

Zadaci II iz Fizike elementarnih čestica - Doktorski studij 2009/10

Blokovi nastave 26 - 30. travnja i 5 - 9. srpnja 2010.

1 Izražavanje masa čestica

1. Izrazite masu protona odgovarajuće normiranim matričnim elementom tenzora energije-impulsa;
2. Izrazite elektromagnetski doprinos masi mezona odgovarajućim matričnim elementom Lagrangiana elektromagnetske interakcije.

2 Skalarni sektor

1. Pokazati da za kompleksni $SU(2)_L$ dublet ϕ , kompleksno konjugirani ϕ^* nema dobra transformacijska svojstva na grupu $SU(2)_L$, te se stoga zamjenjuje s $i\sigma_2\phi^*$;
2. Uvedimo uz Higgsov dublet ϕ s poznatom vakuumskom očekivajućom vrijednošću $\langle \phi^0 \rangle = v/\sqrt{2}$, još i dodatni skalarni triplet Φ slabog hipernaboja 2 ($Q = I_3 + Y/2$), vakuumske očekivajuće vrijednosti $\langle \Phi^0 \rangle = v_3/\sqrt{2}$.

Izračunati omjer

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_w}$$

pomoću tripletne reprezentacije slabog izospina

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad I_2 = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

3 Neleptonski raspad

1. Izospinskom analizom konačnih dvopionskih stanja pri raspadu nabijenog i neutralnog kaona, pokažite da mala mjerena vrijednost omjera

$$\frac{\Gamma(K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0)}{\Gamma(K_S^0 \rightarrow 2\pi)} = 1.5 \cdot 10^{-3},$$

ukazuje da u Hamiltonianu s promjenom stranosti dominira promjena izospina za $|\Delta I| = 1/2$.

2. Uz gornje izborno pravilo $|\Delta I| = 1/2$ Hamiltoniana slabe interakcije, pokazati relaciju $\sqrt{2}a_0 + a_+ = a_-$ između slijedećih amplituda

$$\begin{aligned} a_+(\Sigma^+ \rightarrow n\pi^+) \\ a_0(\Sigma^+ \rightarrow p\pi^0) \\ a_-(\Sigma^- \rightarrow n\pi^-). \end{aligned}$$

4 Leptonski procesi

1. Izračunati širine raspada tau leptona

$$\Gamma(\tau^+ \rightarrow \pi^+ \bar{\nu}_\tau),$$

$$\Gamma(\tau^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\tau)$$

i njihov omjer usporediti s mjerenim (u PDG).

2. Izračunati udarni presjek “inverznog procesa”

$$\sigma(\nu_\tau + e \rightarrow \tau + \nu_e),$$

relevantnog za moguće izravno ustanovljavanje narušenja leptonskog okusa na eksperimentu OPERA.

5 Efektivna međudjelovanja za $\mu \rightarrow e\gamma$

1. Promotrimo Lagrangian s članovima dimenzije 3 i 4:

$$\mathcal{L}_{3,4} = a_3(\bar{e}\mu + \bar{\mu}e) + ia_4(\bar{e}\not{D}\mu + \bar{\mu}\not{D}e).$$

- (i) Izravnim računom pokazati da $\mathcal{L}_{3,4}$ ne vodi na $\mu \rightarrow e\gamma$;
- (ii) Ako se $\mathcal{L}_{3,4}$ doda Lagrangianu QED-a za elektron i mion, pokazati da se mogu definirati nova polja (e', μ') koja daju Lagrangian dijagonalan u okusu.

2. Iz postojeće granice na $\mu \rightarrow e\gamma$ naći granice na konstante c i d u baždarno invarijantnom Lagrangianu dimenzije 5

$$\mathcal{L}_5 = \bar{e}\sigma^{\alpha\beta}(c + d\gamma_5)\mu F_{\alpha\beta} + h.c.$$

6 Prema velikom ujedinjenju

Normirajmo hipernabojno vezanje $g'Y/2$ grupe $U(1)_Y$ reskaliranjem $T_Y = C \cdot Y/2$, tako da baždarno vezanje $g_1 T_Y$ grupe $U(1)$ bude normirano jednako kao za generatore T izospinskog i bojnog vezanja, s $Tr(T_Y)^2 = Tr(T)^2$. Pokazati da prijelaz $g' \rightarrow g_1 = \sqrt{5/3}g'$ omogućuje ugradnju $3 \cdot 2 \cdot 1$ grupe standardnog modela u $SU(5)$ i više unifikacije.

Ivica Picek