1. VJEŽBE - Statistička fizika 27.2.2019.

F. Reif Statistical physics - Berkeley physics course 5
Šips, Uvod u statističku fiziku

IDEALNI PLIN

IDEALNI PLIN - teorijski plin koji se sastoji od mnoštva čestica čije su jedine međusobne interakcije savršeno elastični sudari

Znamo od prije (iz OF 4)

$U = \frac{3}{2} nRT$ $\quad$ $pV = nRT$ $\quad \Rightarrow \quad U = U(T)$

ukupna energija idealnog plina $\quad$ jednadžba stanja

$U = \frac{3}{2} NkT$ $\quad$ $pV = NkT$

1. ZAKON TERMODINAMIKE: $\Delta U = Q + W$

$dU = \delta W + \delta Q$ $\quad$ dU - pravi diferencijal $\quad$ ograničitni diferencijal $\oint dU = 0$

$\delta W, \delta Q$ - neprави diferencijali, ovi se o putu između početne i konačne točke

iz definicije potpunog diferencijala:

$$dU(V,T) = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT$$

$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$ crvene jer $\to 0$

$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \equiv C_V$ toplinski kapacitet

$U = \frac{3}{2} NkT$

nema ovisnosti o V.

$$dU(V,T) = C_V dT$$

Ako imamo 2 različite temperature:

$$\Delta U = \int_{T_0}^{T} dU = C_V \int_{T_0}^{T} dT = C_V (T - T_0) = U(T) - U(T_0)$$

Ima više načina da se dođe do promjene stanja → izobarna promjena $p = const$
izohorna promjena $V = const$
izotermna promjena $T = const$
adijabatska promjena $\Delta Q = 0$

IZOTERMNA PROMJENA

$T = const$

$dU = \delta W + \delta Q = 0$ (jer je $U = \frac{3}{2} NkT$)

$\delta W = -pdV$

$$\delta W = -\int_{V_0}^{V} pdV = -nRT \int_{V_0}^{V} \frac{dV}{V} = -nRT \ln \frac{V}{V_0}$$

$pV = nRT \rightarrow p = \frac{nRT}{V}$

ADIJABATSKA PROMJENA $\Delta Q = 0 \rightarrow \delta Q = 0$

$dU = \delta W + \delta Q$ (nema izmjene topline)

$dU \rightarrow C_V dT$ $\quad \delta W \rightarrow -pdV$

$C_V dT = -pdV$ $\quad pV = nRT$, $p = \frac{nRT}{V}$

$C_V dT = -nRT \frac{dV}{V}$

$C_V \frac{dT}{T} = -nR \frac{dV}{V} \Big/ \int$

$C_V \ln \frac{T}{T_0} = -nR \ln \frac{V}{V_0}$ $\quad C_V^{\text{idealni plin}} = \frac{3}{2} nR$

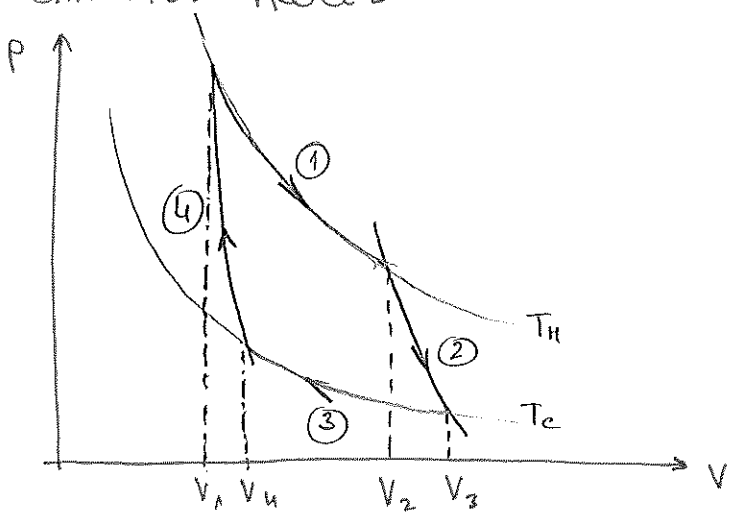
$\frac{3}{2} nR \ln \frac{T}{T_0} = -nR \ln \frac{V}{V_0} \quad / e^{\wedge}$

$\left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} = \frac{V_0}{V} \quad / ^{2/3}$ → jednadžba adijabate za idealni plin

$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{2/3}$ $\quad T = \frac{pV}{nR}$

$$\frac{pV\,nR}{p_0 V_0\, nR} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{2/3} \rightarrow \frac{p}{p_0} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{5/3} \rightarrow pV^{5/3} = const$$

CARNOTOV PROCES



Carnotov stroj / proces
→ radni materijal je idealni plin
IDEALIZIRAN!

$pV = nRT$

① Izotermalna ekspanzija

$\boxed{\Delta U_1 = \Delta W_1 + \Delta Q_1 = 0}$ jer je $\underline{T = \text{const}}$ $U \sim T$

$\rightarrow \Delta Q_1 = -\Delta W_1$, $\Delta W_1 = -\int_{V_1}^{V} p\,dV = -nRT_H \ln \frac{V_2}{V_1}$

$\underline{\Delta Q_1 = nRT_H \ln \frac{V_2}{V_1}}$

↑ obzirom da je $V_2 > V_1 \Rightarrow \boxed{\Delta Q_1 > 0}$
sustav je primio toplinu od rezervoara na T_H

② Adijabatska ekspanzija $T_H \rightarrow T_c$

$\boxed{\delta Q_2 = 0}$ $\rightarrow$ $\boxed{\Delta U_2 = \Delta W_2 = c_v (T_c - T_H)}$

Vrijedi: $\boxed{\left(\frac{T_H}{T_c}\right)^{3/2} = \frac{V_3}{V_2}}$ (*)

③ Izotermalna kompresija

$\Delta U_3 = 0 = \Delta Q_3 + \Delta W_3 \Rightarrow \Delta Q_3 = -\Delta W_3$, $\Delta W_3 = -\int_{V_3}^{V_4} p\,dV$

$= -nRT_c \ln \frac{V_4}{V_3}$

$\boxed{\Delta Q_3 = nRT_c \ln \frac{V_4}{V_3}}$

(4) Adijabatska kompresija

(**) $\left(\frac{V_1}{V_4}\right) = \left(\frac{T_c}{T_H}\right)^{3/2}$ $\qquad \Delta U_4 = \cancel{\Delta Q_4} + \Delta W_4 = C_V(T_H - T_c)$

$$\Delta U_{TOT} = \cancel{\Delta U_1}^{0} + \Delta U_2 + \cancel{\Delta U_3}^{0} + \Delta U_4 = C_V(T_c - T_H) + C_V(T_H - T_c) = 0$$

$$\Delta U_{TOT} = 0 = \boxed{\oint dU = 0}$$ egzaktni diferencijal

A što je s toplinom?

$$\Delta Q_1 = nRT_H \ln\frac{V_2}{V_1}, \quad \Delta Q_2 = nRT_c \ln\frac{V_4}{V_3}$$

$$\frac{\Delta Q_1}{T_H} + \frac{\Delta Q_2}{T_c} = nR\left(\ln\frac{V_2}{V_1} + \ln\frac{V_4}{V_3}\right)$$

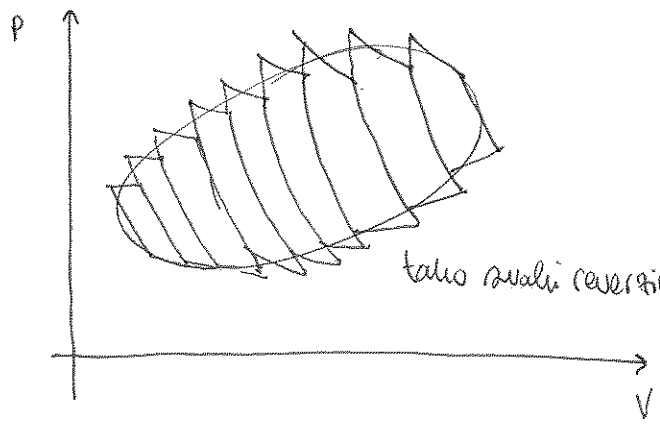
iz jednadžbi (*) i (**) slijedi: $\frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_1}$

$$\rightarrow \boxed{\frac{\Delta Q_1}{T_H} + \frac{\Delta Q_2}{T_c} = 0}$$ (iz adijabatskih uvjeta)

Vrijedi za sve reverzibilne ciklične procese!

$$\oint \frac{\Delta Q}{T} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta Q}{T} = dS \qquad \frac{\partial Q}{T} = dS$$

$$\oint dS = 0$$



tako svaki reverzibilni ciklički proces možemo raščlaniti na Carnotove procese