

## Poglavlje 6

# Standardna teorija čestica i sila

Ujedinjenje opisa naizgled raznorodnih pojava jedan je od ideala u fizici. Jedno od najljepših takvih postignuća je Maxwellova teorija koja objedinjuje električne i magnetske pojave, pri čemu se magnetizam svodi na učinak naboja u gibanju (“relativistički efekt”). Početak tog ujedinjenja pada u vrijeme Oerstedova opažanja 1820. godine da električna struja otklanja magnetsku iglu i Faradayeve demonstracije (deset godina kasnije) da magnet u gibanju kroz petlju od žice, u njoj stvara električnu struju. U konačnoj formulaciji, električna i magnetska sila su komponente jedinstvene Lorentzove sile

$$\vec{F} = e_E \vec{E} + e_M \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}, \quad (6.1)$$

gdje je ujedinjenje postignuto univerzalnim “nabojem”, iste jakosti  $e_E = e_M = e$ . Magnetska sila je slaba na malim brzinama ( $v \ll c$ ), dok na velikim brzinama postaje usporediva električnoj.

U odjeljku ?? smo pokazali da su slabe sile *slabe* zbog velike mase prijenosnika sile,  $W$  bozona. Eksperimentiranje na visokim energijama pokazat će da se slabi procesi odvijaju s istom jakošću kao elektromagnetski. Glashowljevo uvođenje elektroslabog miješanja velik je korak prema jedinstvenom opisu: problem različite strukture nabijenih i neutralnih struja je svladan. Preostaje promaknuti takvu teorijsku shemu u baždarnu teoriju. Pritom je najveća prepreka u činjenici da prijenosnici slabe sile moraju imati masu, i to veliku masu! Kako se to može pomiriti s baždarnom simetrijom, koja zahtijeva bezmasene prijenosnike sile?

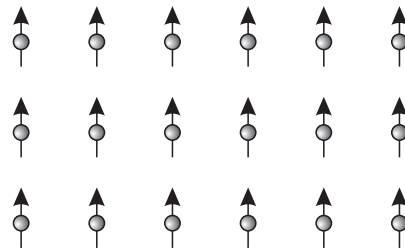
## 6.1 Masivni baždarni bozoni

### 6.1.1 Spontano lomljenje globalne simetrije

Za simetriju sustava kažemo da je slomljena *spontano* ako najniže stanje sustava nije invarijantno na operacije te simetrije. Kao primjer možemo navesti feromagnet, u kome atomi interagiraju preko Heisenbergovog spin-spin međudjelovanja

$$H = - \sum_{i,j} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j . \quad (6.2)$$

Za pozitivne konstante  $J_{ij}$  konfiguracije s paralelnim spinovima imaju nižu energiju, što se odražava putem feromagnetizma. Ova interakcija je skalar, i prema tome invarijantna na rotacije. Međutim, osnovno stanje je ono u kome su svi spinovi (unutar domene) poredani u istom smjeru, kao na slici 6.1, što očito nije rotacijski invarijantno. Nakon niza pedagoških primjera vidjet ćemo kako koncept



Slika 6.1: Osnovno stanje feromagneta

spontano slomljene simetrije vodi na mase baždarnih bozona. Najprije ćemo se podsjetiti kako se u lagrangianu neke teorije prepoznaju članovi mase.

#### □ ČLAN MASE U LAGRANGIANU

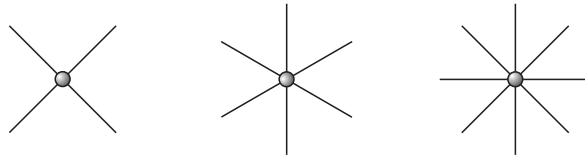
Počnimo s primjerom lagrangiana koji na prvi pogled nema masenog člana,

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) + e^{-(\alpha\phi)^2} . \quad (6.3)$$

Ovdje je  $\phi$  realno skalarno polje, a  $\alpha$  realna konstanta. Razvijemo li eksponencijalni član tog lagrangiana u red potencija, član uz  $\phi^2$  odgovarat će masenom članu Klein-Gordonova lagrangiana, s masom

$$m = \sqrt{2}\alpha . \quad (6.4)$$

Viši članovi u razvoju,  $\phi^4, \phi^6, \phi^8, \dots$  opisuju samointerakcije polja, prikazane na slici 6.2.


 Slika 6.2: *Samointerakcija  $\phi$  polja iz lagrangiana (6.3)*

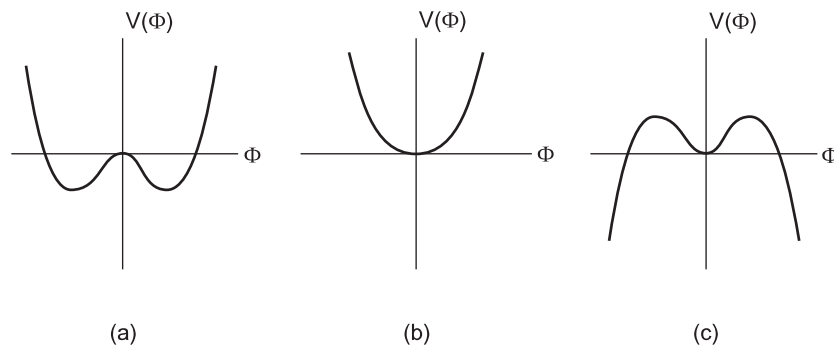
Nakon ovog primjera navedimo drugi, koji će nam pojasniti značenje *predznaka* masenog člana. Naime, za realni parametar  $\mu$ , lagrangian

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) + \frac{\mu^2}{2} \phi^2 - \frac{\lambda^2}{4} \phi^4, \quad (6.5)$$

ima krivi predznak masenog člana. Za interpretaciju tog lagrangiana oslonit ćemo se na Feynmanov perturbacijski pristup, pri čemu se polazi od osnovnog stanja (“vakuuma”), a polja (čestice) shvaćamo kao pobuđenja (fluktuacije) na tom stanju. Uobičajeni lagrangiani koje smo do sada promatrali imali su trivijalno osnovno stanje (konfiguraciju polja s minimalnom energijom): najniža energija postiže se kada je  $\phi = 0$ . No u lagrangianu (6.5) koji je uobičajena kombinacija kinetičkog i potencijalnog člana  $\mathcal{L} = T - V$ , potencijal

$$V = -\frac{\mu^2}{2} \phi^2 + \frac{\lambda^2}{4} \phi^4 \quad (6.6)$$

nudi više mogućnosti, prikazanih na slici 6.3. Posljednji slučaj (c) s  $\lambda^2 < 0$



Slika 6.3: *Potencijal za razne izbore parametara: (a)  $\mu^2 > 0, \lambda^2 > 0$ ; (b)  $\mu^2 < 0, \lambda^2 > 0$ ; (c)  $\mu^2 < 0, \lambda^2 < 0$*

odbacujemo jer vodi na hamiltonian koji nije omeđen odozdo. Novu situaciju susrećemo u prvom slučaju, kada uvjet ekstrema

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = -\mu^2 \phi + \lambda^2 \phi^3 = 0, \quad (6.7)$$

vodi na minimum za neiščezavajuće vrijednosti polja,

$$\phi_0 = \pm \frac{\mu}{\lambda} \equiv \pm \eta . \quad (6.8)$$

Pobuđenja oko  $\phi = 0$  ne možemo promatrati kao česticu — sustav je tu nestabilan i može se skrasiti u jednom od dva degenerirana minimuma,  $\phi_0 = \pm \eta$ .

#### □ SPONTANO SLOMLJENA DISKRETNA SIMETRIJA

Dva minimuma na slici 6.3(a) su potpuno ravnopravna. Lagrangian od koga smo pošli posjeduje diskretnu simetriju, simetriju na zamjenu

$$\phi \rightarrow -\phi , \quad (6.9)$$

pa je potpuno svejedno s koje će se strane sustav skrasiti. No kad je jednom jedan od minimuma izabran, simetrija na lijevo-desno *spontano je slomljena*. Spontano, iz razloga da nema dinamičkog čimbenika koji bi davao prevagu nekom smjeru (kao što npr. gravitacija razlikuje vertikalni od vodoravnih smjerova). Odaberemo li za vakuum  $\phi_0 = \eta$ , lagrangian treba izraziti pobuđenjima oko tog vakuuma. Supstitucija

$$\phi(x) = \eta + \chi(x) , \quad (6.10)$$

vodi od (6.5) na

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \chi)^2 - \frac{1}{2}2\eta^2 \lambda^2 \chi^2 - \lambda^2 \eta \chi^3 - \frac{1}{4} \lambda^2 \chi^4 . \quad (6.11)$$

Uočimo kubični član u novouvedenom polju  $\chi$ , koji uvjetuje da teorija u prepisanoj (modificiranoj) verziji gubi diskretnu simetriju originalne teorije! Ponovimo da originalna teorija nije pogodna za Feynmanov račun. Perturbacijski razvoj oko nestabilne točke ne bi konvergirao. Prepisana verzija omogućava da očitamo masu i vršne faktore, uz spontano lomljenje simetrije.

#### □ SPONTANO SLOMLJENA KONTINUIRANA SIMETRIJA

U slijedećem koraku promotrimo lagrangian s dva realna skalarna polja

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)(\partial^\mu \phi_1) + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)(\partial^\mu \phi_2) + \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4}\lambda^2(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2, \quad (6.12)$$

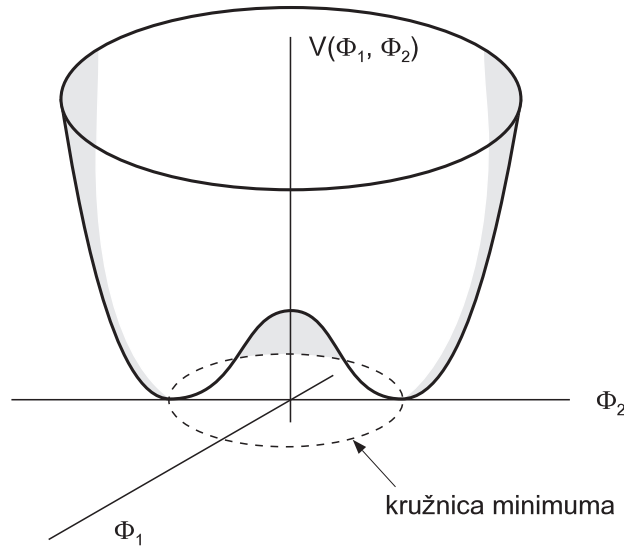
koji posjeduje simetriju na rotacije u  $(\phi_1, \phi_2)$  ravnini:

$$\begin{aligned} \phi_1 &\rightarrow \phi_1 \cos \theta + \phi_2 \sin \theta , \\ \phi_2 &\rightarrow -\phi_1 \sin \theta + \phi_2 \cos \theta . \end{aligned} \quad (6.13)$$

Potencijal u ovom slučaju posjeduje beskonačni broj minimuma smještenih na kružnici (vidjeti sliku 6.4)

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2} \equiv \eta^2 . \quad (6.14)$$

Odaberimo vakuum izborom



Slika 6.4: Potencijal  $V$  ima minimum za  $\phi_1^2 + \phi_2^2 = \eta^2$  i lokalni maksimum za  $\phi_{1,2} = 0$

$$\phi_1 = \frac{\mu}{\lambda} \equiv \pm\eta ; \phi_2 = 0 \quad (6.15)$$

i uvedimo kao u (6.10) fluktuacije oko tog vakuuma,

$$\phi_1(x) = \eta + \chi(x) , \phi_2(x) = \xi(x) . \quad (6.16)$$

Lagrangian (6.12) prepisan u novim varijablama,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left[ \frac{1}{2}(\partial_\mu \chi)^2 - \mu^2 \chi^2 \right] + \left[ \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 \right] \\ & + \left[ \mu\lambda(\chi^3 + \chi\xi^2) - \frac{1}{4}\lambda^4(\chi^4\xi^4 + 2\chi^2\xi^2) \right] + \frac{\mu^4}{4\lambda^2} , \end{aligned} \quad (6.17)$$

sadrži lagrangian bezmasenog Klein-Gordonova polja  $\chi$ , s masom

$$m_\chi = \sqrt{2}\mu , \quad (6.18)$$

za radijalne oscilacije, dok su tangencijalne oscilacije bezmasene,  $m_\xi = 0$ . Zadržimo se na čas na ovom važnom rezultatu. Razmatrani par realnih polja  $(\phi_1, \phi_2)$  možemo objediniti u kompleksnom polju  $\phi$ , koje izrazimo u polarnim koordinatama preko dva realna skalarna polja,  $\rho$  i  $\alpha$ :

$$\phi(x) = \rho(x)e^{i\alpha(x)}. \quad (6.19)$$

Od niza vakuumskih stanja odabir (6.15) korespondira vrijednostima

$$\langle 0|\rho|0\rangle = \eta, \quad \langle 0|\alpha|0\rangle = 0. \quad (6.20)$$

Ovdje je eksplicirano da se ti uvjeti u kvantnoj teoriji, gdje  $\phi$  postaje operator, odnose na očekivanu vrijednost vakuuma,

$$|\langle 0|\phi|0\rangle|^2 = \eta^2. \quad (6.21)$$

Minimumi potencijala  $V$  leže duž kruga  $|\phi| = \eta$  i čine skup degeneriranih osnovnih stanja međusobno povezanih rotacijama. Ako stavimo  $\rho(x) = \eta + \chi(x)$  i  $\alpha(x) = \theta(x)$ , imat ćemo

$$\phi(x) = [\eta + \chi(x)]e^{i\theta(x)} \quad (6.22)$$

$$\langle 0|\chi|0\rangle = 0, \quad \langle 0|\theta|0\rangle = 0, \quad (6.23)$$

gdje polja  $\chi$  i  $\theta$  promatramo kao fizikalna. Kao rezultat spontanog lomljenja globalne simetrije dobiva se masivno radijalno polje  $\chi(x)$  i polje  $\theta(x)$  bez mase. Kod radijalnih pobuđenja na polje  $\chi$  djeluju povratne sile potencijala  $V$  i za takva nam pobuđenja treba energija. Zbog toga polje  $\chi$  ima masu. Međutim, za kutna pobuđenja, to jest za pomake polja  $\theta$  duž oboda “meksičkog šešira” ne treba nam energija, što znači da polje  $\theta$  nema masu. Čestica  $\theta$  naziva se *Goldstoneovim bozonom*. Naglasimo da je ova pojava općenita: spontano lomljenje kontinuirane globalne simetrije podrazumijeva postojanje bezmasene skalarne čestice (Goldstoneovog bozona). Ta se tvrdnja naziva *Goldstoneovim teoremom*. Postoje i fizikalni primjeri Goldstoneovih bozona.

Ako gornji lagrangian uzmemo kao model feromagneta, pridruženi Goldstoneovi bozoni odgovarat će spinskim valovima u feromagnetu. Naime, komponente spinova feromagneta  $(\phi_1, \phi_2)$  definiraju ravninu u kojoj će spontana magnetizacija odabrati jedan smjer. Polje  $\chi$  onda opisuje fluktuacije u *veličini* te magnetizacije, dok  $\theta$  opisuje fluktuacije u njenom *smjeru*. Takve fluktuacije u smjeru nazivaju se *spinskim valovima*, a kvantizirani spinski valovi nazvani su *magnoni*. Oni bi trebali biti bezmaseni. U realnosti uvijek postoje preferirani smjerovi magnetizacije, definirani kristalnom rešetkom. Budući da odmaci od tih smjerova vode na porast potencijalne energije, u realnosti opaženi magnoni nisu bezmaseni.

## 6.1.2 Spontano lomljenje lokalne simetrije

### □ ABELOVA SIMETRIJA

Promotrimo sada što se događa ako se spontano slomi *lokalna*, baždarna simetrija. Da bi lagrangian načinili lokalno baždarno invarijantnim, treba ga dopuniti vektorskim poljem

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) + \frac{1}{2}\mu^2\phi^*\phi - \frac{1}{4}\lambda(\phi^*\phi)^2 - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}, \quad (6.24)$$

gdje je  $D_\mu \equiv \partial_\mu + ieA_\mu$  kovarijantna derivacija. Fluktuacije oko vakuuma promatramo u kartezijevim, a ne u polarnim koordinatama, pa stavljamo

$$\phi_1(x) = \eta + \chi(x), \quad \phi_2(x) = \xi(x). \quad (6.25)$$

Uz tu supstituciju dolazimo do izraza

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left[ \frac{1}{2}(\partial_\mu\chi)^2 - \mu^2\chi^2 \right] + \left[ \frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)^2 \right] + \left[ -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^2\eta^2 A^\mu A_\mu \right] \\ & - 2i(e\eta)(\partial_\mu\xi)A^\mu + \text{viši članovi}. \end{aligned} \quad (6.26)$$

Postojanje člana u  $\mathcal{L}$  razmjernog s  $A_\mu A^\mu$  znači da je vektorska čestica *dobila masu*

$$m_A = e\eta. \quad (6.27)$$

Skalarno polje  $\chi$  također ima masu, a  $\xi$  izgleda kao da je bezmaseno. Pritom su uz bezmaseno polje  $\xi$  vezana dva problema:

- ◇ u fizikalnoj situaciji ne očekujemo pojavljivanje bezmasenih skalarnih čestica;
- ◇ u lagrangianu (6.26) pojavio se član  $(\partial_\mu\xi)A^\mu$  s dva različita polja, što omogućuje prijelaz vektorskog bozona u  $\xi$ . To znači da polja nismo dobro identificirali.

Obje ove teškoće vezane uz pojavljivanje polja  $\xi$  mogu se ukloniti lokalnom baždarnom transformacijom

$$\phi(x) \rightarrow e^{i\theta(x)}\phi(x) = (\cos\theta + i\sin\theta)(\phi_1 + i\phi_2). \quad (6.28)$$

Problematični imaginarni dio može se eliminirati izborom

$$\phi_1 \sin\theta + \phi_2 \cos\theta = 0, \quad (6.29)$$

što odgovara izboru baždarenja u kome je  $\tan \theta = -\phi_2/\phi_1$ . Dakle,  $\theta$  je odabran tako da  $\xi$  nestane iz lagrangiana, za koji tada dobivamo

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^2\eta^2 A^\mu A_\mu + \frac{1}{2}\partial^\mu\chi\partial_\mu\chi - \mu^2\chi^2 + \mathcal{L}_{int}, \quad (6.30)$$

gdje smo članove reda višeg od kvadratnog označili kao lagrangian interakcije. Gornji lagrangian sadrži samo 2 polja sa masom: baždarni bozon  $A_\mu$  spina 1, i  $\chi$  spina 0. Pojava da originalno bezmaseno baždarno polje dobiva masu, naziva se *Higgsovim mehanizmom*. Na taj način, spontano lomljenje U(1) simetrije daje nam slijedeće čestice:

$$\begin{array}{l} \text{Goldstoneov mod – globalna } U(1) \text{ simetrija} \\ 2 \text{ skalarna polja} \\ \text{ s "masom"} \\ (2 \text{ stupnja slobode}) \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ skalarno polje s masom} \\ + 1 \text{ bezmaseno skalarno polje} \\ (1 + 1 = 2 \text{ stupnja slobode}) \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{Higgsov mod – lokalna } U(1) \text{ simetrija} \\ 2 \text{ skalarna polja} \\ \text{ s "masom"} \\ + 1 \text{ baždarno polje} \\ \text{ bez mase} \\ (2 + 2 = 4 \text{ stupnja slobode}) \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ skalarno polje} \\ \text{ bez mase} \\ + 1 \text{ baždarno polje} \\ \text{ s masom} \\ (1 + 3 = 4 \text{ stupnja slobode}) \end{array} \right.$$

Baždarenje u kome je polje  $\phi(x)$  realno, naziva se *unitarno* ili *fizikalno*, budući da se tu javljaju samo fizikalne čestice.

Fizikalni primjer u kojem se Higgsov mehanizam stvarno javlja je supravodljivost. Naš lagrangian u tom slučaju odgovara modelu Ginzburg-Landaua. Za nesupravodljivo stanje *parametar uređenja* iščezava,  $\phi = 0$ . U supravodljivoj fazi formiraju se *Cooperovi parovi* (uz pomoć pozitivnih iona kristalne rešetke - izmjenom fonona, kvantiziranih vibracija rešetke). Riječ je o kondenzatima dvaju elektrona, opisanih makroskopskom valnom funkcijom

$$\phi(x) = \rho(x)e^{i\alpha(x)}, \quad (6.31)$$

koja zadovoljava  $|\phi(x)|^2 = \eta^2$ . Kutna pobuđenja oko vakuuma mogu se eliminirati baždarnom transformacijom, a kao posljedica toga, u supravodiču foton dobiva masu, pa vanjsko magnetsko polje može prodrijeti u supravodič samo do neke konačne dubine, razmjerne njegovoj inverznoj masi (*Meissnerov efekt*).



### 6.1.3 Higgsov mehanizam u Standardnom modelu

#### □ NEABELOVA (YANG-MILLSOVA) SIMETRIJA

Postupno smo prošli kroz nekoliko primjera spontanog lomljenja simetrije, pri čemu je svaki slijedeći primjer bio nešto složeniji. Tako smo stigli do “Higgsovog mehanizma” kao čarobnog rješenja za mase baždarnih bozona: Goldstoneovi bozoni, koji bi postojali za teoriju koja je samo globalno simetrična, ulaze u longitudinalnu polarizaciju *baždarnog* bozona. Neutralni bozon spina nula preostaje kao fizikalna čestica — Higgsov bozon.

Da bi Higgsov mehanizam ugradili u Standardni model, moramo uvažiti neabelovu  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  baždarnu strukturu GWS teorije, odnosno slijedeće činjenice:

- ◇ skalarni sektor koji namjeravamo dodati teoriji mora poštivati postojeću  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  simetriju;
- ◇ da bi baždarne bozone  $W^\pm$  i  $Z$  snabdjeli masom trebat ćemo tri Goldstoneova bozona,  $\phi^+$ ,  $\phi^-$  i  $\phi_3$ , koji bi bili apsorbirani u longitudinalne komponente bezmasenih bozona  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  simetrije;
- ◇ preostala  $U(1)_{em}$  simetrija spektra mora biti i simetrija vakuuma elektroslabe teorije.

Odatle zaključujemo da primjena Higgsova mehanizma na elektroslabu teoriju zahtijeva postojanje dodatnog sektora čestica, koje u međudjelovanje s baždarnim sektorom ulaze na  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  baždarno invarijantni način, a svojim samo-interakcijama vode na spontano lomljenje  $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$ : umjesto originalne simetrije pojavljuju se potencijalni Goldstoneovi bozoni  $\phi^+$ ,  $\phi^-$  i  $\phi_3$ .

#### □ HIGGSOV MEHANIZAM

Pogledajmo koje uvjete mora zadovoljavati sustav  $\Phi$  koji bi vodio na traženo spontano lomljenje  $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$ :

- ◇  $\Phi$  mora biti skalarno polje, da bi lomljenje simetrije čuvalo Lorentzovu simetriju;
- ◇ Hermitičnost hamiltoniana zahtijeva da polje bude kompleksno;
- ◇ Higgsovo polje koje je do sada bilo bez kvantnih brojeva (osim što je nosilo energiju i impuls), sada će nositi kvantne brojeve slomljenih grupa, slabog izospina i hipernaboja. Konkretni kvantni brojevi ovisit će o konkretnoj reprezentaciji odabranoj za  $\Phi$ :

- \* nelinearnoj, ukoliko se na transformacije  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  grupe  $\Phi$  transformira nelinearno;
- \* linearnoj, s linearnim transformacijama na  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  simetriju;
- ◇ Samointerakcije polja  $\Phi$  bit će sadržane u potencijalu  $V(\Phi)$ , koji na spontano lomljenje vodi poznatim zahtjevom  $\langle 0 | \Phi | 0 \rangle \neq 0$ . Pritom, da bi očuvali  $U(1)_{\text{em}}$  simetriju vakuuma, samo neutralne komponente polja  $\Phi$  mogu imati neiščezavajuću vakuumsku očekivajuću vrijednost;
- ◇ Konačno, ako želimo da naša teorija vrijedi i na vrlo visokim energijama, zahtijevat ćemo da međudjelovanja sadržana u potencijalu  $V(\Phi)$  budu *renormalizabilna*. U suprotnom dopuštamo i izbor nerenormalizabilnog efektivnog potencijal  $V_{\text{eff}}(\Phi)$  (s tim da i sama standardna teorija može biti efektivna niskoenergijska teorija temeljnije teorije koja vrijedi na znatno višim energijama).

Nabrojani zahtjevi vode nas na najjednostavniji izbor skalarnog sektora s najjednostavnijim renormalizabilnim potencijalom

$$V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2; \quad \lambda > 0. \quad (6.32)$$

Pritom za skalarno polje odabiremo najjednostavniju linearnu reprezentaciju,  $SU(2)_L$  dublet  $\Phi$  i njemu nabojno konjugirani dublet  $\Phi^c$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}; \quad \Phi^c = i\tau_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix} \quad (6.33)$$

Ovdje su  $\phi^\pm$  i  $\phi^0$  kompleksna polja

$$\phi^\pm = \frac{\phi_1 \pm i\phi_2}{\sqrt{2}}, \quad \phi^0 = \frac{\phi_3 + i\phi_4}{\sqrt{2}}. \quad (6.34)$$

Potencijal izražen tim poljima ima minimum za

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \phi^{+*}} &= -\mu^2 \phi^+ + 2\lambda(|\phi^+|^2 + |\phi^0|^2)\phi^+ = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial \phi^{0*}} &= -\mu^2 \phi^0 + 2\lambda(|\phi^+|^2 + |\phi^0|^2)\phi^0 = 0, \end{aligned} \quad (6.35)$$

dakle za

$$|\phi^+|^2 + |\phi^0|^2 = \frac{\mu^2}{2\lambda} = \frac{v^2}{2}. \quad (6.36)$$

Budući da se za  $(-\mu^2) < 0$  minimum potencijala postiže za:

$$|\langle 0 | \Phi | 0 \rangle| = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad v \equiv \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} \quad (6.37)$$

možemo pisati

$$V(\Phi) = -\frac{\lambda}{4} \left( \Phi^\dagger \Phi - \frac{v^2}{2} \right)^2. \quad (6.38)$$

Potencijal  $V(\Phi)$  je invarijantan na lokalne (baždarne) transformacije

$$\Phi(x) \rightarrow \Phi'(x) = e^{i\vec{\alpha}(x) \cdot \vec{\tau}/2} \Phi(x), \quad (6.39)$$

a isto će se postići i za kinetički član kad u njemu zamijenimo obične derivacije kovarijantnim

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_S &= (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi), \\ D_\mu \Phi &= \left( \partial_\mu - \frac{1}{2} i g \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu - \frac{1}{2} i g' B_\mu \right) \Phi. \end{aligned} \quad (6.40)$$

Baždarna simetrija nam omogućuje da se prebacimo u unitarno baždarenje, u kojemu je

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}. \quad (6.41)$$

Uvrštavanjem tog izraza u kinetički član Higgsova polja, naći ćemo vlastita stanja mase. Nakon identifikacije fizikalnih baždarnih bozona dobivamo

$$\begin{aligned} W_\mu^\pm &= \frac{W_\mu^1 \mp i W_\mu^2}{\sqrt{2}}, \\ Z_\mu &= -s B_\mu + c W_\mu^3, \\ A_\mu &= c B_\mu + s W_\mu^3. \end{aligned} \quad (6.42)$$

Iz kvadratičnih članova u poljima

$$\begin{aligned} (D_\mu \Phi')^\dagger (D^\mu \Phi') &= \left( \frac{g^2 v^2}{4} \right) W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{1}{2} \left( \frac{(g^2 + g'^2) v^2}{4} \right) Z_\mu Z^\mu + \dots \\ V(\Phi') &= \frac{1}{2} (2\mu^2) H^2 + \dots \end{aligned} \quad (6.43)$$

očitavamo slijedeće mase:

$$M_W = \frac{gv}{2}, \quad (6.44)$$

$$M_Z = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2}v, \quad (6.45)$$

$$M_H = \sqrt{2}\mu = \sqrt{2}\lambda v. \quad (6.46)$$

Skalu lomljenja simetrije, vakuumsku očekivajuću vrijednost  $v$ , eksperimentalno određujemo iz mionskog raspada. Na niskim energijama ( $q^2 \ll M_W^2$ )  $V - A$  teorija predviđa relaciju

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{1}{2v^2} \quad (6.47)$$

pa iz vrijednosti  $G_F = (1.16639 \pm 0.00002) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$  konačno izlazi

$$v = (\sqrt{2}G_F)^{-\frac{1}{2}} = 246 \text{ GeV}. \quad (6.48)$$

Vrijednosti za  $M_W$  i  $M_Z$  uspješno su predviđene prije izravnih mjerenja. Za tu predikciju upotrijebilo se poznavanje vrijednosti slabog kuta  $\theta_w$ , konstante fine strukture  $\alpha$  i jakosti  $G_F$ , koje su prije LEP-a bili najtočnije mjereni elektroslabi parametri.

Za razliku od baždarnih bozona, masa Higgsovog bozona  $M_H$  u (6.46) nije određena. Ona ovisi o jakosti Higgsove samointerakcije  $\lambda$ , parametru koji u standardnoj teoriji ostaje slobodan.

## 6.2 Fermionski sektor standardne teorije

### 6.2.1 Reprezentacije $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrije

Baždarna teorija kojom smo obuhvatili temeljna međudjelovanja temelji se na Liejevoj grupi

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y. \quad (6.49)$$

Dvanaest generatora ovog umnoška grupa korespondira baždarnim bozonima: osam gluona otpada na jaku silu, a uz njih su četiri elektroslaba bozona. Time je u stvari obuhvaćen aspekt Liejeve algebre umnoška grupa (6.49), a grupni će aspekt doći do punog izražaja zahtjevom da svi čestični multipleti tvore reprezentacije dane grupe<sup>1</sup>. Do sada otkrivena fermionska tvar pokazuje organizaciju koja

<sup>1</sup>U dosljednoj provedbi tog tzv. Michelovog programa [?] prava grupa standardnog modela bit će najmanja grupa koja se može reprezentirati na svim čestičnim multipletima,  $S(U(2) \times U(3))$ .

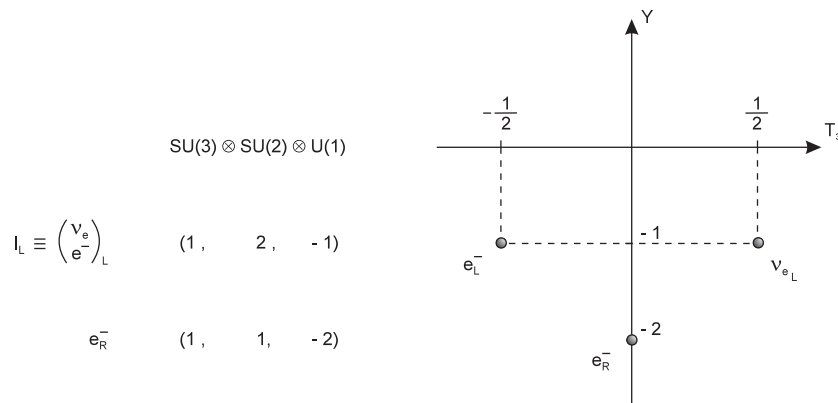
podsjeca na obitelji, ili generacije: dvanaest poznatih kvarkova i leptona svrstano je u tri obitelji

$$\begin{bmatrix} \nu_e & u \\ e^- & d \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \nu_\mu & c \\ \mu^- & s \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \nu_\tau & t \\ \tau^- & b \end{bmatrix}. \quad (6.50)$$

Pritom unutar svake obitelji nalazimo petnaest čestica danog heliciteta (Weylovih spinora), smještenih u lijeve dublete i desne singlete

$$\begin{bmatrix} \nu_l & q_U \\ l^- & q_D \end{bmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \nu_l \\ l^- \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} q_U \\ q_D \end{pmatrix}_L, \quad l^-_R, \quad (q_U)_R, \quad (q_D)_R, \quad (6.51)$$

čemu se dodaje i skup antičestica. Tri leptona (singleta u boji) uz četiri kvarka u tri boje čini navedenih petnaest stanja. Eksplicitno, to su dvije leptonske reprezentacije,  $SU(3)_C$ -singleti na slici 6.5 i tri kvarkovske reprezentacije koje se tran-

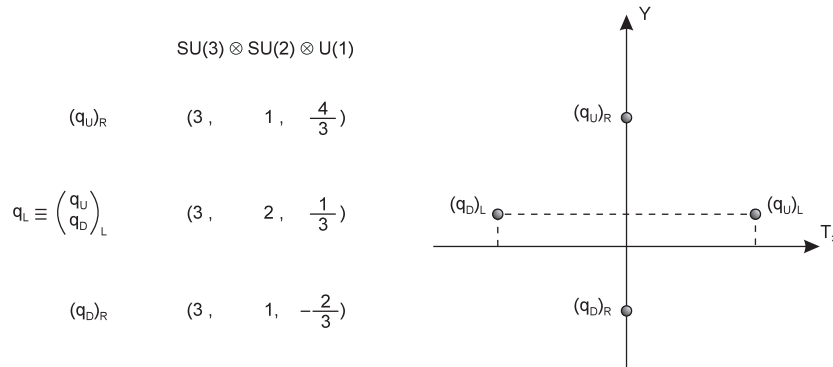


Slika 6.5: Leptonske reprezentacije standardnog modela

sformiraju po netrivialnoj reprezentaciji  $SU(3)_C$ -grupe (slika 6.6). Napomenimo da smo za 15 stanja kojima popunjavamo nezavisne reprezentacije mogli odabrati čisto *lijeva* stanja, s time da umjesto desnih čestica uzmemo lijeve antičestice:

$$l_R \rightarrow l_L^c, \quad (q_U)_R \rightarrow (q_U^c)_L, \quad (q_D)_R \rightarrow (q_D^c)_L. \quad (6.52)$$

Dok je pridruživanje boje i slabog izospina očigledno, pridruživanje *čak pet vrijednosti* slabog hipernaboja  $Y_W(-1, -2, 1/3, 4/3, -2/3)$  traži dodatno pojašnjenje. Razlog leži u pridruženoj *abelovoj* grupi hipernaboja. Dok je za neabelovu grupu svojstvo danog multipleta fiksirano (npr. okusna neovisnost **QCD**-a ili fiksiran slabi izospin  $T = 1/2$  za sve dublete), abelovska grupa ne daje nikakve naznake za pridruživanje kvantnih brojeva – poput električnog naboja, slabi je hipernaboj *a priori* slobodna veličina). Ipak, elektroslaba  $SU(2)_L \times U(1)_{Y_W}$  grupa


 Slika 6.6: *Kvarkovske reprezentacije standardnog modela*

simetrije omogućava da se hipernaboji fermiona povežu s električnim nabojima. Polazi se od linearne relacije između električnog naboja  $Q$  i elektroslabih naboja  $T_3$  i  $Y_W$

$$aQ = T_3 + bY_W . \quad (6.53)$$

Sloboda izbora ljestvice na kojoj mjerimo naboj dopušta nam odabir  $a = 1$ . Izbor  $b$  postaje stvar konvencije o kojoj će ovisiti vrijednost hipernaboja. Naša konvencija odgovara izboru  $b = 1/2$ , tako da je

$$Y_W = 2(Q - T_3) , \quad (6.54)$$

odnosno da i za poopćeni izospin i hipernaboj vrijedi standardna Gell-Mann-Nishijima relacija

$$Q = T_3 + Y/2 . \quad (6.55)$$

Ukoliko su neutrimi bezmaseni i nakon spontanog lomljenja simetrije, fermionski je sektor još uvijek glavni izvor nedorečenosti standardnog modela: 9 fermionskih masa, 3 kuta miješanja i 1 kompleksna faza potpuno su neodređeni parametri. Njihovo je izvorište u mehanizmu odgovornom za spontano lomljenje simetrije

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\text{SSB}} SU(3)_C \times U(1)_{em} , \quad (6.56)$$

dakle u skalarnom sektoru, koji je najneodređeniji dio lagrangiana standardnog modela. Otvoreno je i pitanje samog izvorišta “okusne” strukture: zašto 3 (i da li samo 3) generacije te da li je masa jedino po čemu se razlikuju članovi raznih generacija? Odgovore na ova pitanja mogu ponuditi teorije koje izlaze izvan okvira standardnog modela (BSM od *engl.* Beyond the Standard Model). Neke od tih teorija predočit ćemo u završnom poglavlju knjige.

## 6.2.2 Mase fermiona i CKM miješanje kvarkova

### □ YUKAWIN ČLAN

Jednako kao što član mase baždarnih bozona nije baždarno invarijantan, Diracov član mase

$$-m\bar{\psi}\psi = -m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R) \quad (6.57)$$

nije dozvoljen u standardnoj teoriji. Naime, kombinacija izodubleta  $\bar{\psi}_R\psi_L$  eksplisito je baždarno neinvarijantna. Budući da Diracove mase gube status temeljnih parametara, umjesto njih uvode se Yukawina vezanja fermiona. Da bi ilustrirali kako se u standardnoj teoriji generiraju mase fermiona zadržimo se na prvoj generaciji. Članove mase dobit ćemo po spontanom lomljenju iz Yukawinog lagrangiana koji je na početku  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  simetričan:

$$\mathcal{L}_Y = \lambda_e \bar{l}_L \Phi e_R + \lambda_u \bar{q}_L \Phi^c u_R + \lambda_d \bar{q}_L \Phi d_R + h.c. \quad (6.58)$$

Uvedena polja označavaju dublete

$$l_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \quad (6.59)$$

$$q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \quad (6.60)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \quad (6.61)$$

$$\Phi^c = i\tau_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \phi_0^* \\ -\phi^- \end{pmatrix} \quad (6.62)$$

čijim sparivanjem postizemo traženu simetriju. U unitarnom baždarenju, supstitucijom spontanog lomljenja simetrije,

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}, \quad (6.63)$$

Yukawin lagrangian se svodi na oblik

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & (v + H) \left( \frac{\lambda_e}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) \right. \\ & \left. + \frac{\lambda_u}{\sqrt{2}} (\bar{u}_L u_R + h.c.) + \frac{\lambda_d}{\sqrt{2}} (\bar{d}_L d_R + h.c.) \right). \end{aligned} \quad (6.64)$$

U gornjem izrazu članove proporcionalne s  $v$  prepoznajemo kao mase fermiona

$$m_e = -\lambda_e \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad m_u = -\lambda_u \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad m_d = -\lambda_d \frac{v}{\sqrt{2}}. \quad (6.65)$$

Budući da su jakosti  $\lambda_{e,u,d}$  slobodni parametri, za same mase nemamo predviđanja. S druge strane, te iste jakosti ulaze u član interakcije pridruženih fermiona i Higgsovog polja. Na osnovu toga, jakost vezanja elektrona na higgs dana je vrlo malim brojem

$$g_{H\bar{e}e} = \frac{m_e}{v}, \quad (6.66)$$

u usporedbi s dvjesto puta jačim vezanjem miona, ili gotovo četiri tisuće puta jačim vezanjem  $\tau$  leptona. Slično, vezanje kvarkova na higgs proporcionalno je kvarkovskoj masi

$$g_{H\bar{q}q} = \frac{m_q}{v}. \quad (6.67)$$

Stoga se najznačajniji učinci takvog međudjelovanja očekuju pri vezanju higgasa na  $t$  i  $b$  kvark.

#### □ MIJEŠANJE KVARKOVA

Vrijeme je da izučimo posljedice postojanja više fermionskih generacija. Budući da baždarna simetrija ne zahtijeva da Yukawin lagrangian bude dijagonalan u okusu, njegov je najopćenitiji oblik

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & \sum_{jk} \left\{ (\bar{u}'_j, \bar{d}'_j)_L \left[ \lambda_{jk}^{(d)} \begin{pmatrix} \phi^{(+)} \\ \phi^{(0)} \end{pmatrix} d'_{kR} + \lambda_{jk}^{(u)} \begin{pmatrix} \phi^{(0)\dagger} \\ -\phi^{(+)\dagger} \end{pmatrix} u'_{kR} \right] \right. \\ & \left. + (\bar{\nu}'_j, \bar{l}'_j)_L \lambda_{jk}^{(l)} \begin{pmatrix} \phi^{(+)} \\ \phi^{(0)} \end{pmatrix} l'_{kR} \right\} + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (6.68)$$

Pritom su vezanja  $\lambda_{jk}^{(d)}$ ,  $\lambda_{jk}^{(u)}$  and  $\lambda_{jk}^{(l)}$  slobodne konstante, koje želimo povezati s parametrima fermionskih masa. Ta će identifikacija biti moguća po spontanom lomljenju simetrije. Ukoliko su neutrini bezmaseni, Yukawin član lagrangiana sadrži samo dio s masama kvarkova, dan s:

$$\mathcal{L}_Y = - \left( 1 + \frac{H}{v} \right) \sum_{i,j=1}^3 \left\{ (m_U)_{ij} \bar{U}'^i U'^j + (m_D)_{ij} \bar{D}'^i D'^j + \text{h.c.} \right\}. \quad (6.69)$$

gdje su  $U'$  i  $D'$  vektori u prostoru fermionskih vrsta (okusnom prostoru),

$$U'_{L,R} = \left( \frac{1 \mp \gamma_5}{2} \right) \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}, \quad D'_{L,R} = \left( \frac{1 \mp \gamma_5}{2} \right) \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}, \quad (6.70)$$

a  $(m_U)_{ij}$  i  $(m_D)_{ij}$  su masene matrice

$$(m_U)_{ij} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \lambda_{ij}^u, \quad (m_D)_{ij} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \lambda_{ij}^d. \quad (6.71)$$



Općenito, u baždarnoj bazi matrice  $(m_U)_{ij}$  i  $(m_D)_{ij}$  nisu dijagonalne. Stoga polja  $U'$  i  $D'$  koja su svojstvena stanja slabog međudjelovanja nisu fizikalna polja (svojstvena stanja mase). Zato je potrebno dijagonalizirati matrice  $(m_U)_{ij}$  i  $(m_D)_{ij}$  i prijeći u bazu fizikalnih polja. Dijagonalizacija masenih matrica provodi se pomoću dvije unitarne matrice,  $V_L^U$  i  $V_R^{U\dagger}$  za  $(m_U)_{ij}$ , odnosno  $V_L^D$  i  $V_R^{D\dagger}$  za  $(m_D)_{ij}$ :

$$V_L^U m_U V_R^{U\dagger} \equiv (m_{diag})_U \equiv \text{diag}(m_u, m_c, m_t), \quad (6.72)$$

$$V_L^D m_D V_R^{D\dagger} \equiv (m_{diag})_D \equiv \text{diag}(m_d, m_s, m_b). \quad (6.73)$$

Budući da je

$$\begin{aligned} \bar{U}'_L m_U U'_R &= \bar{U}'_L V_L^{U\dagger} V_L^U m_U V_R^{U\dagger} V_R^U U'_R \\ &= \bar{U}'_L V_L^U (m_{diag})_U V_R^U U'_R, \end{aligned} \quad (6.74)$$

$$\begin{aligned} \bar{D}'_L m_D D'_R &= \bar{D}'_L V_L^{D\dagger} V_L^D m_D V_R^{D\dagger} V_R^D D'_R \\ &= \bar{D}'_L V_L^D (m_{diag})_D V_R^D D'_R, \end{aligned} \quad (6.75)$$

fizikalna polja su:

$$\begin{aligned} U_L &= V_L^U U'_L = V_L^U \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L, \\ D_L &= V_L^D D'_L = V_L^D \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L, \\ U_R &= V_R^U U'_R = V_R^U \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_R, \\ D_R &= V_R^D D'_R = V_R^D \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_R. \end{aligned} \quad (6.76)$$

U bazi fizikalnih polja  $\mathcal{L}_M$  ima oblik:

$$\mathcal{L}_M = -[\bar{U}_L \text{diag}(m_u, m_c, m_t) U_R + \bar{D}_L \text{diag}(m_d, m_s, m_b) D_R + h.c.], \quad (6.77)$$

što, uz  $u = u_L + u_R$  itd. prelazi u

$$\mathcal{L}_M = -[m_u \bar{u}u + m_d \bar{d}d + m_s \bar{s}s + m_c \bar{c}c + m_b \bar{b}b + m_t \bar{t}t]. \quad (6.78)$$

Vidljivo je da je u bazi fizikalnih polja, lagrangian  $\mathcal{L}_M$   $CP$  invarijantan. Prijelazom na fizikalna polja, vezanje kvarkova i neutralnih bozona ostaje dijagonalno u okusnom prostoru, što je u suglasnosti s izostankom neutralnih struja s promjenom

okusa (*FCNC* od *engl. flavour changing neutral currents*) na nivou granastih dijagrama. Vežanje s nabijenim bozonima uvodi miješanje među obiteljima:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}^{CC} &= \frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{U}'_L \gamma^\mu W_\mu^\dagger D'_L + h.c.) \\
 &= \frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{U}'_L V_L^{U\dagger} V_L^U \gamma^\mu W_\mu^\dagger V_L^{D\dagger} V_L^D D'_L + h.c.) \\
 &= \frac{g}{\sqrt{2}}[\bar{U}_L \gamma^\mu W_\mu^\dagger (V_L^U V_L^{D\dagger}) D_L + h.c.] \\
 &= \frac{g}{\sqrt{2}}[\bar{U}_L \gamma^\mu W_\mu^\dagger V_{CKM} D_L + h.c.] .
 \end{aligned} \tag{6.79}$$

Uvedena  $V_{CKM} = V_L^U V_L^{D\dagger}$  je  $(3 \times 3)$  unitarna CKM matrica:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} . \tag{6.80}$$

Budući da su Yukawine konstante vežanja slobodni brojevi, elementi CKM matrice su u standardnom modelu parametri koje treba odrediti eksperimentalno. Opća  $(n \times n)$  unitarna matrica sadrži  $n^2$  nezavisnih, realnih parametara,  $n(n-1)/2$  kutova miješanja i  $n(n+1)/2$  faza. Međutim, svi ovi parametri nisu fizikalne observable. Naime, lagrangian Standardnog modela invarijantan je na slijedeće transformacije:

$$\begin{aligned}
 U_{L,R}^i &\longrightarrow e^{i\phi(u^i)} U_{L,R}^i , \\
 D_{L,R}^j &\longrightarrow e^{i\phi(d^j)} D_{L,R}^j , \\
 V_{ij} &\longrightarrow e^{i\phi(u^i - d^j)} V_{ij} .
 \end{aligned} \tag{6.81}$$

Na ovaj način,  $(2n-1)$  faza, gdje je  $n$  broj generacija kvarkova, može biti absorbiran odgovarajućom promjenom faza kvarkovskih polja. Stoga, opća  $(n \times n)$  CKM matrica sadrži  $(n-1)^2$  realnih parametara:  $n(n-1)/2$  kutova miješanja i  $(n-1)(n-2)/2$  faza. Odavde neposredno vidimo da ukoliko imamo tri ili više generacija kvarkova elementi CKM matrice mogu biti kompleksni brojevi, što dopušta CP narušenje. Ukoliko je  $n=3$ , CKM matricu možemo opisati s tri kuta i jednom fazom. Za taj slučaj postoji 36 različitih, ali ekvivalentnih parametrizacija. Kao standardna, usvojena je ona preporučena od PDG (od *engl. Particle Data Group*):

$$\begin{aligned}
 V_{CKM} &= R_{23} R_{13}^\delta R_{12} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{13}s_{23} \\ s_{23}s_{13} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix} \quad (6.82)$$

gdje je  $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$  i  $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$ , a  $\theta_{ij}$  je kut miješanja  $i$ -te i  $j$ -te generacije. Kutove  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{23}$ ,  $\theta_{13}$  možemo ograničiti na prvi kvadrant promjenom faza kvarkovskih polja: tada je  $c_{ij} \geq 0$ ,  $s_{ij} \geq 0$  i  $0 \leq \delta \leq 2\pi$ .

Zadržimo se na čas na empirijskom određivanju matričnih elemenata  $V_{ij}$ :

- ◇ Miješanja lakih vrsta,  $|V_{ud}|$  i  $|V_{us}|$  poznata su na točnost od 0.1% i 0.8% , s perspektivom još preciznijeg određivanja iz semileptonskih raspada  $\pi^+$  i  $K$  mezona;
- ◇ Poznavanje  $|V_{cd}|$  i  $|V_{cs}|$  je slabo (7% i 20% ). Poboljšanje bi se moglo postići na tvornicama “ $\tau$  čari”, ukoliko se s teorijske strane poboljša poznavanje dinamike jakog međudjelovanja;
- ◇ Slično, slabo poznavanje  $|V_{cb}|$  i  $|V_{ub}|$  (s točnošću 5% i 33% ), moglo bi se poboljšati pokusima na  $B$  tvornicama;
- ◇ Za CKM miješanje  $t$  kvarka znade se samo da je  $|V_{tb}| \sim \mathcal{O}(1)$ .

Poznavanje članova prvog retka indicira da je ispunjena unitarnost CKM matrice:

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9965 \pm 0.0021. \quad (6.83)$$

Nametanjem uvjeta unitarnosti  $VV^\dagger = V^\dagger V = \mathbf{1}$ , uz pretpostavku samo tri generacije, daje sadašnju CKM matricu (po [?]):

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0.9745 - 0.9757 & 0.219 - 0.224 & 0.002 - 0.005 \\ 0.218 - 0.224 & 0.9736 - 0.9750 & 0.036 - 0.046 \\ 0.004 - 0.014 & 0.034 - 0.046 & 0.9989 - 0.9993 \end{pmatrix}, \quad (6.84)$$

što odgovara kutovima s vrijednostima  $s_{12} = 0.219$  do  $0.223$ ,  $s_{23} = 0.036$  do  $0.046$  i  $s_{13} = 0.002$  do  $0.005$ . Navedeni eksperimentalni podaci pokazuju da CKM matrica ima hijerarhijsku strukturu:

$$|V_{ii}| \approx 1 \quad i = 1, 2, 3, \quad (6.85)$$

$$|V_{12}| \approx |V_{21}| \sim \lambda, \quad (6.86)$$

$$|V_{23}| \approx |V_{32}| \sim \lambda^2, \quad (6.87)$$

$$|V_{13}| \approx |V_{31}| \sim \lambda^3, \quad (6.88)$$

gdje je  $\lambda \equiv \sin \theta_{12} \approx 0.22$ . Ovo omogućuje uvođenje praktične približne (tzv. Wolfensteinove) parametrizacije. Uz oznake

$$\sin \theta_{23} = A\lambda^2 \quad i \quad \sin \theta_{13}e^{-i\delta} = A\lambda^3(\rho - i\eta), \quad (6.89)$$

Wolfensteinova parametrizacija CKM matrice dana je s

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4) . \quad (6.90)$$

Poznavanje parametara  $A$ ,  $\rho$  i  $\eta$ , za sada je prilično loše, uglavnom zbog teorijskih teškoća pri interpretaciji eksperimentalnih podataka. Parametar  $A$  određen je mjerenjem CKM elementa  $V_{cb}$  promatranjem inkluzivnih leptonskih  $B$  raspada i ekskluzivnog raspada  $B \rightarrow D^{*+}l^{-}\bar{\nu}_e$ :

$$A = 0.86 \pm 0.10 , \quad (6.91)$$

dok je informacija o  $\rho$  i  $\eta$  dobivena iz mjerenja elementa  $V_{ub}$  promatranjem semileptonskih raspada  $B \rightarrow Xl\bar{\nu}_e$  u području impulsa  $p > 2.3$  GeV kako bi se isključila čarobna stanja. Iz ovih mjerenja dobivamo

$$\left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right| = 0.08 \pm 0.09 \Rightarrow \sqrt{\rho^2 + \eta^2} = 0.36 \pm 0.09 . \quad (6.92)$$

#### □ UNITARNI TROKUTI

Elementi  $CKM$  matrice zadovoljavaju uvjete unitarnosti koji zahtijevaju da je bilo koji par stupaca ili redaka međusobno ortogonalan. Ovo daje šest uvjeta na elemente  $CKM$  matrice:

$$\begin{aligned} (ds) : & \quad V_{ud}V_{us}^* + V_{cd}V_{cs}^* + V_{td}V_{ts}^* = 0 \\ (sb) : & \quad V_{us}V_{ub}^* + V_{cs}V_{cb}^* + V_{ts}V_{tb}^* = 0 \\ (db) : & \quad V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \\ (uc) : & \quad V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* + V_{ub}V_{cb}^* = 0 \\ (ct) : & \quad V_{cd}V_{td}^* + V_{cs}V_{ts}^* + V_{cb}V_{tb}^* = 0 \\ (ut) : & \quad V_{ud}V_{td}^* + V_{us}V_{ts}^* + V_{ub}V_{tb}^* = 0 . \end{aligned} \quad (6.93)$$

Par kvarkova u zagradama označava stupce, odnosno retke čiju ortogonalnost izriče pripadna relacija.

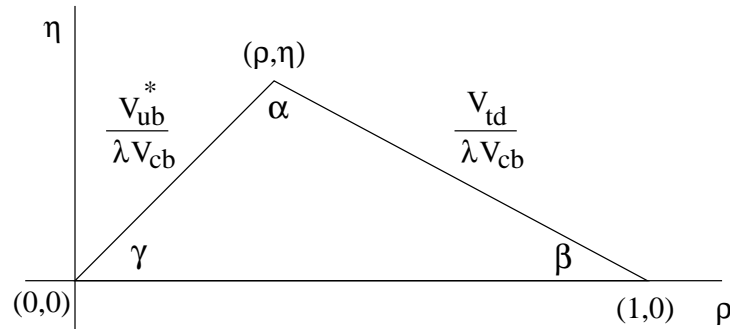
Relacije (6.93) možemo u kompleksnoj ravnini prikazati kao šest trokuta (tzv. unitarni trokuti). Unitarni trokuti su fizikalni objekti: duljine stranica i veličine kutova možemo izravno mjeriti. Pritom oblik trokuta ne ovisi o načinu na koji je parametrizirana  $CKM$  matrica. Izbor određene parametrizacije određuje samo položaj trokuta u kompleksnoj ravnini. Može se pokazati da svi trokuti imaju istu površinu

$$A_{\Delta} = \frac{J}{2} , \quad (6.94)$$

gdje je veličina  $J$ ,

$$J = c_{12}c_{23}c_{13}^2 s_{12}s_{23}s_{13} \sin \delta \approx A^2 \lambda^6 \eta , \quad (6.95)$$

invarijanta CP narušenja [?]. Od šest unitarnih relacija (6.93) najinteresantnija je



Slika 6.7: Unitarni trokut koji prikazuje relaciju (6.99)

(db) relacija

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 . \quad (6.96)$$

U Wolfensteinovoj parametrizaciji  $CKM$  matrice  $V_{cd}V_{cb}^*$  je realno. Također je

$$V_{ud} \approx V_{tb} \approx 1 \quad \text{i} \quad V_{cd} \approx -\lambda , \quad (6.97)$$

tako da se unitarna relacija (6.96) znatno pojednostavljuje

$$V_{ub}^* + V_{td} = \lambda V_{cb} . \quad (6.98)$$

Dijeljenjem s  $\lambda V_{cb}$  gornja relacija prelazi u

$$\frac{V_{ub}^*}{\lambda V_{cb}} + \frac{V_{td}}{\lambda V_{cb}} = 1 . \quad (6.99)$$

Trokut koji odgovara ovoj relaciji prikazan je na sl. 6.7. Kako je  $V_{td} \approx A\lambda^3(1 - \rho - i\eta)$  i  $V_{ub} \approx A\lambda^3(\rho - i\eta)$  vrhovi trokuta su u točkama:  $A(\rho, \eta)$ ,  $B(1,0)$  i  $C(0,0)$ . Sve tri stranice trokuta imaju usporedivu duljinu, tako da su kutovi  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  veliki. Kutovi  $\beta$  i  $\gamma$  izravno su povezani s fazama  $CKM$  elemenata  $V_{ub}$  i  $V_{td}$ , respektivno

$$V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma} , \quad V_{td} = |V_{td}|e^{-i\beta} \quad (6.100)$$

i kako ćemo vidjeti u poglavlju 7, mogu se u načelu odrediti iz  $CP$  asimetrija u određenim B raspadima.

### 6.2.3 \* Miješanje leptona i oscilacije neutrina

U standardnom modelu transmutacija fermiona događa se samo u nabijenoj struji (*CC* od *engl. charged current*). Stoga su okusna stanja prirodno definirana putem međudjelovanja s nabijenom strujom

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g}{2\sqrt{2}} \left\{ W_\mu^\dagger \left[ \sum_{ij} \bar{u}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) V_{ij} d_j + \sum_l \bar{\nu}_l \gamma^\mu (1 - \gamma_5) l \right] + \text{h.c.} \right\}. \quad (6.101)$$

Pri tome u kvarkovskom dijelu opažamo i međugeneracijsko miješanje. No još prije spomena kvarkova B. Pontecorvo je 1957. godine [?] sugerirao da neutriini, ukoliko posjeduju masu, mogu prelaziti (*oscilirati*) iz jedne vrste u drugu. Postojeće granice na mase neutrina (iz  $\beta$  spektra tricija te mjerenja na **PSI**-u i **ALEPH**-u, respektivno)

$$m_{\nu_e} < 7.0 \text{ eV}, \quad m_{\nu_\mu} < 0.17 \text{ MeV}, \quad m_{\nu_\tau} < 24 \text{ MeV} \quad (6.102)$$

dopuštaju mogućnost neiščezavajućih masa, a niz opažanja “manjka neutrina” podupire Pontecorvovu hipotezu oscilacija.

Uz to ne postoji načelo koje bi (poput baždarnog za mase fotona i gluona) zahtijevalo iščezavajuće mase neutrina. Više od šezdeset pokusa izvodi se diljem svijeta s ciljem razrješenja zagonetke neutrinjskih masa. Budući da se u ovom odjeljku ograničavamo na aspekt oscilacija neutrina, na ostale podrobnosti vratit ćemo se kasnije, u odjeljku ??.

Ako su neutriini bezmaseni, slabo međudjelovanje je jedini način razlikovanja neutrinjskih vrsta  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ : svojstvena stanja slabog međudjelovanja odnose se na neutrine proizvedene u paru s nabijenim leptonom (primjerice,  $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$  ili  $\mu^+ \nu_\mu$ ). Ako neutriini posjeduju masu, svojstvena stanja mase  $\nu_{1,2,3}$  razlikovat će se od slabih svojstvenih stanja pa leptonsku nabijenu struju možemo pisati kao

$$J_{CC}^\mu = (e, \mu, \tau) \gamma^\mu \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = (e, \mu, \tau) \gamma^\mu V_{lept} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \quad (6.103)$$

Ovdje je  $V_{lept}$  analogon *CKM* matrice miješanja kvarkova. U njoj su ugrađene relativne jakosti vezanja nabijenih leptona i neutrina određene mase. Promotrimo zbog jednostavnosti miješanja dvije vrste neutrina, primjerice  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  odnosno  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ , na koje se fokusiraju pokusi **CHORUS** (od *engl. CERN Hybrid Oscillations Research apparatus*) i **NOMAD** (od *engl. Neutrino Oscillation MAGnetic Detector*) na **CERN**-u, ili oscilacije  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  koje izučava **LSND** (od *engl. Liquid Scintillator Neutrino Detector*) eksperiment u Los Alamosu.

Ako je u početnom trenutku  $t = 0$  stvoren elektronski neutrino (u procesu  $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_e$ ), ili alternativno mionski neutrino (u procesu  $\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu_\mu$ ), ta dva stanja možemo izraziti pomoću dvije ortogonalne kombinacije svojstvenih stanja mase:

$$\begin{aligned} |\nu_e(0)\rangle &\equiv |\nu_e\rangle = \cos\vartheta|\nu_1\rangle + \sin\vartheta|\nu_2\rangle \\ |\nu_\mu(0)\rangle &\equiv |\nu_\mu\rangle = -\sin\vartheta|\nu_1\rangle + \cos\vartheta|\nu_2\rangle. \end{aligned} \quad (6.104)$$

Za kasnija vremena moramo se usredotočiti na masena stanja  $|\nu_i\rangle$  ( $i = 1, 2$ ), jer ona posjeduju dobro definiranu vremensku evoluciju danu izrazom

$$|\nu_i(t)\rangle = |\nu_i(0)\rangle e^{-iE_i t}. \quad (6.105)$$

Pritom, za male neutrinske mase ( $p \gg m_i$ ) za energije neutrina uzimamo

$$E_i = (\vec{p}_i^2 + m_i^2)^{1/2} \simeq p + \frac{m_i^2}{2p}, \quad (6.106)$$

jer nas zanimaju prostorno koherentna stanja, gdje su svi neutriini istog impulsa  $p$ . Prema formuli (6.105) čisto  $|\nu_e\rangle$  stanje postaje nakon vremena  $t$  mješavina stanja dana izrazom

$$\begin{aligned} |\nu(t)\rangle &= \cos\vartheta e^{-iE_1 t} |\nu_1\rangle + \sin\vartheta e^{-iE_2 t} |\nu_2\rangle \\ &= [\cos^2\vartheta e^{-iE_1 t} + \sin^2\vartheta e^{-iE_2 t}] |\nu_e\rangle \\ &\quad + \sin\vartheta \cos\vartheta [e^{-iE_2 t} - e^{-iE_1 t}] |\nu_\mu\rangle. \end{aligned} \quad (6.107)$$

Dakle, vjerojatnost preživljavanja (tj. da nakon vremena  $t$  još uvijek opazimo  $\nu_e$ ) bit će

$$P_{\nu_e}(t) = |\langle \nu_e | \nu(t) \rangle|^2 = 1 - \frac{1}{2} \sin^2(2\vartheta) [1 - \cos(E_1 - E_2)t], \quad (6.108)$$

dok je vjerojatnost nestajanja (dakle, za opažanje  $\nu_\mu$ ) dana s

$$P_{\nu_\mu}(t) = |\langle \nu_\mu | \nu(t) \rangle|^2 = \frac{1}{2} \sin^2(2\vartheta) [1 - \cos(E_1 - E_2)t]. \quad (6.109)$$

Očito se dvije vjerojatnosti zbroje u jedinicu. Neutriini koji se u pokusima gibaju brzinom blizu  $c$  imaju dobro definiran impuls  $p$  u izrazu (6.106), pomoću kojega

$$E_1 - E_2 \simeq \frac{m_1^2 - m_2^2}{2p}. \quad (6.110)$$

Taj je izraz pomnožen s  $t$  argument kosinusne funkcije u (6.108) i (6.109) u prirodnom sustavu jedinica. Budući da taj argument mora biti bezdimenzionalan, vraćanjem (6.109) u obične jedinice dobivamo

$$\begin{aligned} P_{\nu_\mu}(t) &\simeq \frac{1}{2} \sin^2(2\vartheta) \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \right] \\ &= \sin^2(2\vartheta) \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right), \end{aligned} \quad (6.111)$$

gdje smo uveli duljinu oscilacije, udaljenost nakon koje elektronski neutrino prođe kroz potpunu oscilaciju, preko mionskog neutrina natrag u sebe:

$$L = \frac{4\pi p\hbar}{(m_1^2 - m_2^2)c^2} = 2.48m \left[ \frac{p[\text{ u MeV}/c ]}{(m_1^2 - m_2^2)[\text{ u (eV}/c^2)^2]} \right]. \quad (6.112)$$

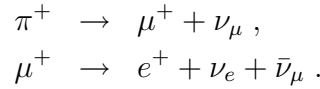
Ekvivalentno, u prirodnom sustavu jedinica imamo oblik

$$L = \frac{4\pi E_\nu}{\Delta m^2} = 2.48m \left[ \frac{E_\nu[\text{ MeV}]}{\Delta m^2[\text{ eV}^2]} \right]. \quad (6.113)$$

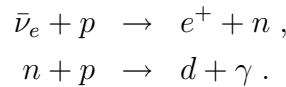
Taj izraz daje nam osjećaj za mogućnost *zemaljskih mjerenja* oscilacija neutrina. Osjetljivost mjerenja *nestajanja* ili *pojavljivanja* neutrina na laboratorijskoj skali u području je  $\Delta m^2 \simeq \text{eV}^2$ .

Pokus “nestajanja” izvodi se smještanjem detektora u blizinu reaktora koji emitira intenzivni tok  $\bar{\nu}_e$ . Ono što se mjeri je proces uhvata  $\bar{\nu}_e p \rightarrow e^+ n$ , u ovisnosti o udaljenosti  $x$  od reaktora. Bez oscilacije neutrina vjerojatnost uhvata opada kao  $x^{-2}$ , a oscilacija daje dodatni faktor  $P_{\nu_e}(x) = 1 - P_{\nu_\mu}(x)$ . Mjerenje modulacije ( $x^{-2}$ )-ovisnosti takvim faktorom davalo bi naznaku miješanja.

Pokus “pojavljivanja” neutrina izvodi se u raspadima piona dobivenih udaranjem snopova protona (engl. “beam-dump”) po masivnim metama. Tog je tipa Los Alamosov pokus koji je objavio otkriće neutrinskih oscilacija. Pioni, proizvedeni 800 MeV-skim protonima prolaze kroz lanac raspada



Budući da se  $\mu^-$  čestice apsorbiraju u meti prije nego se stignu raspasti, važno je uočiti da se očekuje intenzivni tok  $\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$  i  $\nu_e$  neutrina, dok  $\bar{\nu}_e$  izostaju. Stoga se ispituje pojavljivanje  $\bar{\nu}_e$  (putem miješanja  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ ) tako da se mjeri intenzitet uhvata  $\bar{\nu}_e$ , ovaj put kroz dva koraka



Iz drugog koraka mjere se fotoni, a iz prvog pozitroni u energijskom rasponu  $36 \leq E_{e^+} \leq 60 \text{ MeV}$ . **LSND** je izmjerio 22 takva događaja u usporedbi s očekivanih  $4.6 \pm 0.6$  iz pozadine. Za sada mjerenja “nestajanja” ili “pojavljivanja” isključuju mogućnost da bi oba parametra,  $\sin^2 \vartheta$  i  $\Delta m^2$ , mogla biti velika. Primjerice, pokus nestajanja  $\bar{\nu}_e$  daje granice

- ◇  $\sin^2 2\vartheta \leq 0.14$  za veliku vrijednost  $\Delta m^2$ ;
- ◇  $\Delta m^2 \leq 0.014 \text{ eV}^2$  za  $\sin^2 2\vartheta = 1$ .



Naravno, ne možemo isključiti da su oba parametra malena.

Naznake oscilacije u kanalu  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  koje su došle s **LSND** eksperimenta za sada nisu potvrđene drugim sličnim pokusima. Kroz koju godinu detektor **KAR-MEN** (od engl. *KARlsruhe Rutherford Medium Energy Neutrino experiment*) trebao bi dosegnuti osjetljivost Los Alamos-ovog. U pripremi su i novi pokusi na Fermilabu, **COSMOS** (od engl. *COsmologically Significant Mass Oscillation Search*) i **MINOS** (od engl. *Main Injector Neutrino Oscillation Search*). Ovi će se eksperimenti temeljiti na vrlo intenzivnim  $\nu_\mu$  i  $\nu_e$  snopovima, a trebali bi krenuti 2001. godine. **COSMOS**, udaljen 1 km od neutrinske mete na Fermilab-u ima cilj detektirati  $\tau$  leptone proizvedene oscilacijom mionskih neutrina, dok je **MINOS** smješten u 730 km udaljenom rudniku Soudan u sjevernoj Minnesoti.

Bilježi se još jedan učinak koji podupire ideju oscilacije za svoje objašnjenje. Riječ je o tzv. anomaliji atmosferskih neutrina. Budući da je porijeklo tih neutrina uglavnom u procesima

$$\begin{aligned}\pi &\rightarrow \mu\nu_\mu \\ \mu &\rightarrow e\nu_\mu\nu_e\end{aligned}$$

koje kozmičke zrake proizvode u atmosferi, omjer broja neutrina mionske vrste ( $N_\mu$ ) prema broju elektronske vrste ( $N_e$ ) je

$$\left(\frac{N_\mu}{N_e}\right)_{\text{oček}} \simeq 2. \quad (6.114)$$

Japanski pokus **Kamiokande** opaža međutim

$$R = \frac{(N_\mu/N_e)_{\text{opaž}}}{(N_\mu/N_e)_{\text{oček}}} = 0.60 \pm 0.06 \pm 0.05, \quad (6.115)$$

a isti efekt opaža se na Američkim pokusima **IBM** i **Soudan**. Europski pokus **FREJUS** ne opaža taj efekt. Učinak (6.115) moguće je objasniti oscilacijama  $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_e$  ili  $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$  s vrijednostima

$$\Delta m^2 \simeq 1.8 \cdot 10^{-2} \text{ eV}^2 \quad \text{i} \quad \sin^2 2\vartheta \simeq 1. \quad (6.116)$$

Provjere rezultata (6.115) omogućit će **Superkamiokande** koji stupa na scenu 1997. godine kao i nadolazeći veliki podzemni (engl. *long-baseline*) pokusi koji povezuju postojeće laboratorije :

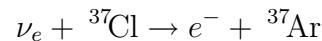
- ◇ 250 kilometarski **KEK**—Superkamiokande u Japanu;
- ◇ 730 kilometarski Fermilab—**Soudan**-rudnik u SAD-u;
- ◇ nama najbliži **CERN**—**ICARUS** detektor u Grand Sasso tunelu u Italiji;

koji bi trebali obilježiti ulazak u slijedeći milenij.

Budući de se ukupno granice osjetljivosti zemaljskih mjerenja očekuju na

$$\diamond \Delta m^2 \geq 10^{-2} \text{ eV}^2 \text{ za } E_\nu \sim 10 \text{ MeV i } x \sim 100m,$$

uz razumne vrijednosti kuta miješanja, za poboljšanje rezultata okrećemo se proučavanju *solarnih* (sunčevih) neutrina, gdje je udaljenost na kojoj mjerimo oscilaciju  $x \simeq 1.5 \cdot 10^{11}m$ . Desetljećima mjereno tok solarnih neutrina energije iznad praga  $E_\nu > 0.81 \text{ MeV}$  u Homestake (South Dakota) rudniku, putem procesa



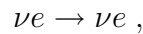
daje naznaku njihovog manjka :

$$2.55 \pm 0.25 \text{ SNU} \quad \text{prema očekivanih} \quad 9.3 \pm 1 \text{ SNU} . \quad (6.117)$$

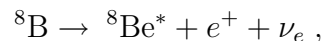
Predviđanje na temelju teorijskog modela Sunca [?] izražava se u solarnim jedinicama za neutrine (SNU)

$$1 \text{ SNU} = 10^{-36} \text{ događaja}/(\text{atom} \cdot \text{s}) . \quad (6.118)$$

Japanski **Kamiokande**, s Čerenkovljevim detektorima usmjerenim na opažanje procesa



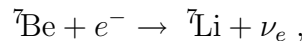
gdje visokoenergijski neutriini ( $E_{\nu_e} \geq 6 \text{ MeV}$ ) nastaju beta-raspadom  ${}^8\text{B}$



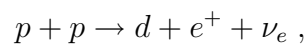
mjeri sličan manjak događaja raspršenja u odnosu na očekivanje prema teorijskom modelu Sunca :

$$\frac{\text{opaženo}}{\text{očekivano}} = 0.49 \pm 0.03 \pm 0.06 . \quad (6.119)$$

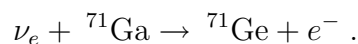
Na to se nadovezuje niz procesa koji daju neutrine “srednjih” energija (0.8 – 2 MeV), primjerice



ili najizdašniji izvor neutrina dan fuzijskom reakcijom u Suncu



s “niskim” energijama neutrina, 0.2 – 0.5 MeV. Budući da tok ovih posljednjih neutrina ne podliježe neodređenostima teorijskog modela Sunca od kojih trpe prethodni procesi, ustanovljeni su pokusi s galijevim detektorima. U njima se uhvatom proizvodi germanij:



Tako **SAGE** (od engl. *Soviet American Gallium Experiment*) u Bakstanu na Kavkazu mjeri

$$72 \pm 11_{-7}^{+5} \text{ SNU} , \quad (6.120)$$

a **GALLEX** (od engl. *GALLium EXperiment*) u Gran Sasso tunelu u Italiji ustanovljava manjak od

$$70 \pm 8 \text{ SNU} , \quad (6.121)$$

u usporedbi s očekivanih

$$135 \pm 8 \text{ SNU} . \quad (6.122)$$

Može se procijeniti i drugim putem (na temelju onog što opaža **Kamiokande** kao učinak neutrina borona ( $^8\text{B}$ ) te na temelju neoscilirajućeg neutrinskog fluksa koji se očekuje prema luminoznosti Sunca) da fluks berilijevih neutrina ne premašuje  $0.46 \text{ SNU}$  u usporedbi s  $1.1 \pm 0.1 \text{ SNU}$  od teorijskog modela Sunca. Dakle, svi su pokazatelji da se s neutrinima koji dolaze sa Sunca nešto događa! Sustavni, teorijski nedovoljno razjašnjeni manjak neutrina sa Sunca proglašen je zagonetkom sunčevih neutrina. Zagonetka se svodi na problem malog fluksa  $^7\text{Be}$  i  $\text{B}$  neutrina kakav ne daju modeli Sunca. U igri su i *pep* neutriini, iz reakcije



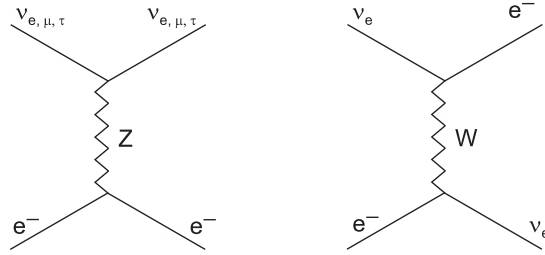
te neutriini CNO lanca



no njihov ukupni očekivani doprinos je ispod  $1 \text{ SNU}$ . Teorija nudi više rješenja, primjerice

- ◇ raspad neutrina u nevidljive (“sterilne”) čestice;
- ◇ konverziju neutrina s magnetskim momentom ( $\sim 10^{-11} \mu_B$ ) u magnetskom polju Sunca u sterilne (desne) neutrine;
- ◇ oscilaciju neutrina u vakuumu;
- ◇ rezonantne oscilacije neutrina u Suncu.

Ovdje ćemo se zadržati na posljednjem, Mikheyev-Smirnov-Wolfensteinovom (MSW) učinku ([?], [?], [?]) kao zanimljivom rješenju. Riječ je o oscilaciji u gustoj materiji, gdje osim  $Z$ -izmjene koja je ista za sve neutrinske okuse, elektronski neutrino pribavlja dodatni doprinos od  $W$  izmjene s elektronima materije (sl. 6.8). Masena stanja se promjene, tako da je kut miješanja u materiji dan



Slika 6.8: Dodatni doprinos  $\nu_e e$  raspršenju od međudjelovanja nabijenom strujom, dok su učinci neutralne struje isti za sve vrste neutrina

izrazom

$$\tan 2\vartheta_m = \frac{\Delta m^2 \sin 2\vartheta}{\Delta m^2 \cos 2\vartheta - 2E_e \sqrt{2} G_F n_e} \equiv \frac{\tan 2\vartheta}{1 - n_e/n_e^{krit}}. \quad (6.126)$$

Član  $\sqrt{2} G_F n_e$  pojavljuje se iz međudjelovanja elektronskog neutrina s elektroni-  
ma opisanih gustoćom  $n_e = n_e(r)$ , koja opada od vrijednosti  $n_e \approx 10^{26} \text{ cm}^{-3} \gg n_e^{krit}$  kako se pomičemo od središta prema površini Sunca. Time stanje elektronskog neutrina  $|\nu_e(t)\rangle$  pribavi dodatnu fazu u odnosu na druge okuse. Zanimljiv učinak (sl. 6.9) očekuje se kada gustoća elektrona padne na kritičnu vrijednost danu izrazom

$$\begin{aligned} n_e^{krit} &= \frac{\Delta m^2 \cos 2\vartheta}{2\sqrt{2} G_F E_\nu} \\ &= 3.94 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-3} \cdot \cos \vartheta \frac{\Delta m^2 (\text{eV}^2)}{E_\nu (\text{MeV})}. \end{aligned} \quad (6.127)$$

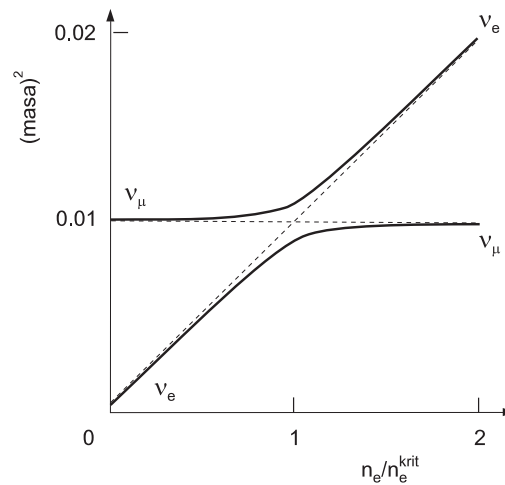
Duljina oscilacije se produlji u odnosu na  $L$  u vakuumu:

$$L_m = L \cdot \frac{\Delta m^2}{\sqrt{(\Delta m^2 \cos 2\vartheta - 2E_e \sqrt{2} G_F n_e)^2 + (\Delta m^2)^2 \sin^2 2\vartheta}}. \quad (6.128)$$

MSW teorija oscilacija može objasniti sva gornja mjerenja uz vrijednosti — dva rješenja

$$\begin{aligned} \sin^2 2\vartheta &\simeq 8 \cdot 10^{-3}, & \Delta m^2 &\approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ eV}^2; \\ \sin^2 2\vartheta &\simeq 0.8, & \Delta m^2 &\approx 10^{-5} \text{ eV}^2. \end{aligned} \quad (6.129)$$

Posljednje rješenje, sa  $\sin^2 2\vartheta \approx 1$  naziva se adijabatskim i odgovara slučaju kada se gustoća  $n_e$  malo promjeni kroz period neutrinске oscilacije. Razlikovanje tih rješenja i testiranje MSW mehanizma ostaje kao posao za pokuse s niskoenergijskim neutrinima.



Slika 6.9: Efektivne mase neutrina u ovisnosti o gustoći materije. Za male gustoće (lijeva strana slike) lakše svojstveno stanje  $\nu_1$  je gotovo čisti  $\nu_e$ , a teže stanje  $\nu_2$  odgovara  $\nu_\mu$  stanju. Crtkane linije prate kvadrate masa  $\nu_e$  i  $\nu_\mu$  neutrina s porastom gustoće. Za gustoće veće od kritične događa se “križanje razina”

### 6.3 Dinamika standardne teorije

Komunikacija kvarkovskih obitelji (*generacijska struktura*) bitna je sastavnica dinamike standardne teorije. Vidjeli smo u prošlom odjeljku da je jedan od problema pri izučavanju standardne teorije uvjetovan nužnošću prijelaza s elektroslabe *baždarne baze* na bazu svojstvenih stanja masa. Koliko je taj prijelaz netrivialan pokazat će dinamika niskoležećih hadrona, građenih od lakih kvarkova. Stoga ćemo iz pedagoških razloga početi naša razmatranja s najtežim, sad već otkrivenim  $t$  kvarkom. Budući da je on na određen način najslabiji leptonima, usporedit ćemo njegove raspade s raspadima  $\tau$  leptona. Pritom ćemo se podsjetiti računa mionskog raspada (iz odjeljka ??), koji je referentni proces, najprije za račun raspada  $\tau$  leptona i  $t$  kvarka, a zatim i ostalih kvarkovskih raspada.

Kako se spuštamo po energijskoj ljestvici tako se gubi asimptotska sloboda i QCD učinci postaju sve važniji. Činjenicu da su ti učinci izvan dohvata teorijskih predviđanja pripisujemo nelinearnosti i neperturbativnim učincima kvantne kromodinamike, kojima još nismo ovladali. No, postoji opće uvjerenje da za razumijevanje i proračun učinaka na ljestvici od 1 GeV nije potrebno uvođenje novih temeljnih sila.

### 6.3.1 Teški fermioni

#### □ $\tau$ LEPTON

Izučavanje teških fermionskih vrsta započelo je Ting-Richterovim otkrićem  $J/\psi$  čestice iz 1974. (odjeljak ??).  $J/\psi$  čestica ustanovljena je kao *kvarkovski atom*, čiji spektar oponaša spektar pozitronija, samo na znatno višoj energijskoj skali. Umjesto elektrona i pozitrona od po pola MeV,  $J/\psi$  je vezano stanje novog kvarkovskog okusa, čarobnog ili “šarmantnog”  $c$  kvarka ( $c$  od engl. *charm*) i njegovog antikvarka  $\bar{c}$ . Masa tog novog kvarka bit će približno 1.5 GeV. Tim otkrićem bile su zaokružene dvije obitelji temeljnih kvarkova i leptona:

$$(e, \nu_e) (\mu, \nu_\mu) ; \quad (u, d) (c, s) .$$

No, ne zadugo. Već 1975. Perlova grupa na **SLAC**-u neočekivano pronalazi  $\tau$  lepton, treću “kopiju” elektrona, koja je gotovo dvostruko teža od protona ( $m_\tau = 1.784$  GeV). Otkriće (kojemu je dodijeljena polovica Nobelove nagrade za 1995. godinu) došlo je sa **SLAC**-ovog elektronsko-pozitronskog sudarivača **SPEAR**, puštenog u rad 1973. Grupa koju je na tom pokusu vodio M. Perl opazila je 24 anomalna elektronsko-mionska događaja. Procesi

$$\begin{aligned} e^+ + e^- &\rightarrow e^- + \mu^+ + \text{neopažene čestice} \\ e^+ + e^- &\rightarrow e^+ + \mu^- + \text{neopažene čestice} , \end{aligned}$$

mogli su se objasniti kao krajni produkt raspada novouvedene  $\tau$  čestice

$$\begin{aligned} \tau^- &\rightarrow e^- (\mu^-) + \text{neutrini} \\ \tau^+ &\rightarrow e^+ (\mu^+) + \text{neutrini} , \end{aligned}$$

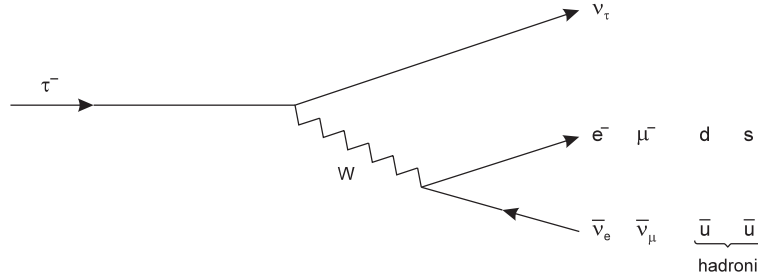
gdje se u prvom koraku stvori par  $\tau$  čestice i antičestice

$$e^+ + e^- \rightarrow \tau^+ + \tau^- .$$

Trebalo je još nekoliko godina proučavanja sudara na **SPEAR**-u i **DORIS** aparaturi ubrzivača **DESY** u Hamburgu, da bi ovakav scenarij bio definitivno potvrđen. Ključni elementi tog izučavanja bili su hadronski raspadi koje posjeduje  $\tau$  lepton. Naime, raspad  $\tau$  leptona zbiva se istim mehanizmom  $W$ -izmjene kao i leptonski raspad  $\mu$  leptona (vidjeti odjeljak ??). No za  $\tau$  lepton, dvostruko teži od protona, kinematički su dozvoljeni raspadi u više konačnih stanja (sl. 6.10):

$$\begin{aligned} \tau^- &\rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e , & \tau^- &\rightarrow \nu_\tau \mu^- \bar{\nu}_\mu , \\ \tau^- &\rightarrow \nu_\tau d \bar{u} , & \tau^- &\rightarrow \nu_\tau s \bar{u} . \end{aligned}$$

Proračuni tih raspada, učinjeni su na osnovi pretpostavke da treća obitelj kvarkova


 Slika 6.10: *Raspadi  $\tau$  leptona*

i leptona ponavlja strukturu prethodnih dviju. Njihovo podudaranje s pokusom ukazivat će na postojanje  $\nu_\tau$  neutrina, koji će upotpuniti treću generaciju leptona.

Zanemare li se mase izlaznih fermiona te **QCD** učinci, dva leptonska procesa imat će istu vjerojatnost, a dva semileptonska uključuju *CKM* faktore  $|V_{ui}|^2$  ( $i = d, s$ ) pomnožene brojem boja  $N_C = 3$ . Ukupna širina  $\tau$  raspada

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_\tau} \equiv \Gamma(\tau) &\approx \Gamma(\mu) \left( \frac{m_\tau}{m_\mu} \right)^5 \{2 + N_C (|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2)\} \\ &\approx \frac{5}{\tau_\mu} \left( \frac{m_\tau}{m_\mu} \right)^5, \end{aligned} \quad (6.130)$$

izražena je referentnom širinom  $\mu$  raspada

$$\frac{1}{\tau_\mu} = \Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3} (1 + \delta_{\text{RC}}) f(m_e^2/m_\mu^2), \quad (6.131)$$

gdje su uračunate korekcije od neiščezavajuće mase

$$f(x) = 1 - 8x + 8x^3 - x^4 - 12x^2 \ln x \quad (6.132)$$

i vodeće radijacijske korekcije

$$(1 + \delta_{\text{RC}}) = \left[ 1 + \frac{\alpha}{2\pi} \left( \frac{25}{4} - \pi^2 \right) \right] \left[ 1 + \frac{3}{5} \frac{m_\mu^2}{M_W^2} - 2 \frac{m_e^2}{M_W^2} \right] = 0.9958. \quad (6.133)$$

U izrazu za raspad  $\tau$  leptona može se upotrijebiti *CKM* unitarnost

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 = 1 - |V_{ub}|^2 \approx 1,$$

što uz mjereno vrijeme života miona  $\tau_\mu = (2.19703 \pm 0.00004) \times 10^{-6}$  s, daje predviđanje  $\tau_\tau \approx 3.3 \times 10^{-13}$  s. To treba usporediti s mjerenim ukupnim vremenom života  $\tau_\tau^{\text{eksp}} = (2.916 \pm 0.016) \times 10^{-13}$  s, pri čemu se i teorijska očekivanja

grananja

$$\begin{aligned}
 \text{Br}(\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e) &\approx \frac{1}{5} = 20\% \\
 [\text{eksp} : &(17.79 \pm 0.09)\%], \\
 \frac{\text{Br}(\tau^- \rightarrow \nu_\tau \mu^- \bar{\nu}_\mu)}{\text{Br}(\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e)} &\approx \frac{f(m_\mu^2/m_\tau^2)}{f(m_e^2/m_\tau^2)} = 0.97256 \\
 [\text{eksp} : &0.974 \pm 0.007], \\
 R_\tau &\equiv \frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau + \text{hadroni})}{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e)} \approx N_C \\
 [\text{eksp} : &3.647 \pm 0.024],
 \end{aligned} \tag{6.134}$$

također dobro slažu s pokusom, naznačenim u uglatoj zagradi. Štoviše, slaganje za leptonske raspade je izvrsno

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e) &\approx \frac{1}{\tau_\mu} \left( \frac{m_\tau}{m_\mu} \right)^5 = 6.12 \times 10^{11} \text{ s}^{-1} \\
 [\text{eksp} : &(6.10 \pm 0.05) \times 10^{11} \text{ s}^{-1}].
 \end{aligned} \tag{6.135}$$

Naime, ovdje ne ulaze gluonske korekcije kakve će postojati u međudjelovanju izlaznih kvarkova u semileptonskim raspadima.

#### □ ***t* KVARK**

Da kvarkovske generacije brojem neće zaostajati za leptonskim, pokazalo se već sredinom 1977. godine. Tada naime Ledermanova grupa s Fermilaba obznanjuje novu rezonancu na 9.4 GeV, opaženu u hadronskim sudarima. Novi kvarkovski atom, “upsilon”  $\Upsilon = b\bar{b}$ , čestica “skrivena ljepote”, vezano je stanje  $b$  i  $\bar{b}$  kvarka. Na tom koraku više nije bilo potrebno puno mašte da se predvidi postojanje i šestog  $t$  kvarka ( $t$  od engl. *truth*), koji bi upotpunio treću kvarkovsku generaciju.

Budući da je otkriće  $t$  kvarka važna epizoda naših dana, posvetit ćemo joj nešto više pozornosti. Kod fizičara gotovo da nije bilo sumnje da će otkriti i tu zadnju ciglu što je nedostajala u građi “materije”, zadnji od 6 predviđenih kvarkova. Ipak, lov na tu česticu zadao je više muke nego se to očekivalo!

Zašto? Tražio se “kvarkovski atom”  $t$  kvarka, na isti način kojim je otkriven  $J/\Psi$  atom  $c$  kvarka 1974. ili  $\Upsilon$  atom  $b$  kvarka 1977. godine. No pokazalo se da je  $t$  kvark pretežak i da živi prekratko ( $10^{-24}$ sec) da bi mogao formirati atom i ostaviti zapis sličan  $c$  ili  $b$  kvarku.

Pred gotovo dva desetljeća, kad je počelo dizajniranje detektora čikaškog sudarivača **CDF** (od engl. *Collider Detector at Fermilab*) nije se očekivalo da bi  $t$  kvark premašivao težinom svog  $b$  partnera za faktor veći od 3. Prve najave otkrića



$t$  kvarka stigle su s elektronsko-pozitronskog sudarivača na CERN-u 1984. godine od grupe C. Rubbie, no one su se pokazale preuranjenima.

Divovski detektor **CDF**, naprava od čelika i elektronike teška 5 tona (s više od 100 000 komponenti namijenjenih ustanovljavanju različitih vrsta čestica) smješten je u tunelu 6,4 kilometarskog kružnog sudarivača tevatrona, kod Chichaga. U njemu se protoni i antiprotoni, ubrzani gotovo na brzinu svjetlosti, sudaraju na tisuće puta u sekundi. Naći  $t$  kvark u takvoj situaciji slični na traženje igle u stogu sijena, gdje nas učestalost sudara tjera da taj stog pretresamo svake sekunde. U eksperimentalnom nizu obznanjenom 1994. godine bilo je  $10^{12}$   $p\bar{p}$  sudara unutar **CDF**-ove “mišolovke”. Od toga, elektronika je selektirala 16 milijuna obećavajućih za daljnju analizu, što je na kraju svedeno na tucet kandidata za  $t$  kvark!

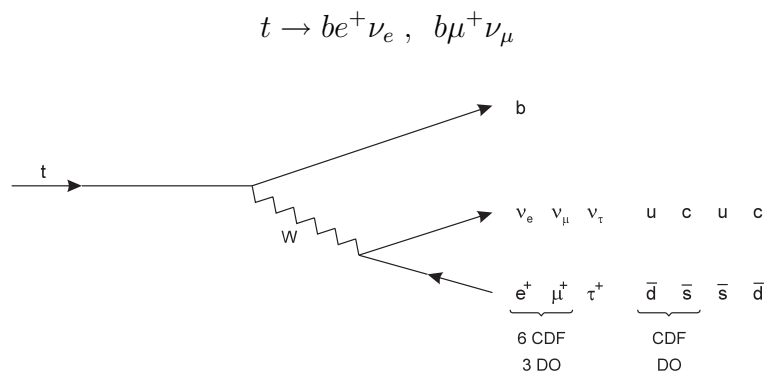
Početak ožujka 1995. objavljeni su novi rezultati. **CDF**-u se pridružila i kolaboracija **D0**, drugog detektora na tevatronu, tako da uz 43 t-događaja na **CDF**-u postoji i 17 t-događaja na **D0**.

Kandidati za  $t$  kvark se naslućuju iz tragova koji proizlaze iz njegovih raspada (sl. 6.11). Pritom se  $t$  kvark ponaša kao teški lepton. Velika masa  $m_t > M_W + m_q$  omogućuje da se raspad  $t \rightarrow q + W$  odvija na ljusci mase.

$$\Gamma(t \rightarrow qW) \approx 180\text{MeV} |V_{tq}|^2 \left( \frac{m_t}{m_W} \right)^3. \quad (6.136)$$

Budući da je  $CKM$  element  $|V_{ub}| \approx 1$ , dominantni raspad je  $t \rightarrow b + W$ , s vremenom života koje je dva reda veličine ispod vremena hadronizacije  $\tau_{hadronizac.} \approx 10^{-22}$  s). Dakle, teški  $t$  kvarkovi raspadnu se prije nego bi mogli hadronizirati u hvatam lakog kvarka. Iz istog se razloga ne pojavljuje vezano stanje, *toponij*  $t\bar{t}$ .

Događaj na tevatronu je nalik je na sudar ping-pong loptica u kojem se stvore znatno masivnije kugle za boćanje. Jedna od njih bio bi  $t$  kvark koji se odmah raspada u lakše čestice. Jedan mogući raspad  $t$  kvarka je u  $b$  kvark i par lepton-neutrino

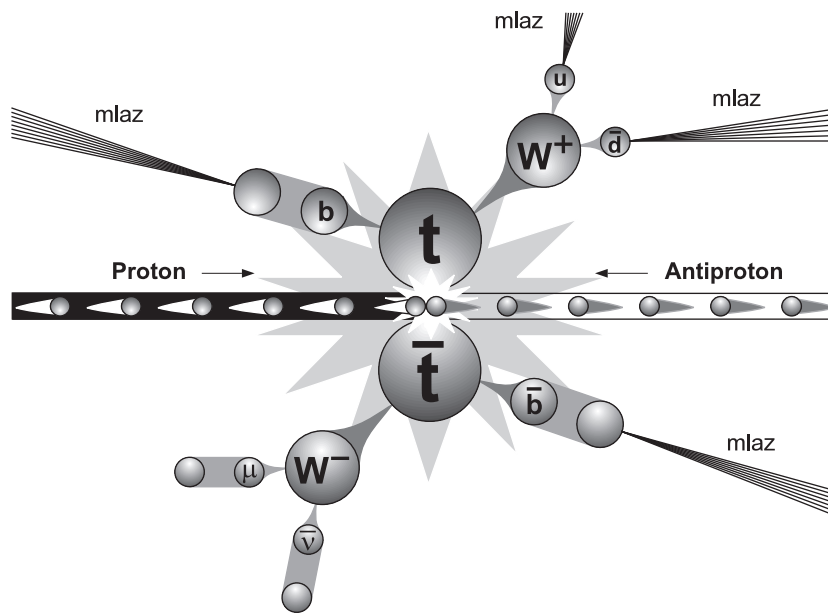


Slika 6.11: *Raspadi  $t$  kvarka*

a drugi na tri “kvarkovska mlaza”

$$t \rightarrow bu\bar{d}, bc\bar{s}.$$

Najvjerojatniji, dakle najčešći proces koji se opaža na tevatronu po stvaranju  $t\bar{t}$  para je kombinacija gornjih raspada prikazana na slici zapisa kojeg ostavlja  $t$  kvark. Manje vjerojatni su procesi u kojima se i  $t$  i  $\bar{t}$  raspada u leptone na način (i). Tak-



Slika 6.12: *Zapis koji ostavlja  $t$  kvark na tevatronu*

vih *dileptonskih* procesa, koji su najčišći signal  $t$  kvarka, zabilježeno je najprije 6 na **CDF**-u i 3 na **D0**. Na osnovi tih rezultata **CDF** daje preciznije određivanje mase  $m_t$ :

$$\begin{aligned} m_t &= 176 \pm 8 \pm 10 \text{ GeV} && \text{CDF}, \\ m_t &= 199^{+19}_{-21} \pm 22 \text{ GeV} && \text{D0}. \end{aligned} \quad (6.137)$$

Prosječna vrijednost iz 1996. godine dana je s točnošću  $\pm 12$  GeV :

$$m_t = 180 \pm 12 \text{ GeV}. \quad (6.138)$$

To je u suglasju s predviđanjima mjerenja na LEP-u

$$m_t = 179 \pm 9^{+17}_{-19} \text{ GeV}, \quad (6.139)$$

temeljenim na  $m_t$ -ovisnosti parametara raspada  $Z$  bozona. Pritom je uz eksperimentalnu pogrešku  $\pm 9$ , navedena i ona vezana uz neodređenost mase higgsa

( $m_H$  uzeta u intervalu 60 GeV do 1 TeV). Napomenimo da se očekuje smanjenje neodređenosti u  $m_t$  na **LEP**-u na  $\pm 5$  GeV, dok bi pokusi planirani na LHC-u postizali točnost  $\pm 3$  GeV, a na NLC-u  $\pm 1$  GeV.

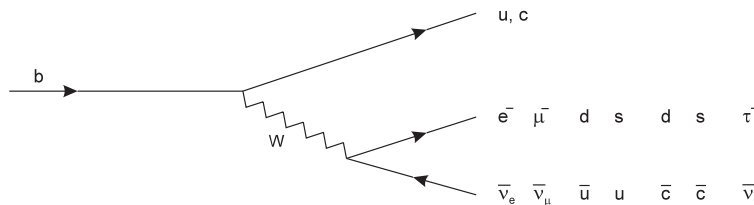
Golema masa  $t$  kvarka,  $m_t \sim 200m_p$ , približno odgovara masi atoma zlata, što je

- ◇ stvarno neočekivano mnogo za elementarnu česticu;
- ◇ sugerira da je  $t$  kvark umiješan u misteriozni mehanizam stvaranja mase;
- ◇ daje naslutiti da smo s  $t$  kvarkom tako velike mase već nadomak skalarnom polju Higgsove čestice, koja opskrbljuje čestice masom (dok neke - kao foton, putuju kroz Higgsovo polje kao da ga nema).

Dok je tevatronov pokus u načelu prva laboratorijska detekcija slobodnog kvarka, kakav se jedino mogao naći u ranom svemiru, ta će čestica svoju “prirodnu” ulogu igrati u kvantnim petljama, kroz koje vodi na važno *CP narušenje* potrebno za stvaranje materije u ranom svemiru!

### □ **$b$ KVARK**

Za razliku od  $t$  kvarka,  $b$  kvarkovi stvoreni u srazovima snopova na sudarivačima tvore hadrone prije nego se raspadnu. Za očekivati je da će slabi raspad hadrona koji sadrže  $b$  kvark biti dominirani raspadom samog  $b$  kvarka, dok će preostali laki kvarkovi biti promatrači (*spektatori*). U toj slici raspad  $b$  kvarka opisan je istim Feynmanovim dijagramom kao raspad  $\mu$  ili  $\tau$  leptona, pri čemu se emisijom  $W^-$  bozona početni  $b$  pretvara u  $c$  ili  $u$  kvark. Pritom u taj vrh ulaze *CKM* miješanja  $V_{ib}$  ( $i = u, c$ ). U drugom vrhu  $W^-$  emitira niz kinematski dozvoljenih parova, kako je prikazano na slici 6.13. Izraženo referentnom širinom mionskog raspada



Slika 6.13: *Raspadi  $b$  kvarka*

$$\Gamma(b) \approx \Gamma(\mu) \left( \frac{m_b}{m_\mu} \right)^5 (f_c |V_{cb}|^2 + |V_{ub}|^2) \times ([2 + f_\tau + N_C [f'_c (|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2) + (|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2)]) .(6.140)$$

Budući da su u konačnom stanju dopušteni i čarobni hadroni i  $\tau$  lepton, moraju se uključiti korekcije neiščezavajućih masa, parametrizirane funkcijama  $f_c$ ,  $f_\tau$  i  $f'_c$ . Uz vrijednosti masa  $m_c \sim 1.5$  GeV i  $m_b \sim 4.5$  GeV, procjena  $f_\tau \sim f_c \sim f'_c \sim f(m_c^2/m_b^2) \sim 0.5$  vodi na efektivni broj kanala raspada  $N_{\text{ef}} \approx 7$ . To odmah vodi na omjer grananja semileptonskih raspada

$$\text{Br}(b \rightarrow l^- \bar{\nu}_l X) \sim \frac{1}{N_{\text{ef}}} \sim 14\%, \quad (6.141)$$

što je u izvrsnom slaganju s mjerenim vrijednostima:

$$\begin{aligned} \text{Br}(b \rightarrow X l^- \bar{\nu}_l) &= (11.2 \pm 0.4)\%, \\ \text{Br}(\bar{B}^0 \rightarrow X^+ l^- \bar{\nu}_l) &= (10.2 \pm 1.0)\%, \\ \text{Br}(B^- \rightarrow X^0 l^- \bar{\nu}_l) &= (10.1 \pm 2.3)\%. \end{aligned} \quad (6.142)$$

Teorijska predikcija semileptonskih raspada  $b$  kvarkova

$$\begin{aligned} \Gamma(b \rightarrow X l^- \bar{\nu}_l) &\equiv \frac{\text{Br}(b \rightarrow X l^- \bar{\nu}_l)}{\tau_b} \approx \frac{1}{\tau_\mu} \left( \frac{m_b}{m_\mu} \right)^5 \chi^{\text{CKM}} \\ &\approx 6.4 \times 10^{13} \chi^{\text{CKM}} \text{ s}^{-1}, \end{aligned} \quad (6.143)$$

[?] reproducira mjerene vrijednosti

$$\begin{aligned} \Gamma(b \rightarrow X l^- \bar{\nu}_l) &= (7.3 \pm 0.3) \times 10^{10} \text{ s}^{-1}, \\ \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow X^+ l^- \bar{\nu}_l) &= (6.3 \pm 0.7) \times 10^{10} \text{ s}^{-1}, \\ \Gamma(B^- \rightarrow X^0 l^- \bar{\nu}_l) &= (6.1 \pm 1.4) \times 10^{10} \text{ s}^{-1}, \\ \Gamma(B \rightarrow X \tau^- \bar{\nu}_\tau) &= (1.7 \pm 0.3) \times 10^{10} \text{ s}^{-1}. \end{aligned} \quad (6.144)$$

Ovdje je za  $CKM$  faktor miješanja  $\chi^{\text{CKM}}$  uzeto

$$\chi^{\text{CKM}} = f_c |V_{cb}|^2 + |V_{ub}|^2 \sim 10^{-3}. \quad (6.145)$$

Ovako uspješna predikcija relativno jednostavnog opisa raspada ima svoje objašnjenje u činjenici da je kromodinamičko vezanje na ljestvici  $b$  kvarka malo te su učinci jakog međudjelovanja zanemarivi.

#### □ SIMetrija TEŠKIH KVARKOVA

Simetrija koja se krije iza jednakosti vremena života hadrona s  $b$  kvarkom (“s ljepotom”) odgovara granici beskonačno teškog  $b$  kvarka. Pojednostavljenja koja se događaju u toj granici poznata su još iz atomske fizike. Kvantnomehaničko ponašanje elektrona u kulonskom potencijalu atomske jezgre određeno je reduciranom masom  $m_e M / (m_e + M) \approx m_e \ll M$ , gdje je  $M$  teška masa jezgre. Stoga različiti izotopi ( $M \neq M'$ ) istog atoma ( $Z = Z'$ ) imaju vrlo slična kemijska svojstva

— posjeduju *izotopnu simetriju*. Usto, u granici  $M \rightarrow \infty$ , atomi spina jezgre  $S$  posjeduju  $(2S + 1)$ -struku degeneraciju — *spinsku simetriju*.

Slično, ali nešto složenije stanje susrećemo u kromodinamici, **QCD**. Impuls nošen kvarkom koji je vezan u hadronu dan je s  $\Lambda \sim M_p/3 \approx 300$  MeV. Veličina  $\Lambda$  govori koliko su kvarkovi izvan masene ljuske (engl. *off-shell*) te istovremeno karakterizira veličinu hadrona  $R_{\text{had}} \sim 1/\Lambda$ .

Za *teško–lake* hadrone, složene od jednog teškog kvarka  $Q$  i nekog broja lakih konstituenata, laki su kvarkovi znatno izvan masene ljuske, dok je teški kvark mase  $M_Q \gg \Lambda$  praktički na masenoj ljusci. U usporedbi s prirastom impulsa teškog kvarka  $\delta P_Q \sim \Lambda$ , promjena brzine pri međudjelovanju je zanemariva,  $\delta v_Q \sim \Lambda/M_Q \ll 1$ . Zbog toga u sustavu mirovanja hadrona teški kvark  $Q$  praktički miruje — statički je izvor gluona koje “osjećaju” laki kvarkovi (neosjetljivi na “okus” i orijentaciju spina teškog kvarka). Otuda *okusna* i *spinska* simetrija teško–lakih kvarkovskih sustava.

Pokažimo da simetrija teško–lakih hadrona ima izvorište u simetriji kromodinamičkog lagrangiana teškog kvarka, koji vodi na jednostavnija Feynmanova pravila za **QCD** teškog kvarka. U tu svrhu izrazimo impuls teškog kvarka  $P_Q$  pomoću četverovektora brzine hadrona  $v^\mu$  (gdje je  $v^2 = 1$ ) i *rezidualnog* impulsa  $k^\mu \sim \Lambda$ :

$$P_Q^\mu \equiv M_Q v^\mu + k^\mu. \quad (6.146)$$

Tada u granici  $M_Q \rightarrow \infty$  (uz fiksiran  $v^\mu$ ) propagator teškog kvarka postaje

$$\frac{i}{\not{P}_Q - M_Q} = \frac{i}{v \cdot k} \frac{1 + \not{v}}{2} + \mathcal{O}(k/M_Q). \quad (6.147)$$

Dakle, u vodećem članu propagatora nema mase, nego figurira samo projektor na pozitivne energije  $P_+$  (energijski projektori  $P_\pm \equiv (1 \pm \not{v})/2$  zadovoljavaju  $P_\pm^2 = P_\pm$ ,  $P_\pm P_\mp = 0$ ). Nadalje, uz svojstva  $P_+ \gamma^\mu P_+ = P_+ v^\mu P_+$ , pojednostavi se i kvarkovsko–gluonski vrh na oblik neovisan o spinu:

$$ig \left( \frac{\lambda^a}{2} \right) \gamma^\mu \longrightarrow ig \left( \frac{\lambda^a}{2} \right) v^\mu. \quad (6.148)$$

Ovako dobivena Feynmanova pravila ugrade se u efektivni lagrangian

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}}^{(Q)} = \bar{Q} (i \not{D} - M_Q) Q \approx \bar{h}_v^{(Q)} i (v \cdot D) h_v^{(Q)}, \quad (6.149)$$

izražen redefiniranim poljima

$$Q(x) \approx e^{-iM_Q v \cdot x} h_v^{(Q)}(x). \quad (6.150)$$

Time su u igri samo pozitivno–energijske projekcije spinora teškog kvarka ( $h_v^{(Q)} = P_+ h_v^{(Q)} = \not{v} h_v^{(Q)}$ ). Pritom je  $h_v^{(Q)}$  dvokomponentni spinor koji poništava kvark  $Q$ ,

ali ne poništava pripadni antikvark (efektivna teorija ne sadrži stvaranje parova teških kvarkova).

Faza redefinicije u (6.150) odabrana je tako da se iz impulsa teškog kvarka ukloni kinetički dio  $M_Q v^\mu$ . Stoga u impulsnom prostoru derivacija na  $h_v^{(Q)}$  daje rezidualni impuls  $k^\mu$ .

Pogledajmo kako se spinska neovisnost lagrangiana odražava na spektroskopiju hadrona. Označimo li sa  $s_l$  ukupni spin lakih kvarkova u hadronu s jednim teškim kvarkom  $Q$ , neovisnost o spinu teškog kvarka povlači degeneraciju dvaju hadronskih stanja, spinova  $J = s_l \pm \frac{1}{2}$ . Za  $Q\bar{q}$  mezone  $s_l = 1/2$ , spinska simetrija zahtijeva degeneraciju osnovnih stanja negativnog pariteta, spina nula i spina jedan. Pogled na mjereni spektar  $D$  i  $B$  mezona, s razlikama masa

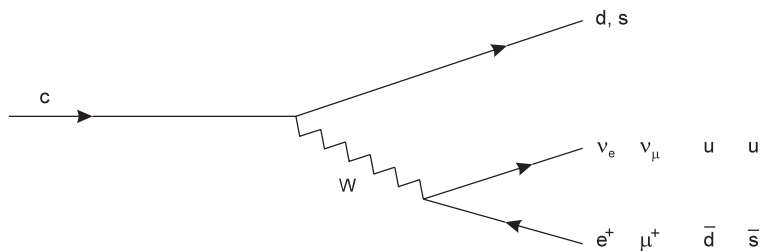
$$\begin{aligned} M_{D^*} - M_D &= (142.12 \pm 0.07) \text{ MeV}, \\ (M_{D^*} - M_D)/M_D &\approx 8\%, \\ M_{B^*} - M_B &= (46.0 \pm 0.6) \text{ MeV}, \\ (M_{B^*} - M_B)/M_B &\approx 0.9\%, \end{aligned} \quad (6.151)$$

pokazuje da je ta simetrija znatno bolja za  $B$  spektar nego što je to slučaj s  $D$  spektrom.

### 6.3.2 Čarobni, strani i laki kvarkovi

#### □ $c$ KVARK

Provjerimo računom jednostavnih Feynmanovih dijagrama kao za  $\mu$  i  $\tau$  raspad, u kojoj mjeri raspadi slobodnog  $c$  kvarka reproduciraju raspade čarobnih hadrona. Emisijom  $W^+$  bozona, uz  $CKM$  miješanja koja sadrže  $V_{ci}^*$  ( $i = d, s$ ) članove, stvara se niz kinematski dozvoljenih parova,  $\nu_e e^+$ ,  $\nu_\mu \mu^+$ ,  $u\bar{d}$  i  $u\bar{s}$  (sl. 6.14). Zbrajanjem svih kanala raspada dolazi se do ukupne vjerojatnosti izražene refe-



Slika 6.14: *Raspadi slobodnog  $c$  kvarka*

rentnom širinom mionskog raspada

$$\Gamma(c) \approx \frac{1}{\tau_\mu} \left( \frac{m_c}{m_\mu} \right)^5 (|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2) \{2 + N_C (|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2)\}. \quad (6.152)$$

Uz približne relacije  $|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 = 1 - |V_{cb}|^2 \approx 1$ ,  $|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 = 1 - |V_{ub}|^2 \approx 1$  i vrijednost  $m_c \sim 1.5$  GeV dobiva se život  $c$  kvarka

$$\tau_c \approx \frac{1}{5} \tau_\mu \left( \frac{m_\mu}{m_c} \right)^5 \approx 7.6 \times 10^{-13} \text{ s}. \quad (6.153)$$

Usporedimo najprije predviđanje za semileptonske raspade

$$\Gamma(c \rightarrow X l^+ \nu_l) \equiv \frac{\text{Br}(c \rightarrow X l^+ \nu_l)}{\tau_c} \approx \frac{1}{\tau_\mu} \left( \frac{m_c}{m_\mu} \right)^5 \approx 2.6 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}, \quad (6.154)$$

s mjerenim vrijednostima

$$\begin{aligned} \Gamma(D^+ \rightarrow X^0 l^+ \nu_l) &= (1.63 \pm 0.18) \times 10^{11} \text{ s}^{-1}, \\ \Gamma(D^0 \rightarrow X^- l^+ \nu_l) &= (1.65 \pm 0.08) \times 10^{11} \text{ s}^{-1}, \\ \Gamma(\Lambda_c^+ \rightarrow X^0 l^+ \nu_l) &= (2.3 \pm 0.9) \times 10^{11} \text{ s}^{-1}. \end{aligned} \quad (6.155)$$

Slaganje je znatno lošije kad se uključe hadronski raspadi:

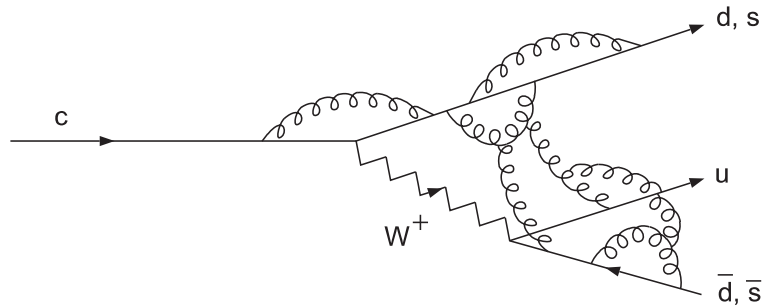
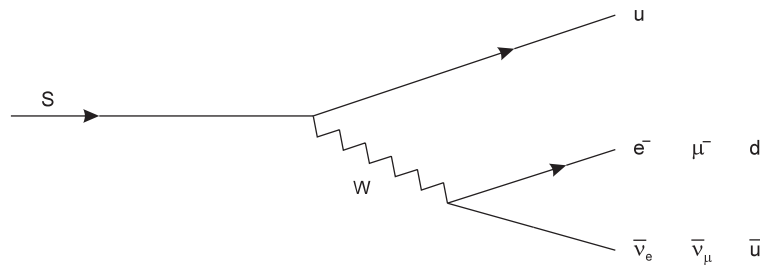
$$\begin{aligned} \tau_{D^+} &= (10.57 \pm 0.15) \times 10^{-13} \text{ s}, \\ \tau_{\Lambda_c^+} &= (2.00^{+0.11}_{-0.10}) \times 10^{-13} \text{ s}, \\ \tau_{D^0} &= (4.15 \pm 0.04) \times 10^{-13} \text{ s}, \\ \tau_{\Xi_c^+} &= (3.5^{+0.7}_{-0.4}) \times 10^{-13} \text{ s}, \\ \tau_{D_s^+} &= (4.67 \pm 0.17) \times 10^{-13} \text{ s}, \\ \tau_{\Xi_c^0} &= (0.98^{+0.23}_{-0.15}) \times 10^{-13} \text{ s}. \end{aligned} \quad (6.156)$$

Primjerice, mjerenja  $\tau(D^+)/\tau(D^0) \approx 2.5$  i  $\tau(D^+)/\tau(\Xi_c^0) \approx 11$  jasno odstupaju od naivnog očekivanja da je  $\tau_c$  isto za sve čarobne hadrone. Razlog treba potražiti u do sada zanemarenoj jakoj sili: gluonsko “dekoriranje” jednostavnog polaznog dijagrama osobito je bogato za hadronske kanale, gdje ulaze dvije kvarkovske struje (sl. 6.15).

#### □ s KVARK

Slobodni raspad  $s$  kvarka (sl. 6.16) kinematički je ograničen na  $s \rightarrow u e^- \bar{\nu}_e$ ,  $s \rightarrow u \mu^- \bar{\nu}_\mu$  i  $s \rightarrow u d \bar{u}$ . Uz vrijednosti  $|V_{us}| \approx \sin \theta_C \approx 0.22$  i  $m_s \approx 200$  MeV, predviđena vjerojatnost izražena referentnom širinom mionskog raspada

$$\frac{1}{\tau_s} \approx \frac{1}{\tau_\mu} \left( \frac{m_s}{m_\mu} \right)^5 |V_{us}|^2 \{2 + N_C |V_{ud}|^2\} \approx \frac{5 \sin^2 \theta_C}{\tau_\mu} \left( \frac{m_s}{m_\mu} \right)^5 \approx \frac{1}{4 \times 10^{-7} \text{ s}}, \quad (6.157)$$


 Slika 6.15: Gluonsko oblačenje kvarkovskih linija u raspadu  $c$  kvarka

 Slika 6.16: *Mogući raspadi s kvarka*

jako odstupa od onog što pokazuju mjerenja

$$\begin{aligned}
 \tau(K_S) &= (0.8926 \pm 0.0012) \times 10^{-10} \text{ s}, \\
 \tau(K_L) &= (5.17 \pm 0.04) \times 10^{-8} \text{ s}, \\
 \tau(K^+) &= (1.2371 \pm 0.0029) \times 10^{-8} \text{ s}, \\
 \tau(\Lambda) &= (2.632 \pm 0.020) \times 10^{-10} \text{ s}.
 \end{aligned} \tag{6.158}$$

Već i predviđena semileptonska širina

$$\Gamma(s \rightarrow e^- \bar{\nu}_e X) \approx \frac{1}{\tau_\mu} \left( \frac{m_s}{m_\mu} \right)^5 |V_{us}|^2 \approx 5.4 \times 10^5 \text{ s}^{-1}, \tag{6.159}$$

znatno odstupa od mjerenja

$$\begin{aligned}
 \Gamma(K^- \rightarrow \pi^0 e^- \bar{\nu}_e) &= (3.90 \pm 0.05) \times 10^6 \text{ s}^{-1}, \\
 \Gamma(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e) &= (7.49 \pm 0.11) \times 10^6 \text{ s}^{-1}, \\
 \Gamma(\Lambda \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e) &= (3.16 \pm 0.06) \times 10^6 \text{ s}^{-1}.
 \end{aligned} \tag{6.160}$$

Dramatičnost odstupanja za hadronske raspade izražena je čuvenim  $\Delta I = 1/2$  *problemom*. Primjerice, raspad kaona u kojemu je izospin promijenjen za  $\Delta I =$



$1/2$  znatno je pojačan prema procesu s  $\Delta I = 3/2$ . Mjeri se veliki omjer vjerojatnosti

$$\frac{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0)} = \frac{\text{Br}(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-) \tau(K^+)}{\text{Br}(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0) \tau(K_S)} = 449, \quad (6.161)$$

umjesto omjera vrijednosti 4, koja se dobije bez **QCD** korekcija. Uvođenje tih korekcija je neizbježan, ali zahtjevan posao, koji prelazi okvire ovog udžbenika. Njihovu ulogu, koja je osobito značajna u neleptonskim procesima [?], [?], [?], diskutirat ćemo pri razmatranju miješanja pseudoskalarnih mezona u slijedećem odjeljku.

### 6.3.3 \* Miješanje u sustavu $K$ i $B$ mezona

Strana fizika, čudnovata fizika, nova fizika — atributi su koji prate fiziku  $K$  mezona od njenih samih početaka. Otkriće  $K$  mezona pada u 1947. godinu (ujedno godinu otkrića  $\pi$  mezona), opažanjem tragova pri istraživanju kozmičkih zraka u maglenim komorama (Rochester & Butler 1947). Broj stranih čestica od tada je naglo porastao, no četiri kaonskih stanja i dalje slove kao jedan od najzanimljivijih sustava u prirodi. S jedne strane  $K$  mezoni su dovoljno laki da ih se proizvodi u dovoljnom broju, a s druge strane dovoljno teški da pokazuju bogatstvo kanala raspada. Usto, fizika stranih čestica do 1964. slovi kao misteriozni svijet s nepoznatim razlozima za stranost i nepoznatim unutrašnjim mehanizmom  $K^0 - \bar{K}^0$  miješanja [?]. Tim dvjema zagonetkama priključila se 1964. i treća, eksperimentalno otkriće  $CP$  narušenja [?] koje je do dana današnjeg ostalo ograničeno na neutralni kaonski sustav. U našem proučavanju kaonske fizike slijedit ćemo te tri odrednice koje su vodile do značajnih prodora u našem poznavanju temeljne fizike. Tako ekstrahirane tri pojavnosti, koje se isprepliću i dopunjuju, u daljnjem ćemo imenovati kao pojavnost *okusa*, pojavnost  $K^0 - \bar{K}^0$  miješanja i pojavnost  $CP$  neočuvanja.

#### □ SUSTAV $K$ MEZONA

##### Strano ponašanje

“Strano ponašanje” epitet je za opažen nerazmjer vjerojatnosti  $P$  kojom su u jakom međudjelovanju producirane  $\Lambda$  čestice

$$\pi^- + p \xrightarrow{P} \Lambda^0 + X \quad (6.162)$$

u odnosu na vjerojatnost  $R$  kojom se ti  $\Lambda$  hiperoni raspadaju

$$\Lambda^0 \xrightarrow{R} p + \pi^- . \quad (6.163)$$

Neprirodno mali omjer  $R/P \simeq 10^{-13}$  bio je naznaka nove simetrije, stranosti  $S$ , očuvane u jakim procesima ( $\Delta S = 0$ ), ali narušene slabim silama koje vode na raspade s promjenom stranosti ( $\Delta S = 1$ ). Budući da je  $\Lambda$  hiperonu pridjevana stranost  $S = +1$ , s njim u paru na desnoj strani procesa (6.162) mora biti proizvedena čestica suprotne stranosti ( $X$  je  $K^0$  ili  $K^+\pi^-$  par).

Iz elektronsko-pozitronskih anihilacija

$$e^+e^- \rightarrow K^+K^-, K^{neut}K^{neut} \quad (6.164)$$

zaključeno je da je riječ o kaonima spina nula te da postoje različita stanja  $K^{neut}$  ( $K^0$  i  $\bar{K}^0$ ).

Isto tako, u protonsko-antiprotonskim anihilacijama na **LEAR**-u (od engl. *Low Energy Antiproton Ring* na **CERN**-u)

$$p\bar{p} \rightarrow K^-\pi^+K^0, K^+\pi^-\bar{K}^0 \quad (6.165)$$

produciraju se svojstvena stanja jakog međudjelovanja *označena* (engl. *tagged*) nabijenim partnerima u procesu (6.165)

$$\begin{aligned} |K^0\rangle & S = -1 \quad \text{označeno pojavljivanjem } \pi^+, \\ |\bar{K}^0\rangle & S = +1 \quad \text{označeno pojavljivanjem } \pi^-. \end{aligned}$$

No ta svojstvena stanja stranosti nisu svojstvena stanja  $CP$  simetrije za koju je izgledalo da bi trebala vrijediti i za slabe procese. Naime, pomoću definicionih relacija za transformacije pseudoskalarnih neutralnih kaona

$$\begin{aligned} C|K^0\rangle &= |\bar{K}^0\rangle \\ P|K^0\rangle &= -|K^0\rangle \end{aligned} \quad (6.166)$$

izlazi

$$CP|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle. \quad (6.167)$$

Ako slabo međudjelovanje omogućuje da se  $|K^0\rangle$  i  $|\bar{K}^0\rangle$  raspadaju putem istih kanala ( $2\pi, 3\pi, \pi l \nu_l, 2\gamma, \dots$ ) ta će stanja na taj način biti povezana — postojat će  $K^0 - \bar{K}^0$  miješanje. Tu mogućnost uočili su Gell-Mann i Pais rane 1955. godine. S motrišta jake nuklearne sile, dobro definirane čestice su vlastita stanja stranosti,  $K^0$  i njena antičestica  $\bar{K}^0$ . Prijelaz  $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$  kroz zajedničke kanale raspada  $K^0 \rightarrow 2\pi, 3\pi \rightarrow \bar{K}^0$  učinak je koji mijenja stranost za dvije jedinice (učinak drugog reda). To miješanje stanja cijepa degeneraciju u masi  $K^0$  i  $\bar{K}^0$  i vodi na novi izbor čestičnih stanja, kakva su viđena od strane slabih sila. Naime, nakon što su 1956. godine Lee and Yang uveli narušenje pariteta u raspadima kaona, Landau je predložio da prava simetrija bude kombinirana  $CP$  simetrija. Tako se umjesto neutralnih kaonskih stanja  $|K^0\rangle$  i  $|\bar{K}^0\rangle$  (koje  $CP$  transformacija prevodi

u  $-|\bar{K}^0\rangle$  i  $-|K^0\rangle$ , respektivno), promatraju dvije linearne kombinacije s dobro definiranim  $CP$  paritetom i koje smo označavali s  $|K_1\rangle$  i  $|K_2\rangle$ :

$$\begin{aligned} |K_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \\ |K_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) . \end{aligned} \quad (6.168)$$

Lako se uvjerimo da ona jesu svojstvena stanja  $CP$  simetrije:

$$\begin{aligned} CP|K_1\rangle &= |K_1\rangle \\ CP|K_2\rangle &= -|K_2\rangle . \end{aligned} \quad (6.169)$$

Prema tome, ako je  $CP$  simetrija očuvana u slabom međudjelovanju,  $K_1$  se raspada samo u stanje pozitivne  $CP$  parnosti — dakle u dva piona iščezavajućeg orbitalnog impulsa vrtnje s  $CP = +1$ . Slično,  $K_2$  se raspada u stanja s tri piona s  $CP = -1$ . Budući da je  $m_K$  bliska pragu za raspad u tri piona (498 MeV-a u usporedbi s 405 MeV-a), raspad  $K_L \rightarrow 3\pi$  je znatno potisnut faznim prostorom u odnosu na raspad  $K_S \rightarrow 2\pi$ . U pokusima se doista mjere raspadi sa značajnom razlikom u vremenima života [?]

$$\begin{aligned} \tau_S &= 0.8927(9) \cdot 10^{-10} \text{ s} \\ \tau_L &= 5.17(4) \cdot 10^{-8} \text{ s} , \end{aligned} \quad (6.170)$$

odnosno sa jako različitim širinama raspada

$$\begin{aligned} \Gamma_L &= 1.93 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \\ \Gamma_S &= 1.12 \times 10^{10} \text{ s}^{-1} . \end{aligned} \quad (6.171)$$

Stoga vrijedi

$$\Delta\Gamma_K \approx -\Gamma_S . \quad (6.172)$$

Iz tog razloga (dok god su zanemarivi učinci  $CP$  narušenja) identificiramo

$$\begin{aligned} |K_S\rangle &= |K_1\rangle \\ |K_L\rangle &= |K_2\rangle . \end{aligned} \quad (6.173)$$

Za razliku masa  $\Delta m_K$  pokusi daju [?]

$$\Delta m_K = 3.491(9) \cdot 10^{-6} \text{ eV} . \quad (6.174)$$

Iz (6.171) i (6.174) vidimo da u  $K$  sustavu vrijedi

$$\Delta m_K \approx -\frac{1}{2}\Delta\Gamma_K . \quad (6.175)$$

### Formalni opis miješanja

Prijelaze u  $K^0 - \bar{K}^0$  sustavu, uzrokovane slabim međudjelovanjem, opisujemo elementima  $S$  matrice [?]:

$$S_{\alpha'\alpha} = \left\langle \alpha' \left| T \exp \left( -i \int H'_W(t) dt \right) \right| \alpha \right\rangle , \quad (6.176)$$

gdje je  $\alpha', \alpha = K^0$  ili  $\bar{K}^0$ , a  $H_W$  je hamiltonian slabog međudjelovanja koji u slici interakcije ima oblik  $H'_W = e^{iHt} H_W e^{-iHt}$  i  $H_W$ . Elementi matrice prijelaza  $T_{\alpha'\alpha}$  zadovoljavaju

$$S_{\alpha'\alpha} - \delta_{\alpha'\alpha} = -2\pi i T_{\alpha'\alpha}(E_\alpha) , \quad (6.177)$$

tako da do drugog reda u  $H_W$  vrijedi:

$$\begin{aligned} T_{\alpha'\alpha} &= \langle \alpha' | H_W | \alpha \rangle - \frac{i}{2} \int dt \langle \alpha' | T(H'_W(t) H'_W(0)) | \alpha \rangle \\ &= \langle \alpha' | H_W | \alpha \rangle - \frac{i}{2} \sum_\lambda \left( \frac{\langle \alpha' | H_W | \lambda \rangle \langle \lambda | H_W | \alpha \rangle}{E_{\alpha'} - E_\lambda + i\epsilon} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\langle \alpha' | H_W | \lambda \rangle \langle \lambda | H_W | \alpha \rangle}{E_\alpha - E_\lambda + i\epsilon} \right) . \end{aligned} \quad (6.178)$$

Budući da su  $K^0$  i  $\bar{K}^0$  vlastita stanja jakog međudjelovanja  $H_{st}$ , u sustavu mirovanja vrijedi:

$$\langle \alpha' | H_{st} | \alpha \rangle = \delta_{\alpha'\alpha} m_\alpha . \quad (6.179)$$

Uporabom (6.178) i (6.179) dobivamo matrični element efektivnog hamiltoniana  $K^0 - \bar{K}^0$  sustava:

$$\langle \alpha' | H_{eff} | \alpha \rangle \equiv H_{\alpha'\alpha} = m_K \delta_{\alpha'\alpha} + T_{\alpha'\alpha}(m_K) . \quad (6.180)$$

Od stanja  $K^0$  i  $\bar{K}^0$  složimo jedan vektor

$$\psi = \begin{pmatrix} K^0 \\ \bar{K}^0 \end{pmatrix} , \quad (6.181)$$

koji zadovoljava Schrödingerovu jednadžbu

$$i \frac{d\psi}{dt} = H \psi . \quad (6.182)$$

Hamiltonian  $H$ , kojega je prikladno pisati u obliku (gdje se indeks 1 odnosi na  $K^0$ , a indeks 2 na  $\bar{K}^0$ )

$$H = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} , \quad (6.183)$$

označava matricu mase neutralnih kaona, koja služi kao efektivni hamiltonian za kaone u sustavu mirovanja. Njega nadalje, pomoću formule

$$\frac{1}{\chi - a + i\epsilon} = \mathcal{P} \frac{1}{\chi - a} + i\pi\delta(\chi - a), \quad (6.184)$$

možemo raščlaniti na realni i imaginarni dio:

$$H = M - \frac{i}{2}\Gamma. \quad (6.185)$$

Realni je dio

$$\begin{aligned} M_{\alpha\alpha'} &= m_K \delta_{\alpha\alpha'} + \langle \alpha' | H_W | \alpha \rangle \\ &+ \mathcal{P} \sum_{\lambda} \frac{1}{m_K - E_{\lambda}} \langle \alpha' | H_W | \lambda \rangle \langle \lambda | H_W | \alpha \rangle, \end{aligned} \quad (6.186)$$

a imaginarni dio

$$\Gamma_{\alpha\alpha'} = 2\pi \sum_{\lambda} \frac{1}{m_K - E_{\lambda}} \langle \alpha' | H_W | \lambda \rangle \langle \lambda | H_W | \alpha \rangle \delta(E_{\lambda} - m_K). \quad (6.187)$$

Zbog zahtjeva hermitičnosti hamiltoniana  $H_W$  i  $H_{st}$ , matrice  $M$  i  $\Gamma$  su hermitske

$$M^{\dagger} = M \quad \text{i} \quad \Gamma^{\dagger} = \Gamma, \quad (6.188)$$

a iz zahtjeva invarijantnosti na  $CPT$  transformaciju izlazi jednakost dijagonalnih elemenata  $H_{11}$  i  $H_{22}$ :

$$M_{11} = M_{22} \equiv M \quad \text{i} \quad \Gamma_{11} = \Gamma_{22} \equiv \Gamma. \quad (6.189)$$

Jednakost realnih dijelova  $M_{11} = M_{22}$  opredmećuje  $CPT$  zahtjev jednakosti masa čestice i antičestice, a jednakost imaginarnih dijelova analogni zahtjev da čestica i antičestica imaju isto vrijeme života (jednaku ukupnu širinu raspada). Ukupno  $H$  ima oblik

$$H = \begin{pmatrix} M - i\Gamma/2 & M_{12} - i\Gamma_{12}/2 \\ M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*/2 & M - i\Gamma/2 \end{pmatrix}. \quad (6.190)$$

Ako su nedijagonalni elementi  $M_{12}$  i  $\Gamma_{12}$  kompleksne veličine, odnosno preciznije, ako je

$$\left| M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \right|^2 - \left| M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^* \right|^2 = \text{Im}(M_{12}^* \Gamma_{12}) \neq 0, \quad (6.191)$$

u  $K_0 - \bar{K}_0$  miješanju će se javiti CP narušenje.

Dijagonalizacijom matrice mase (6.190) nalazimo svojstvena stanja mase. Označit ćemo ta stanja kao  $K_L$  i  $K_S$  (od engl. *Long* i *Short*) :

$$\begin{aligned} |K_L\rangle &= p|K^0\rangle + q|\bar{K}^0\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon_K|^2)}}[(1+\epsilon_K)|K^0\rangle + (1-\epsilon_K)|\bar{K}^0\rangle], \end{aligned} \quad (6.192)$$

$$\begin{aligned} |K_S\rangle &= p|K^0\rangle - q|\bar{K}^0\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon_K|^2)}}[(1+\epsilon_K)|K^0\rangle - (1-\epsilon_K)|\bar{K}^0\rangle]. \end{aligned} \quad (6.193)$$

gdje je

$$\frac{q}{p} = \frac{1-\epsilon_K}{1+\epsilon_K} = \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}}. \quad (6.194)$$

Uskoro ćemo se uvjeriti da je riječ o dugoživućem ( $L$ ) i kratkoživućem ( $S$ ) stanju. Mase ( $m_{L,S}$ ) i širine ( $\Gamma_{L,S}$ ) stanja  $|K_{L,S}\rangle$  dane su izrazima

$$m_{L,S} = M \pm \text{Re } Q \quad (6.195)$$

$$\Gamma_{L,S} = \Gamma \mp 2 \text{Im } Q, \quad (6.196)$$

gdje je

$$Q = \sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right) \left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)}, \quad (6.197)$$

tako da je

$$\Delta m_K \equiv m_L - m_S = 2 \text{Re } Q \quad (6.198)$$

$$\Delta \Gamma_K \equiv \Gamma_L - \Gamma_S = -4 \text{Im } Q. \quad (6.199)$$

Ako je u (6.194)  $\epsilon_K = 0, \infty$  ili imaginarno (tj.  $|q/p| = 1$ ),  $|K_L\rangle$  i  $|K_S\rangle$  su također i svojstvena stanja  $CP$  simetrije. U kaonskom sustavu  $|\epsilon_K|$  je malo ( $|\epsilon_K| \approx (2.28 \pm 0.02) \times 10^{-3}$ ), što implicira da je  $\text{Im } M_{12} \ll \text{Re } M_{12}$  i  $\text{Im } \Gamma_{12} \ll \text{Re } \Gamma_{12}$ , pa  $\Delta m_K$  i  $\Delta \Gamma_K$  možemo aproksimirati s

$$\Delta m_K \approx 2 \text{Re } M_{12} \quad (6.200)$$

$$\Delta \Gamma_K \approx -2 \text{Re } \Gamma_{12}. \quad (6.201)$$

Izbor  $p = q$  vodi nas na osobito jednostavna svojstvena stanja slabog hamiltoniana koji čuva  $CP$  simetriju.

**Oscilacija stranosti**

Različita vremenska evolucija (u sustavu mirovanja) stanja  $K_L$  i  $K_S$

$$|K_L(t)\rangle = |K_L\rangle \exp\left(-\frac{i}{2}m_L t - \frac{\Gamma_L}{2}t\right) \quad (6.202)$$

$$|K_S(t)\rangle = |K_S\rangle \exp\left(-\frac{i}{2}m_S t - \frac{\Gamma_S}{2}t\right), \quad (6.203)$$

uzrokuje pojavu oscilacija u  $K$  sustavu, poznatu *oscilaciju stranosti*. Vremenski razvoj stanja  $K^0$  koje u trenutku  $t = 0$  možemo pisati u obliku

$$|K^0(0)\rangle = \frac{1}{2p}(|K_L\rangle + |K_S\rangle), \quad (6.204)$$

dan je s

$$|K^0(t)\rangle = g_+(t)|K^0\rangle + \frac{q}{p}g_-(t)|\bar{K}^0\rangle, \quad (6.205)$$

gdje je

$$g_{\pm} = \frac{1}{2} \left[ \exp\left(-\frac{i}{2}m_L t - \frac{\Gamma_L}{2}t\right) \pm \exp\left(-\frac{i}{2}m_S t - \frac{\Gamma_S}{2}t\right) \right]. \quad (6.206)$$

Analogno kao pri razmatranju oscilacija neutrina, vjerojatnosti za nalaženje stanja  $K^0$  odnosno  $\bar{K}^0$  u trenutku  $t$ , dane su izrazima

$$|\langle K^0|K^0(t)\rangle|^2 = \frac{1}{4}[e^{-\Gamma_L} + e^{-\Gamma_S} + 2e^{-\frac{\Gamma_L+\Gamma_S}{2}} \cos \Delta m_K t] \quad (6.207)$$

$$|\langle \bar{K}^0|K^0(t)\rangle|^2 = \frac{1}{4}[e^{-\Gamma_L} + e^{-\Gamma_S} - 2e^{-\frac{\Gamma_L+\Gamma_S}{2}} \cos \Delta m_K t]. \quad (6.208)$$

Iz gornjih jednadžbi vidimo da je za eksperimentalno opažanje miješanja bitna relativna veličina parametara  $\Delta m_K$  i  $\Delta \Gamma_K$  u usporedbi s  $\Gamma_K$ . Primjerice, ako je  $|\Delta m_K/\Gamma_K| \ll 1$ , sustav će se raspasti prije nego dođe do miješanja. Stoga, miješanje bolje karakteriziraju parametri

$$x = \frac{\Delta m}{\Gamma}, \quad y = \frac{\Delta \Gamma}{2\Gamma}. \quad (6.209)$$

Iz mjerene oscilacije stranosti u sustavu kaona, dobivene vrijednosti

$$x \approx 0.955, \quad y \approx -0.997 \quad (6.210)$$

ukazuju na gotovo maksimalno miješanje. Nakon preleta  $K^0$  snopa koje odgovara iznosu  $\tau_S$  u sustavu mirovanja, u laboratoriju preostaje samo dugoživuća komponenta  $K_L$ . No u pokusima se može ići korak dalje i  $K_L$  transformirati natrag u

$K_0$ . Riječ je o pokusima *regeneracije* u kojima se pred  $K_L$ -snop stavlja apsorber (regenerator), meta u kojoj dolazi do procesa raspršenja

$$\bar{K}^0 + p \rightarrow \pi^+ + \Lambda$$

s velikim udarnim presjekom, kakav izostaje za  $K_0$ . Na taj se način osiromašuje  $K_L$  snop u  $\bar{K}^0$  komponentama, u ovisnosti o upotrijebljenom apsorberu. Ti pokusi omogućuju da se odredi i predznak razlike masa (6.175) u (6.198):  $K_L$  je teži od  $K_S$ . Uočimo da smo o pojavi regeneracije pri oscilacijama neutrina govorili kao MSW učinku.

### $\Delta m_K$ u standardnom modelu

Razlika širina  $\Delta\Gamma_K$  nije posebno zanimljiva sa teorijskog stajališta jer je, kako smo već istaknuli, uglavnom uzrokovana potisnućem raspada  $K_L \rightarrow 3\pi$ , zbog malog faznog prostora. Stoga je u središtu teorijskog interesa razlika masa  $\Delta m_K$ . Budući da je  $\Delta m_K$  dana izrazom (6.200), da bismo izračunali  $\Delta m_K$  moramo prvo izvrijedniti  $M_{12}$ .

U tu svrhu treba izvrijedniti operator koji vodi na prijelaze u kojima se stranost mijenja za dvije jedinice ( $\Delta S = 2$ ), a zatim izračunati njegove matrične elemente. Budući da u standardnom modelu ne postoji izravni ( $\Delta S = 2$ ) prijelaz, mora se iterirati  $\Delta S = 1$  operator do drugog reda smetnje.

$$\left[ M - \frac{i}{2}\Gamma \right]_{12} = \frac{\langle K^0 | H^{\Delta S=2} | \bar{K}^0 \rangle}{2m_K} \quad (6.211)$$

$$= \frac{\langle K^0 | H_W | \bar{K}^0 \rangle}{2m_K} + \frac{1}{2m_K} \sum_n \frac{\langle K^0 | H_W | n \rangle \langle n | H_W | \bar{K}^0 \rangle}{m_K - E_n + i\epsilon}. \quad (6.212)$$

Upotreba identiteta

$$\frac{1}{\omega - E_n + i\epsilon} = \mathcal{P} \frac{1}{\omega - E_n} - i\pi\delta(E_n - \omega) \quad (6.213)$$

daje apsorptivni dio  $\Gamma$  koji dolazi samo od fizikalnih međustanja  $|n\rangle$

$$\Gamma_{12} = \frac{1}{2m_K} \sum_n \langle K^0 | H_W | n \rangle \langle n | H_W | \bar{K}^0 \rangle 2\pi\delta(E_n - m_K). \quad (6.214)$$

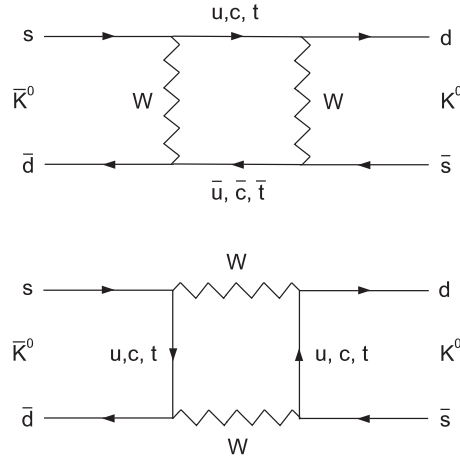
S druge strane  $M_{12}$  se sastoji od dva dijela, kratkodosežnog (SD, od engl. *short distance*) i dugodosežnog (LD, od engl. *long distance*)

$$M_{12} = M_{12}^{SD} + M_{12}^{LD}. \quad (6.215)$$



Prvi član prikazuje dopinos pravokutnih dijagrama, (slika 6.17) dok drugi član daje dopinos niskoležećih hadronskih stanja. Ovaj član potrebno je uključiti u amplitudu jer virtualni prijelazi  $K^0 \rightarrow \pi\pi, \pi, \eta, \eta' \rightarrow \bar{K}^0$  nisu na odgovarajući način obuhvaćeni pravokutnim dijagramom.

Proračun kratkodosežnog člana  $M_{12}^{SD}$  izvodi se u dva koraka: nalaženja efektivnog  $\Delta S = 2$  hamiltoniana u modelu slobodnih kvarkova te procjeni matričnog elementa ovog hamiltoniana između stanja  $K^0$  i  $\bar{K}^0$ . Zanemarujući masu  $u$  kvar-



Slika 6.17: Pravokutni dijagrami koji doprinose prijelazu  $s\bar{d} \rightarrow d\bar{s}$

ka i masu vanjskih kvarkova u odnosu na  $M_W$ ,  $m_t$  i  $m_c$ , proračunom pravokutnog dijagrama dobivamo

$$H_{prav}^{\Delta S=2} = -\frac{G_F^2}{16\pi^2} M_W^2 \bar{d} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) s \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) s \times [\lambda_c^2 E(x_c) + 2\lambda_c \lambda_t E(x_c, x_t) + \lambda_t^2 E(x_t)] , \quad (6.216)$$

gdje je

$$\lambda_i = V_{id}^* V_{is} , \quad x_i = \frac{m_i^2}{M_W^2} , \quad (6.217)$$

a funkcije koje daju rezultat integracije po petlji na slici 6.17 imaju oblik [?]

$$E(x_i, x_j) = -x_i x_j \left[ \frac{1}{x_i - x_j} \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \frac{1}{(1 - x_i)} - \frac{3}{4} \frac{1}{(1 - x_i)^2} \ln x_i \right) + (i \leftrightarrow j) - \frac{3}{4} \frac{1}{(1 - x_i)(1 - x_j)} \right] , \quad (6.218)$$

$$E(x_i) = \frac{3}{2} \frac{x_i^3}{(1 - x_i)^3} \ln x_i - x_i \left( \frac{1}{4} + \frac{9}{4} \frac{1}{(1 - x_i)} - \frac{3}{2} \frac{1}{(1 - x_i)^2} \right) . \quad (6.219)$$

Uzimajući u obzir kratkodosežne **QCD** korekcije,  $H_{prav}^{\Delta S=2}$  poprima oblik

$$H_{prav}^{\Delta S=2} = -\frac{G_F^2}{16\pi^2} M_W^2 \bar{d}\gamma^\mu (1 - \gamma_5) s \bar{d}\gamma_\mu (1 - \gamma_5) s \\ \times [\eta_{cc}\lambda_c^2 E(x_c) + 2\eta_{ct}\lambda_c\lambda_t E(x_c, x_t) + \eta_{tt}\lambda_t^2 E(x_t)] . \quad (6.220)$$

Faktori **QCD** korekcija u vodećem LL (od engl. *Leading Logarithm*) redu su odavno poznati [?]

$$\eta_{cc} \approx 0.85 , \quad \eta_{tt} \approx 0.57 \quad \text{i} \\ \eta_{ct} \approx 0.35 \quad \text{za } \Lambda_{QCD} = 200 \text{ MeV} , \quad (6.221)$$

a u slijedećem NLO (od engl. *Next-to-Leading Order*) redu tek od nedavno [?], [?]:

$$\eta_{cc} = 1.3 \pm 0.2 , \quad \eta_{tt} = 0.57 \pm 0.01 \quad \text{i} \quad \eta_{ct} = 0.47 \pm 0.04 . \quad (6.222)$$

Proračun matričnog elementa četverofermionskog  $\Delta S = 2$  operatora je izvan dosega perturbativne **QCD** i zato sadrži prilično velike neodređenosti. Obično ga parametriziramo u obliku

$$\langle K^0 | \bar{d}\gamma^\mu (1 - \gamma_5) s \bar{d}\gamma_\mu (1 - \gamma_5) s | \bar{K}^0 \rangle = \frac{8}{3} f_K^2 M_K^2 B_K . \quad (6.223)$$

Ovdje je  $f_K$  kaonska konstanta raspada, definirana sukladno formuli (??)

$$\langle 0 | \bar{d}\gamma^\mu (1 - \gamma_5) s | \bar{K}^0 \rangle \equiv i f_K p^\mu , \quad (6.224)$$

mjerena u raspadu  $K^- \rightarrow l^- \nu_l$  s vrijednošću

$$f_K \approx 160 \text{ MeV} . \quad (6.225)$$

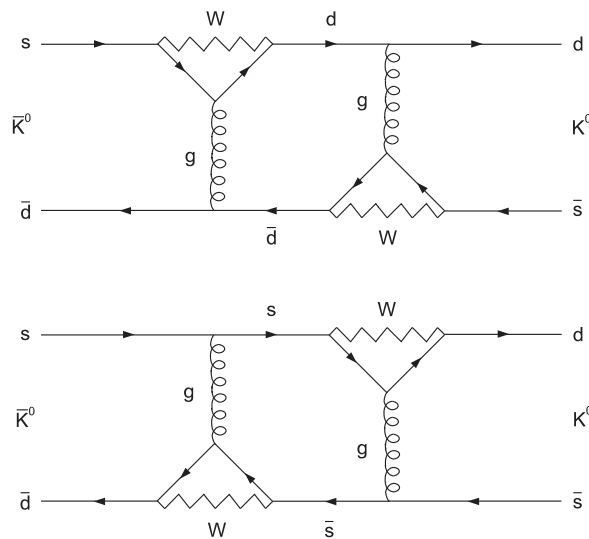
Spomenute neodređenosti koje susrećemo u procjeni matričnog elementa sadržane su u parametru  $B_K$ . Vrijednost  $B_K = 1$  odgovara tzv. vakuumskom zasićenju koje se sastoji u razdvajanju matričnog elementa u produkt dvije struje umetanjem vakuumskog stanja  $|0\rangle\langle 0|$  na sve moguće načine

$$\langle K^0 | \bar{d}\gamma^\mu (1 - \gamma_5) s | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d}\gamma_\mu (1 - \gamma_5) s | \bar{K}^0 \rangle .$$

Ovo približenje daje red veličine matričnog elementa. Različite neperturbativne metode za  $B_K$  vode na vrijednosti prikazane u tablici 6.1 Vidimo da se vrijednost parametra  $B_K$  nalazi između 0.3 i 1. Kombinirajući (6.220) i (6.223) za  $M_{12}^{SD}$  dobivamo

$$M_{12}^{SD} = -\frac{G_F^2}{12\pi^2} M_W^2 B_K f_K^2 \\ \times [\eta_{cc}\lambda_c^2 E(x_c) + 2\eta_{ct}\lambda_c\lambda_t E(x_c, x_t) + \eta_{tt}\lambda_t^2 E(x_t)] . \quad (6.226)$$

$B_K$	METODA
0.33	Kiralna perturbaciona teorija [?]
$0.39 \pm 0.10$	<b>QCD</b> pravila suma +Kiralna simetrija [?]
$0.5 \pm 0.1 \pm 0.2$	<b>QCD</b> pravila suma [?]
$0.4 \pm 0.27$	Efektivno djelovanje [?]
$0.70 \pm 0.10$	$1/N_c$ razvoj [?]
$0.825 \pm 0.05$	Rešetka [?]

 Tablica 6.1: Parametar  $B_K$ 

 Slika 6.18: Dijagrami dvostrukih pingvina koji doprinose prijelazu  $s\bar{d} \rightarrow d\bar{s}$ 

Navedeni pravokutni dijagrami ne iscrpljuju kratkodosežni doprinos razlici masa. Kratkodosežni lokalni operator može se ekstrahirati i iz dijagrama dvostrukih pingvina [?] shematski prikazanih na slici 6.18. Važan dio ocjene ovih dijagrama je ocjena stabilnosti na donju granicu impulsa petlje po kojoj se integrira. Vrijednost kratkodosežnog doprinosa za impulse koji opravdavaju perturbativni **QCD** račun, stabilna je na izbor doljne granice integracije na hadronskoj skali reda GeV-a i iznosi otprilike četvrtinu vrijednosti pravokutnog doprinosa. Zajedno, pravokutni doprinosi i doprinosi dvostrukih pingvina, sačinjavaju ukupni kratkodosežni doprinos (SD). U dijelu ispod 1 GeV u petlji, ovi dijagrami lijepo ilustriraju već spomenutu činjenicu da uz  $M_{12}^{SD}$ , amplituda  $M_{12}$  sadrži i član  $M_{12}^{LD}$  koji daje doprinos virtualnih niskoenergijskih prijelaza. Izmjene gluona na slici 6.18 za male impulse petlje sugeriraju hadronizaciju međustanja. Ovi prijelazi daju značajni doprinos u  $\text{Re } M_{12}^{LD}$ . Pri određivanju razlike masa moramo oba člana uzeti u

obzir pa  $\Delta m_K$  parametriziramo u obliku

$$\Delta m_K^{teor} = \Delta m_K^{SD} + D \cdot \Delta m_K^{eksp} \quad (6.227)$$

gdje je  $\Delta m_K^{SD} = 2\text{Re}M_{12}^{SD}$ , a  $D$  opisuje udio niskoenergijskih međustanja. Proračun parametra  $D$  sadrži prilično velike neodređenosti, ali ukazuje da je doprinos virtualnih međustanja reda veličine doprinosa kratkodosežnih dijagrama. Zbog ovih neodređenosti, za sada možemo izreći samo slijedeći polukvantitativni zaključak :

$$\begin{aligned} \Delta m_K^{SD} &\approx \Delta m_K^{LD} , \\ \Delta m_K^{eksp} &\geq \Delta m_K^{teor} . \end{aligned} \quad (6.228)$$

Dakle, točni proračun razlike masa onemogućuju neodređenosti pri dugodosežnim amplitudama, a postojeći računi u standardnom modelu u suglasju su s izmjerenom vrijednošću.

#### □ SUSTAV B MEZONA

Vidjeli smo u prethodnom odjeljku da velik dio problema u razumijevanju strane fizike izvire iz kromodinamike na skali  $s$  kvarka. Dolazak  $b$  okusa na fizikalnu scenu obećavajuć je za izučavanje  $B^0 - \bar{B}^0$  miješanja i CP neočuvanja s  $b$  okusom. Od očekivanih miješanja,  $B_d^0(\bar{b}d) - \bar{B}_d^0(b\bar{d})$  i  $B_s^0(\bar{b}s) - \bar{B}_s^0(b\bar{s})$ , ovo prvo već je eksperimentalno dobro utemeljeno. Rezultati četiriju eksperimenata (**ARGUS**, **CLEO**, **ALEPH** i **DELFI**) daju za “svjetsku srednju vrijednost” [?]

$$\Delta m_{B_d} = 0.474 \pm 0.031 \text{ ps}^{-1} , \quad x_{B_d} = \frac{\Delta m_{B_d}}{\Gamma_{B_d}} = 0.73 \pm 0.05 . \quad (6.229)$$

Za  $B_s^0 - \bar{B}_s^0$  miješanje postoji samo donja granica [?]

$$\Delta m_{B_s} > 5.9 \text{ ps}^{-1} , \quad x_{B_s} = \frac{\Delta m_{B_s}}{\Gamma_{B_s}} > 9.5 . \quad (6.230)$$

Opći formalizam kojim opisujemo miješanje neutralnih B mezona potpuno je istovjetan formalizmu upotrijebljenom za opis kaonskog sustava. Svojstvena stanja okusa  $B^0$  i  $\bar{B}^0$  miješaju se putem slabih  $\Delta B = 2$  prijelaza formirajući svojstvena stanja mase  $B_H$  ( $H$  od engl. *heavy*) i  $B_L$  ( $L$  od engl. *light*) :

$$|B_H\rangle = p|B^0\rangle + q|\bar{B}^0\rangle \quad (6.231)$$

$$|B_L\rangle = p|B^0\rangle - q|\bar{B}^0\rangle . \quad (6.232)$$

Pri tome je

$$\Delta m_B \equiv m_H - m_L = 2 \text{ Re } Q \quad (6.233)$$

$$\Delta \Gamma_B \equiv \Gamma_H - \Gamma_L = -4 \text{ Im } Q , \quad (6.234)$$

gdje su parametri  $q/p$  i  $Q$ , analogno kaonskom sustavu dani s:

$$Q = \sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right) \left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)} \quad (6.235)$$

$$\frac{q}{p} = \frac{1 - \epsilon_B}{1 + \epsilon_B} = \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}} . \quad (6.236)$$

### $M_{12}$ i $\Gamma_{12}$ u standardnom modelu

Nasuprot  $K^0 - \bar{K}^0$  sustavu u kojem dugodosežni član  $M_{12}^{LD}$  daje značajni doprinos amplitudi  $M_{12}$ , posebno njenom realnom dijelu, pri proračunu disperzivnog i apsorptivnog dijela amplitude  $M_{12}$  i  $\Gamma_{12}$  u  $B^0 - \bar{B}^0$  sustavu, dugodosežne doprinose možemo zanemariti. Zbog puno veće mase  $B$  mezona u odnosu na tipične hadronske mase, amplituda je u biti određena kratkodosežnim međudjelovanjem.

Disperzivnom dijelu amplitude,  $M_{12}$ , glavni doprinos daje pravokutni dijagram sa izmjenom dva  $t$  kvarka. Dijagrami dvostrukih pingvina su na skali  $B$  mezona potisnuti [?]. Budući da je masa  $m_b$  mala u usporedbi s  $m_t$ , možemo je zanemariti. Ovo je isto približenje koje smo upotrijebili u  $K^0 - \bar{K}^0$  sustavu, tako da iz (6.226) neposredno vidimo da je

$$\begin{aligned} M_{12} &= -\frac{G_F^2}{16\pi^2} \frac{1}{2M_{B_q}} M_W^2 X_{B_q} \eta_{B_q} E(x_t) \xi_t^2 \\ &= -\frac{G_F^2}{12\pi^2} M_{B_q} B_{B_q} f_{B_q}^2 M_W^2 \eta_{B_q} E(x_t) \xi_t^2 , \end{aligned} \quad (6.237)$$

gdje smo zadržali samo dominantni član s izmjenom dva  $t$  kvarka i

$$\xi_i = V_{ib}^* V_{iq} , \quad q = \begin{cases} d & \text{za } B_d^0 \\ s & \text{za } B_s^0 . \end{cases} \quad (6.238)$$

Član  $\eta_{B_q}$  prikazuje kratkodosežne **QCD** popravke pravokutnom dijagramu

$$\eta_{B_q} \approx 0.55 \quad (q = s, d) , \quad (6.239)$$

koje su praktički iste u LL i NLO približenju. Hadronski matrični element parametriziran je u obliku

$$X_{B_q} \equiv \langle B_q^0 | \bar{q}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)b\bar{q}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)b | \bar{B}_q^0 \rangle = \frac{8}{3} B_{B_q} f_{B_q}^2 M_{B_q}^2 . \quad (6.240)$$

Parametri  $B_{B_d}$  i  $B_{B_s}$  odgovaraju jedinici ako matrični element određujemo ume-tanjem vakuumske stanja. Proračun drugim metodama (primjerice noviji pro-računi na rešetki i pomoću **QCD** pravila suma) za  $B_{B_d}$  i  $B_{B_s}$  daju približnu istu vrijednost.

Za razliku od kaonskog sustava, za konstante raspada  $B_d$  i  $B_s$  mezona  $f_{B_d}$  i  $f_{B_s}$  nemamo eksperimentalne podatke. Teorijske procjene kreću se od 100 do 250 MeV. Pri tome su niže vrijednosti iz ovog raspona dobivene starijim proračunima, dok najnoviji proračuni na rešetki daju:

$$f_{B_d} = 188 - 246 \text{ MeV} , \quad (6.241)$$

$$f_{B_s} = 204 - 241 \text{ MeV} . \quad (6.242)$$

U slijedećim razmatranjima za  $B_{B_d}$ ,  $f_{B_d}$  i  $f_{B_s} \sqrt{B_{B_s}}$  uzet ćemo slijedeće vrijednosti:

$$f_{B_d} = 185 \pm 40 \text{ MeV} , \quad (6.243)$$

$$B_{B_d} = 1.0 \pm 0.2 , \quad (6.244)$$

$$f_{B_{s,d}} \sqrt{B_{B_{s,d}}} = 200 \pm 40 \text{ MeV} . \quad (6.245)$$

Pogreške su dovoljno velike da pokrivaju većinu sadašnjih rezultata dobivenih proračunima na rešetki i **QCD** pravilima suma.

Apsorptivnom dijelu amplitude  $\Gamma_{12}$ , doprinos daju samo realna međustanja, naznačena točkastim linijama u dijagramima na slici 6.19. Budući da se na unutrašnjim linijama dijagrama pojavljuju  $u$  i  $c$  kvark, masu vanjskog  $b$  kvarka ne možemo zanemariti kao pri proračunu disperzivnog dijela. Zanemarujući impulsnu ovisnost u  $W$ -propagatoru, kao i masu  $u$  kvarka za  $\Gamma_{12}$  dobivamo [?]:

$$\begin{aligned} \Gamma_{12} = & -\frac{G_F^2}{8\pi} M_W^2 X_{B_q} \left[ \frac{\xi_u^2}{6} x_b + \xi_c^2 \left( \frac{x_b^2}{6} - x_c \right) + 2\xi_u \xi_c \left( \frac{x_b}{6} - \frac{x_c}{2} \right) \right] \\ & - \frac{G_F^2}{8\pi} M_W^2 Y_{B_q} 2(\xi_u + \xi_c)^2 \frac{x_b}{6} , \end{aligned} \quad (6.246)$$

gdje je

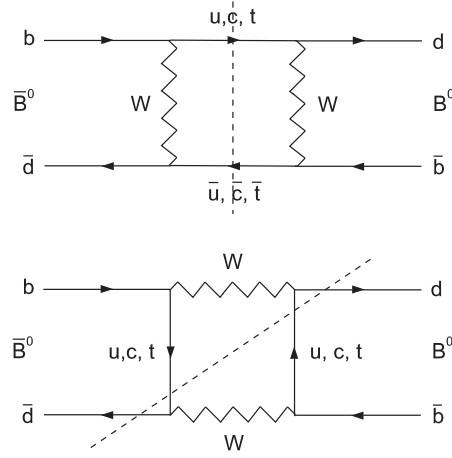
$$x_i = \frac{m_i^2}{M_W^2} , \quad \xi_i = V_{ib}^* V_{iq} \quad (q = d, s) . \quad (6.247)$$

Članovi reda  $x_c^2$  su također zanemareni. Hadronski matrični element  $X_{B_q}$  isti je kao u (6.240). Zadržavanje vanjskog  $b$  kvarka uzrokovalo je pojavu još jednog matričnog elementa:

$$Y_{B_q} \equiv \langle B_q^0 | \bar{q}(1 + \gamma_5) b \bar{q}(1 + \gamma_5) b | \bar{B}_q^0 \rangle = \frac{5}{3} B_{B_q} f_{B_q}^2 M_{B_q}^2 . \quad (6.248)$$

Pomoću unitarnosti  $CKM$  matrice

$$\xi_u = -(\xi_c + \xi_t) , \quad (6.249)$$



Slika 6.19: Pravokutni dijagrami koji doprinose  $M_{12}$  i  $\Gamma_{12}$  u  $B$  sustavima. Samo realna međustanja ( $u, c$ , ali ne  $t$ ) doprinose  $\Gamma_{12}$

za  $\Gamma_{12}$  dobivamo

$$\Gamma_{12} = -\frac{G_F^2 M_{B_q} M_W^2 B_{B_q} f_{B_q}^2}{8\pi} \left[ \xi_t^2 x_b + \frac{8}{3} \xi_c \xi_t x_c \right]. \quad (6.250)$$

Primjetimo da je prvi član dominantan. Drugi član je znatno manji jer je  $x_c/x_b \approx 0.05$  dok su produkti  $CKM$  elemenata ispred oba člana usporedive veličine. Iz (6.237) i (6.250) vidimo da  $\Gamma_{12}$  i  $M_{12}$  imaju gotovo jednaku fazu i da je

$$\left| \frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \right| \approx \frac{3\pi}{2} \frac{x_b}{E(x_t)} \ll 1. \quad (6.251)$$

Zbog gotovo jednakih faza apsorptivnog i disperzivnog dijela amplitude,  $Q$  možemo aproksimirati s

$$Q = \sqrt{\left( M_{12} - \frac{i}{2} \Gamma_{12} \right) \left( M_{12}^* - \frac{i}{2} \Gamma_{12}^* \right)} \approx |M_{12}| - \frac{i}{2} |\Gamma_{12}| \quad (6.252)$$

pa za  $\Delta m_B$  i  $\Delta \Gamma_B$  dobivamo

$$\Delta m_B \approx 2|M_{12}|, \quad (6.253)$$

$$\Delta \Gamma_B \approx 2|\Gamma_{12}|. \quad (6.254)$$

Uočimo razliku prema kaonskom sustavu gdje je  $\Delta m_K \approx 2 \operatorname{Re} M_{12}$  i  $\Delta \Gamma_K \approx -2 \operatorname{Re} \Gamma_{12}$ .

**$x_{B_d}$  u standardnom modelu**

Kombinirajući (6.209), (6.237) i (6.254) za  $x_{B_d}$  dobivamo

$$x_{B_d} = \frac{G_F^2 M_{B_d}}{6\pi^2} M_W^2 B_{B_d} f_{B_d}^2 \eta_{B_d} \tau_{B_d} E(x_t) |V_{td}^* V_{tb}|^2 . \quad (6.255)$$

Gornji rezultat izveden u okviru standardnog modela možemo usporediti s eksperimentalnom vrijednošću. Uz vrijednosti (6.243) za  $f_{B_d}$  i (6.244) za  $B_{B_d}$  i uzimajući masu  $t$  kvarka na  $t$  skali  $m_t(m_t) = 170 \pm 15$  GeV, usporedbom (6.229) i (6.255) za  $|V_{td}|$  dobivamo [?]

$$|V_{td}| = (8.53 \pm 1.81) \cdot 10^{-3} . \quad (6.256)$$

Unitarnost  $CKM$  matrice postavlja ograničenje na  $|V_{td}|$

$$|V_{td}| \leq 0.018 , \quad (6.257)$$

pa možemo zaključiti da je mjerena vrijednost parametra  $x_{B_d}$  u suglasju s predviđanjima standardnog modela.

 **$x_{B_s}$  u standardnom modelu**

Rabeći (6.209), (6.237), (6.254) i Wolfensteinovu parametrizaciju  $CKM$  elemenata,  $V_{cb} = A\lambda^2$  i  $V_{tb} \approx 1$ , za  $x_{B_s}$  dobivamo

$$x_{B_s} = \frac{G_F^2 M_{B_s}}{6\pi^2} M_W^2 B_{B_s} f_{B_s}^2 \eta_{B_s} \tau_{B_s} E(x_t) A^2 \lambda^4 . \quad (6.258)$$

$CKM$  parametri  $A$  i  $\lambda$  te masa i vrijeme života  $B_s$  mezona određeni su eksperimentalno

$$A = 0.86 \pm 0.10 , \quad (6.259)$$

$$\lambda = 0.22 , \quad (6.260)$$

$$M_{B_s} = 5369.3 \pm 2.0 \text{ MeV} , \quad (6.261)$$

$$\tau_{B_s} = (1.61 \pm 0.10) \times 10^{-12} \text{ s} , \quad (6.262)$$

tako da najveću neodređenost unosi vrijednost  $f_{B_s}^2 \cdot B_{B_s}$ . Uzimajući za  $A$ ,  $\lambda$ ,  $M_{B_s}$  i  $\tau_{B_s}$  središnje vrijednosti u (6.259-6.262),  $x_{B_s}$  poprima oblik

$$x_{B_s} = 180 \cdot \frac{f_{B_s}^2 B_{B_s}}{1 \text{ GeV}} E(x_t) . \quad (6.263)$$

Uz numeričku vrijednost za funkciju,  $E(x_t) \simeq 2$  te vrijednost za  $f_{B_s}^2 B_{B_s}$  navedenu u (6.245), za  $x_{B_s}$  dobivamo

$$x_{B_s} = 16.0 \pm 8.0 . \quad (6.264)$$

Budući da je  $x_{B_s}$  u rasponu velikih vrijednosti,  $x_{B_s} \simeq 8 - 24$ , standardni model predviđa vrlo brze oscilacije u  $B_s - \bar{B}_s$  sustavu. Za eksperimentalno određivanje tako velikog parametra  $x_{B_s}$  nužna su vremenski ovisna mjerenja.



□ **Seminarske teme :**

Cline, D. B. , “Beyond Truth and Beauty – A Fourth Family of Particles”, Scientific American, Kolovoz 1988, str. 60.

Georgi, H. , and S. L. Glashow, 'Unified Theory of Elementary-Particle Forces”, Physics Today, Rujan 1980, str. 30.

Georgi, H. , “A Unified Theory of Elementary Particles and Forces”, Scientific American, Travanj 1981, str. 48.

Perl, M. L. , and W. J. Kirk, “Heavy Leptons”, Scientific American, Ožujak 1978, str. 50.

't Hoft, G. , “Gauge Theories of the Forces between Elementary Particles”, Scientific American, Lipanj 1980, str. 104.

Veltman, M. J. G. , “The Higgs Boson”, Scientific American, Studeni 1986, str. 76.

Weinberg, S. , “Unified Theories of Elementary-Particle Interaction”, Scientific American, Srpanj 1974, str. 50.

Wolfenstein, L. , and E. W. Beier, “Neutrino Oscillations and Solar Neutrinos”, Physics Today, Srpanj 1989, str. 28.

□ **Zadaci :**

**Zadatak 6.1** *Zaključite na temelju Bose–Einsteinove statistike da su dva neutralna kaona na desnoj strani reakcije (6.164) moguća samo ako se ta dva kaona razlikuju.*

**Zadatak 6.2** *Top kvark se može raspasti na slijedeći način*

$$t(p_1) \rightarrow b(p_2) + W^+(k). \quad (6.265)$$

*Izračunajte širinu raspada u standardnom modelu.*

**Zadatak 6.3** *Izračunajte totalni udarni presjek za stvaranje  $W^+$  bozona u procesu kvark-antikvark anihilacije*

$$u + \bar{d}_\theta \rightarrow W^+, \quad (6.266)$$

*gdje je  $d_\theta$  Cabibbo-rotirano kvarkovsko polje  $d$ .*

**Zadatak 6.4** *Gustoća Lagrangeove funkcije za polja  $\phi_1$  i  $\phi_2$  je*

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}[\partial_\mu\phi_1(x)\partial^\mu\phi_1(x) + \partial_\mu\phi_2(x)\partial^\mu\phi_2(x)] - \\ & - \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4}\lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2. \end{aligned} \quad (6.267)$$

*Pokažite da je  $\mathcal{L}$  invarijantan na rotaciju u  $(\phi_1, \phi_2)$  ravnini. Izvedite očuvanu struju i izrazite je pomoću kompleksnih polja  $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$ .*

**Zadatak 6.5** *Izračunajte širinu Higgsovog mezona za raspad na  $W^+W^-$  par u standardnom modelu. Izvrijednite tu širinu za  $M_H = 200$  GeV .*

**Zadatak 6.6** *Pokazati da uvjet kraćenja anomalija aksijalne struje vodi na kvantizaciju električnog naboja.*