teče samo kroz primar. Drugi član na desnoj strani jednadžbe (10) predstavlja tek promjenu struje u primaru kada sekundarom teče struja  $I_2$ . To je prikazano na Slici 2. Struje  $I_{10}$  i  $I_2$  međusobno su okomite u kompleksnoj ravnini pa između struja  $I_1$  i  $I_2$  uvijek postoji razlika faza.

Napomenimo da mjerni instrumenti za izmjeničnu struju mjere efektivne vrijednosti fizikalnih veličina:

$$U_{\text{eff}} = \frac{|U|}{\sqrt{2}} \quad \text{i} \quad I_{\text{eff}} = \frac{|I|}{\sqrt{2}} \quad (11)$$

Dakle, očitavanjem vrijednosti na ampermetru, možemo odrediti amplitudu struje, ali ne i njezinu fazu. Stoga relacija (10) ne vrijedi za očitane vrijednosti struja, nego moramo upotrijebiti relaciju:

$$I_{1;\text{eff}} = \sqrt{I_{10;\text{eff}}^2 + \left( \frac{n_2}{n_1} I_{2;\text{eff}} \right)^2} \quad (12)$$

koja vrijedi prema Pitagorinu poučku jer su struje  $I_{10}$  i  $I_2$  okomite u kompleksnoj ravnini.

Obično je transformator građen tako da je samoindukcija zavojnice primara velika. Tada zanemarujemo struju praznog hoda u jednadžbi (10) pa praktično vrijedi:

$$I_1 \approx -\frac{n_2}{n_1} I_2 \quad (13)$$

Ako je taj uvjet ispunjen, onda relacija (13) vrijedi i za efektivne vrijednosti struja  $I_1$  i  $I_2$  (do na negativan predznak).

### Realni transformator

U praksi je nemoguće postići da u transformatoru nema gubitaka. Najvažniji izvori gubitaka jesu omski otpor u zavojnici i vrtložne struje u feromagnetskoj jezgri. Ti se gubici mogu opisati uvođenjem omskog otpora u seriju primarnoga strujnog kruga. Zbog njih će već struja praznoga hoda imati komponentu u fazi s naponom na primaru. Snaga koja se tako troši naziva se jalova snaga.

Dodatnu složenost proučavanju realnog transformatora unosi činjenica da feromagnetski materijali pokazuju histerezu. Kao posljedica toga, magnetska indukcija  $B$  (gustoća magnetskog toka) u jezgri kasni u fazi za magnetskim poljem  $H$  koje je pak u fazi sa strujom  $I_{10}$ . Stoga je fazni kut između struje  $I_{10}$  i napona  $U_2$  veći od  $\pi/2$ .

Prilikom konstrukcije transformatora uvijek se nastoji maksimalno smanjiti gubitke što se postiže izradom jezgre od tankih, međusobno izoliranih listića kako bi se vrtložne struje smanjile na zanemarivo mjeru, te odabirom takva poprečnog presjeka žice od koje je načinjena zavojnica da omski otpor u žici bude zanemariv. Stoga najčešće možemo s velikom točnosti primjenjivati relacije izvedene za idealni transformator.

## II. MJERNI UREĐAJ I MJERENJE

Mjerni uređaj, prikazan na Slici 3, sastoji se od transformatora, izvora izmjeničnog napona, promjenjivog otpornika (reostata) i tri univerzalna instrumenta koji se mogu koristiti kao voltmetri ili ampermetri za izmjeničnu struju. U sklopu uređaja nalazi se i preklopnik koji omogućuje naizmjenično mjerjenje napona na primaru i sekundaru (Slika 4). Shematski prikaz mjernog uređaja dan je na Slici 6.

Transformator se sastoji od dviju zavojnica postavljenih na zajedničku feromagnetsku jezgru. Jezgra je građena tako da je njezin gornji dio pomičan pa je zavojnice primara i sekundara moguće odvojiti od jezgre. Svaka zavojnica ima 140 zavoja, s time da je moguće odabrati priključke tako da broj zavoja bude bilo koji višekratnik broja 14 (Slika 5).

Izvor izmjeničnog napona daje napone efektivne vrijednosti 2 V, 4 V, 6 V, 8 V, 10 V, 12 V ili 14 V, a frekvencija je identična frekvenciji gradske mreže, tj.  $\omega = 2\pi \cdot (50 \text{ Hz})$ . Promjenjivom otporniku s klizačem može se kontinuirano mijenjati otpor od 0 do  $100 \Omega$ .

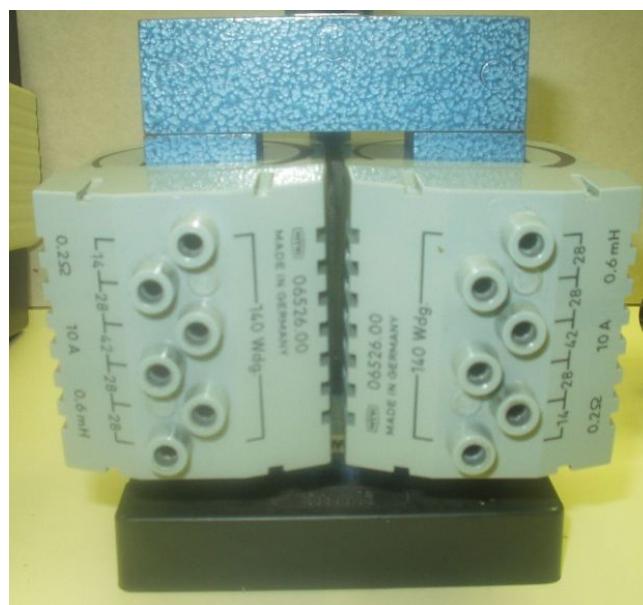
**Pažnja!** Izvor napona ima unutarnje ograničenje na struju koja može poteći njime te će automatski prilagoditi napon koji daje ako početna struja premaši tu granicu. Stoga ne "vjerujte" oznaci napona koji (mislite da) ste na njemu izabrali, već napon izvora doista izmjerite.



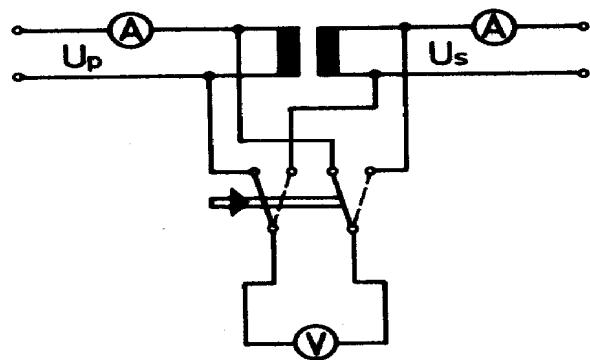
Slika 3: Elementi mjernog postava.



Slika 4: Preklopnik za naizmjjenično mjerene napona.



Slika 5: Transformator.



Slika 6: Shema mjernog uređaja.

**Zadaci**

1. a) Spojite shemu kao na Slici 6 i dovedite izmjenični napon  $U_1 = 2$  V na primar. Neka broj zavoja bude maksimalan ( $n_1 = 140$ ). Strujni krug sekundara ostavite otvorenim. Izmjerite struju praznog hoda  $I_{10}$  i napon  $U_1$  te odredite samoindukciju zavojnice primara kada je u njoj feromagnetska jezgra.  
b) Rastavite jezgru transformatora i skinite zavojnicu s nje. Izmjerite struju i napon na zavojnici kao u zadatku a) te izračunajte samoindukciju zavojnice bez jezgre.

**Oprez! Ampermetar treba postaviti na najmanje osjetljivo područje jer će poteći jaka struja.**

2. Odaberite napon na primaru  $U_1 = 2$  V i odaberite neki broj zavoja primara  $n_1$ . Mijenjajte broj zavoja sekundara  $n_2$  i promatrajte napon na sekundaru  $U_2$  u praznom hodu. Nacrtajte graf  $n_2 - U_2$  i provjerite relaciju (4).
3. Odaberite  $n_1 = 70$  i  $n_2 = 140$  te izmjerite struju praznog hoda  $I_{10;\text{eff}}$ . Tada u strujni krug sekundara uključite promjenjivi otpornik  $R_2$ . Mijenjajući  $R_2$  promatrajte kako se mijenjaju  $I_{1;\text{eff}}$  i  $I_{2;\text{eff}}$ . Nacrtajte graf  $I_{2;\text{eff}} - I_{1;\text{eff}}$  i odredite pravac koji najbolje opisuje mjerene točke. Objasnite značenje odsječka na ordinati.