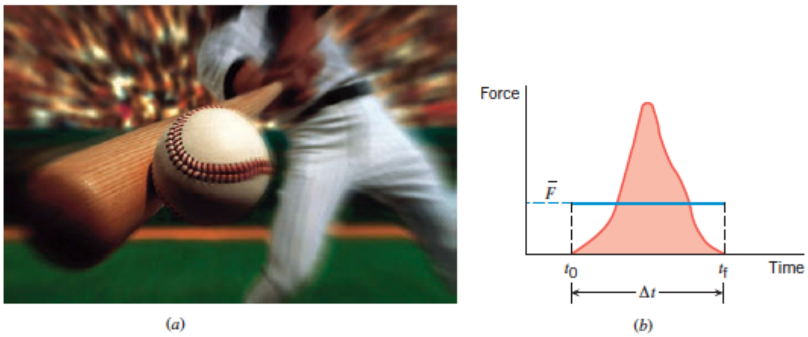
7. IMPULS SILE I KOLIČINA GIBANJA

(pripremljeno prema poglavlju 7, Cutnell & Johnson: Physics, 9th edition, John Wiley and Sons, (2012), poveznica na knjigu: www.pdf-archive.com/2018/04/25/cutnell)



(a) (b)

Teorem o impulsu sile i količini gibanja. Mnogo je situacija u kojima sila koja djeluje na objekt nije konstantna, već varira u vremenu. Na primjer, slika desno (a) prikazuje udaranje bejzbol loptice, te slika desno (b) približno prikazuje kako se sila kojom palica djeluje na loptu mijenja tijekom dodira. Jačina sile neposredno prije nego što palica dodirne loptu, u trenutku t_0, je nula. Tijekom dodira sila se povećava do nekog maksimuma, a zatim se vraća na nulu u trenutku t_f, kada dodir prestane. Vremenski interval $\Delta t = t_f - t_0$ tijekom kojeg traje udarac prilično je kratak i iznosi samo nekoliko tisućinki sekunde, dok maksimalna sila može biti vrlo velika, često prelazeći tisuću Newtona.

Da bismo opisali utjecaj vremenski promjenjive sila na kretanje objekta, uvest ćemo dvija nova koncepta: impuls sile i količina gibanja. Ove ćemo koncepte koristiti u kombinaciji s drugim Newtonovim zakonom, u obliku teorema o impulsu sile i količini gibanja.

Definicija impulsa sile. Impuls sile je umnožak prosječne sile i vremenskog intervala Δt tijekom kojeg sila djeluje:

$$\vec{\mathbf{J}} = \overline{\vec{\mathbf{F}}}\Delta t \qquad (7.1)$$

Impuls je vektorska količina i ima isti smjer kao i prosječna sila. SI Jedinica impulsa: Newton · second (N·s)

Kada se udari lopta, ona reagira na vrijednost impulsa. Veliki impuls rezlutira velikom brzinom loptice. Međutim, iz iskustva znamo da će loptice veće mase postići manju brzinu. S obzirom na to da i masa i brzina igraju ulogu u tome kako objekt reagira na određeni impuls, koncept količine gibanja definiran na sljedeći način:

Definicija količine gibanja. Količina gibanja tijela jednaka je umnošku njegove mase i brzine:

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}} \qquad (7.2)$$

Količina gibanja je vektorska veličina koja pokazuje u istom smjeru kao i brzina. SI jedinica količine gibanja: kilogram · metar / sekunda (kg·m/s)

Drugi Newtonov zakon sada možemo iskoristiti za uspostavljanje odnosa između impulsa sile i količine gibanja . Na slici je prikazana lopta koja se početnom brzinom

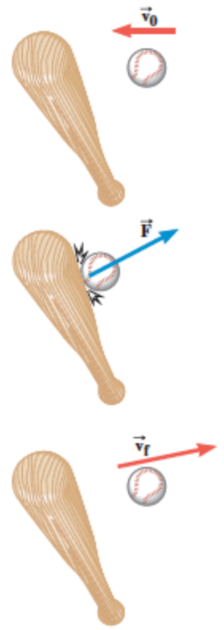
$\vec{\mathbf{v}}_0$ približava se palici, a nakon udarca palicom, udaljava se brzinom $\vec{\mathbf{v}}_\mathrm{f}$. Ukoliko se brzina tijela promijenila iz $\vec{\mathbf{v}}_0$ u $\vec{\mathbf{v}}_\mathrm{f}$ u intervalu Δt prosječno je ubrzanje dano s

$$\bar{\vec{\mathbf{a}}} = \frac{\vec{\mathbf{v}}_\mathrm{f} - \vec{\mathbf{v}}_0}{\Delta t}$$

Prema drugom Newtonov zakonu, $\bar{\vec{\mathbf{F}}} = m\bar{\vec{\mathbf{a}}}$, gdje $\bar{\vec{\mathbf{F}}}$ predstavlja ukupnu silu koja djeluje na tijelo. Stoga, vrijedi

$$\bar{\vec{\mathbf{F}}} = m\frac{\vec{\mathbf{v}}_\mathrm{f} - \vec{\mathbf{v}}_0}{\Delta t} = \frac{m\vec{\mathbf{v}}_\mathrm{f} - m\vec{\mathbf{v}}_0}{\Delta t} \qquad (7.3)$$

U tom se rezultatu, u brojniku na desnoj strani jednadžbe, pojavljuje razlika količine gibanja. Dakle, prosječna sila povezana je s promjenom količine gibanja. Pomnožimo li obje strane jednadžbe (7.3) dobiva se jednadžba poznata kao teorem o impulsu sile i količini gibanja



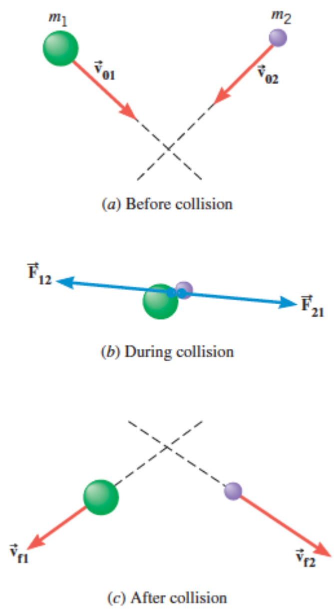
Teorem o impulsu sile i količini gibanja. Kada prosječna sila djeluje na objekt tijekom vremenskog intervala, impuls te sile jednak je promjeni količine gibanja:

$$\underbrace{\bar{\vec{\mathbf{F}}}\Delta t}_{\text{Impuls sile}} = \underbrace{m\vec{\mathbf{v}}_\mathrm{f}}_{\text{Konačna količina gibanja}} - \underbrace{m\vec{\mathbf{v}}_0}_{\text{Početna količina gibanja}} \qquad (7.4)$$

Tijekom sudara često je teško izmjeriti prosječnu silu, pa nije lako odrediti izravno impuls sile. S druge strane, obično je jednostavno izmjeriti masu i brzinu tijela, pa je stoga jednostavno odrediti promjenu količine gibanja neposredno prije i nakon sudara. Dakle, teorem o impulsu sile i količini gibanja omogućava nam da dobivamo informacije o impulsu sile posredno mjerenjem promjene količini gibanja koju impuls uzrokuje.

Princip očuvanja količine gibanja. Primijenimo teorem o impulsu sile i količini gibanja na sudar između dva tijela. Dva tijela (mase m_1 i m_2) približavaju se jedno drugom s početnim brzinama $\vec{\mathbf{v}}_{01}$ i $\vec{\mathbf{v}}_{02}$, kao što prikazuje (a). Općenito, skup koji se sastoji od više tijela koji se proučavaju naziva se "sustavom". U ovom slučaju sustav sadrži samo dva tijela. Tijekom sudara (slika desno b) ta dva tijela uzajamno djeluju, a zatim odlaze s brzinama $\vec{\mathbf{v}}_{f1}$ i $\vec{\mathbf{v}}_{f2}$ (slika desno c). Zbog sudara početne i krajnje brzine nisu iste.

Na sustav djeluju dvije vrste sila:
1. Unutarnje sile: sile kojima tijela unutar sustava djeluju jedna na druge.
2. Vanjske sile: sile koje djeluju na tijela izvan sustava.



Tijekom sudara (slika gore) možemo uočiti silu kojom tijelo 2 djeluje na tijelo 1, označena $\vec{\bar{\mathbf{F}}}_{12}$, te silu kojom tijelo 1 djeluje na tijelo 2, označena $\vec{\bar{\mathbf{F}}}_{21}$. To su sile akcije i reakcije za koje vrijedi $\vec{\bar{\mathbf{F}}}_{12} = -\vec{\bar{\mathbf{F}}}_{21}$.

Primjenjena teorema o impulsu sile i količini gibanja, daje sljedeće rezultate:

Tijelo 1
$$\Big(\underbrace{\overrightarrow{\mathbf{W}}_1}_{\substack{\text{Vanjska}\\ \text{sila}}} + \underbrace{\vec{\bar{\mathbf{F}}}_{12}}_{\substack{\text{Unutarnja}\\ \text{Sila}}}\Big)\Delta t = m_1\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{f}1} - m_1\vec{\mathbf{v}}_{01}$$

Tijelo 2
$$\Big(\underbrace{\overrightarrow{\mathbf{W}}_2}_{\substack{\text{Vanjska}\\ \text{sila}}} + \underbrace{\vec{\bar{\mathbf{F}}}_{21}}_{\substack{\text{Unutarnja}\\ \text{sila}}}\Big)\Delta t = m_2\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{f}2} - m_2\vec{\mathbf{v}}_{02}$$

Zbrajanjem ove dvije jednadžbe dobije se jedna jednadžba koja opisuje cijeli sustav:

$$\Big(\underbrace{\overrightarrow{\mathbf{W}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{W}}_2}_{\substack{\text{Vanjske}\\ \text{sile}}} + \underbrace{\vec{\bar{\mathbf{F}}}_{21} + \vec{\bar{\mathbf{F}}}_{12}}_{\substack{\text{Unutarnje}\\ \text{sile}}}\Big)\Delta t = \underbrace{(m_1\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{f}1} + m_2\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{f}2})}_{\substack{\text{Ukupna količina}\\ \text{gibanja } \vec{\mathbf{P}}_{\mathrm{f}}}} - \underbrace{(m_1\vec{\mathbf{v}}_{01} + m_2\vec{\mathbf{v}}_{02})}_{\substack{\text{Ukupna količina}\\ \text{gibanja } \vec{\mathbf{P}}_0}}$$

Na desnoj je strani ove jednadžbe nalazi se veličina $m_1\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{f}1} + m_2\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{f}2}$ koja predstavlja vektorski zbroj količine gibanja za oba tijela odnosno predstavlja ukupnu količinu gibanja sustava nakon sudara, $\vec{\mathbf{P}}_{\mathrm{f}}$. Isto tako, veličina $m_1\vec{\mathbf{v}}_{01} + m_2\vec{\mathbf{v}}_{02}$ predstavlja ukupnu količinu gibanja prije sudara, $\vec{\mathbf{P}}_{\mathrm{f}}$. Stoga gornji rezultat postaje

$$(\text{Zbroj vanjskih sila } + \text{Zbroj unutarnjih sila})\Delta t = \vec{\mathbf{P}}_{\mathrm{f}} - \vec{\mathbf{P}}_0 \qquad (7.5)$$

Prednost ovakvog zapisa u kojem su odvoje unutarnje i vanjske sile je u tome što je zbroj unutarnjih sila uvijek jednak nuli, prema Newtonovom zakonu akcije i reakcije. Dakle, doprinosi se unutarnjih sila poništavaju bez obzira na to koliko djelova ima u sustavu. To nam omogućava jednadžbu pojednostavimo:

$$(\text{Zbroj vanjskih sila})\Delta t = \vec{\mathbf{P}}_{\mathrm{f}} - \vec{\mathbf{P}}_0 \qquad (7.6)$$

Pomoću jednadžbe (7.6), moguće je vidjeti kako dolazimo do zakona u očuvanju količina gibanja. Pretpostavimo da na naš sustav ne djeluju vanjske sile, odnosno da je zbroj vanjskih sila jednak nuli. Takav sustav nazivamo izoliranim sustavom. Tada jednadžba (7.6) vodi na

$$0 = \vec{\mathbf{P}}_{\mathrm{f}} - \vec{\mathbf{P}}_0 \quad \text{ili} \quad \vec{\mathbf{P}}_{\mathrm{f}} = \vec{\mathbf{P}}_0 \qquad (7.7a)$$

Dakle, konačna količina gibanja izoliranog sustava nakon sudara jednaka je početnoj količini gibanja. Dakle, to se još zapisuje

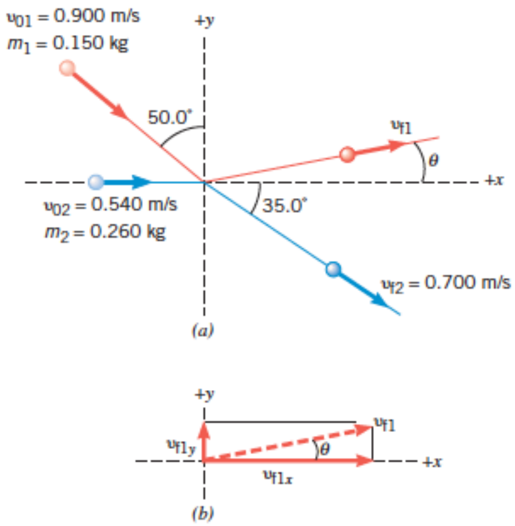
$$\underbrace{(m_1\vec{\mathbf{v}}_{f1} + m_2\vec{\mathbf{v}}_{f2})}_{\vec{\mathbf{P}}_f} = \underbrace{(m_1\vec{\mathbf{v}}_{01} + m_2\vec{\mathbf{v}}_{02})}_{\vec{\mathbf{P}}_0} \qquad (7.7b)$$

Princip očuvanja količine gibanja. Ukupna količina gibanja za izolirani sustav ostaje konstantna (očuvana). Izolirani sustav je onaj za koji je ukupna vanjska sila koja djeluje na njega jednaka nuli.

Sudari u jednoj dimenziji. Kao što vidjeli, ukupna količina gibanja za izolirani sustav ostaje očuvana prilikom surada dva tijela. Pored toga, prilikom sudara dva tijela, npr. sudara dva automobila, ukupna kinetička energija nakon sudara može biti manja od energije prije sudara. Zbog toga se sudari često klasificiraju prema tome mijenja li se ukupna kinetička energija tijekom sudara:

1. Elastični sudar: onaj u kojem je ukupna kinetička energija sustava nakon sudara jednaka ukupnoj kinetičkoj energiji prije sudara.
2. Neelastični sudar: Onaj u kojem ukupna kinetička energija sustava nije ista prije i nakon sudara; u slučaju da se tijela nakon sudaranja spoje, kaže se da je sudar potpuno neelastičan.

Sudari u dvije dimenzije. Sudari se često događaju u dvije ili tri dimenzije, tako da je potrebno razumjeti što se pritom događa. Na slici desno prikazan je dvodimenzionalni slučaj u kojem se dvije kuglice sudaraju na vodoravnoj plohi bez trenja.



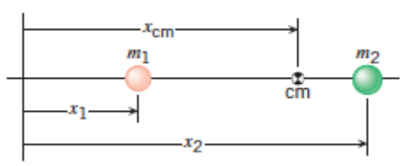
Da bismo ispravno riješli ovaj problem, ključno je uočiti da je količina gibanja vektorska veličina. U ovmo slučaju ona se sastoji od dvije komponente x i y. Zbog toga se jednadžba (7.7b) može zapisati preko sljedeće dvije jednadžbe:

$$x \text{ komponenta} \qquad \underbrace{(m_1 v_{f1x} + m_2 v_{f2x})}_{P_{fx}} = \underbrace{(m_1 v_{01x} + m_2 v_{02x})}_{P_{0x}}$$

$$y \text{ komponenta} \qquad \underbrace{(m_1 v_{f1y} + m_2 v_{f2y})}_{P_{fy}} = \underbrace{(m_1 v_{01y} + m_2 v_{02y})}_{P_{0y}}$$

Centar mase. U prethodnim smo odjeljcima susreli situacije u kojima objekti međusobno djeluju. U tim situacijama masa sustava se ne nalazi u jednoj točki već je raspoređena u prostoru, a određena je rasporedom tijela u prostoru. Međutim, možemo govoriti o svojevrsnom prosječnom položaju za ukupnu masu uvođenjem koncepta poznatog kao centar mase (skraćeno kao „cm“). Pomoću ovog koncepta moći ćemo steći dodatni uvid u načelo očuvanja količine gibanja.

Centar mase je točka koja predstavlja prosječno mjesto za ukupnu masu sustava. Slika desno



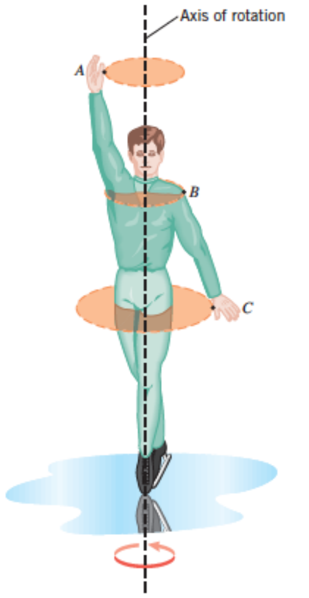
prikazuje dvije čestice mase m_1 i m_2 koje se nalaze na osi x u položajima x_1 i x_2. Pozicija centra mase, označena x_{cm}, je točka koja se definira kao:

$$x_{\mathrm{cm}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

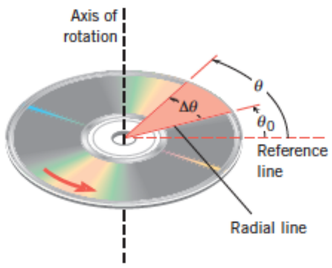
8. KINEMATIKA KRUŽNOG GIBANJA

(pripremljeno prema poglavlju 8, Cutnell & Johnson: Physics, 9th edition, John Wiley and Sons, (2012), poveznica na knjigu: www.pdf-archive.com/2018/04/25/cutnell)

Kružno gibanje i kutni pomak. U najjednostavnijem slučaju rotacije sve točke na krutom objektu kreću se kružnim putanjama. Na slici desno, na primjer, vidimo kružne putanje za točke A, B i C na klizaču. Središta svih takvih kružnih putanja definiraju liniju, koja se naziva os rotacije.



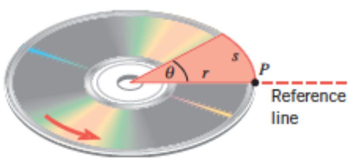
Kut za koji se kruti predmet okrene oko fiksne osi naziva se kutni pomak. Na slici dolje prikazano je kako se mjeri kutni pomak za kompaktni disk (CD). Ovdje os rotacije prolazi kroz središte diska i okomita je na njegovu površinu. Na površini CD-a nacrtamo radijalnu liniju, koja je okomita na os rotacije. Dok se CD okreće, promatramo kut kroz koji se ova linija kreće u odnosu na prikladnu referentnu liniju koja se ne rotira. Radijalna linija kreće se od početne orijentacije pod kutom θ_0 do konačne orijentacije pod kutom θ. Pritom je kut pomaka jednak $\Delta\theta = \theta - \theta_0$.



Definicija kutnog pomaka. Kada se kruto tijelo okreće oko fiksne osi, kutni pomak $\Delta\theta$ je za koji se tijelo zarotira u odnosu na radijalnu liniju koja je okomita na os rotacije. Konvencija je da je kutni pomak pozitivan ako je u smjeru suprotnom od kazaljke na satu.

SI jedinica kutnog pomaka: radijan (rad)

Ukoliko uzmemo jednostavan početni uvjet da je $\theta_0 = 0$ dobivamo da je pomak jednak $\Delta\theta = \theta - \theta_0 = \theta$. S obzirom na to da se disk rotira, možemo uočiti kružni luk čija je duljina s te radijus pripadajuće kružnice r. Tada postoji jednostavna veza između kuta i kružnog luka:



$$\theta(\text{u radijanima}) = \frac{\text{Duljina luka}}{\text{Radijus}} = \frac{s}{r} \qquad (8.1)$$

Kutna brzina. Uvest ćemo pojam kutne brzine slično kako je to napravljeno za brzinu u jednoj dimenziji. Prosječna kutna brzina $\overline{\omega}$ definirana je kao kutni pomak $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ podjeljen s vremenom Δt u kojem je došlo do tog kutnog pomaka.

Definicija kutne brzine.

$$\text{Prosječna kutna brzina} = \frac{\text{Kutni pomak}}{\text{Vrijeme}}$$

$$\overline{\omega} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{8.2}$$

SI jedinica za kutnu brzinu: radijan u sekundi (rad/s)

Trenutna kutna brzina ω je kutna brzina u bilo kojem trenutku. Da bismo ju odredili, slijedimo isti postupak kao u poglavlju 2. Dakle, srednja brzina će biti slična trenutnoj brzini ukoliko ju računamo kao omjer malog kutnog pomaka $\Delta\theta$ koji se dogodio u malom vremenskom intervalu Δt. Kad taj vremenski interval teži nuli, $\Delta t \to 0$, prosječna kutna brzina postaje jednaka trenutačnoj kutnoj brzini:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \overline{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{8.3}$$

Kutno ubrzanje. U poglavlju 2 smo za opisati promjenu brzine uveli pojam ubrzanja. Analogno, za opisati promjenu kutne brzine možemo uvesti pojam prosječnog kutnog ubrzanja, $\overline{\alpha}$. Definirat ćemo ga kao promjenu kutne brzine u proteklom vremenu:

Definicija kutnog ubrzanja.

$$\text{Prosječno kutno ubrzanje} = \frac{\text{Promjena kutne brzine}}{\text{Vrijeme}}$$

$$\overline{\alpha} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \tag{8.4}$$

SI jedinica za kutno ubrzanje: radijan u sekundi na kvadrat (rad/s^2)

Kinematičke jednadžbe za konstantno kutno ubrzanje. Analogno izvodu kinematičkih jednadžbi za gibanje s konstantnim ubrzanjem, mogu se izvesti i jednadžne za gibanje s konstantnim kutnim ubrzanjem. U tablici dolje prikazane su konačne jednadžbe za kutno gibanje i linearno gibanje:

Rotational Motion (α = constant)		Linear Motion (a = constant)	
$\omega = \omega_0 + \alpha t$	(8.4)	$v = v_0 + at$	(2.4)
$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$	(8.6)	$x = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	(2.7)
$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	(8.7)	$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	(2.8)
$\omega^2 = \omega_0{}^2 + 2\alpha\theta$	(8.8)	$v^2 = v_0{}^2 + 2ax$	(2.9)

Fizika za biologe – vježbe

Zadaci sa (*) preuzeti su iz udžbenika Young & Freedman (2011) University physics with modern physics (rješenja u prilogu).
Zadatke pokušajte riješiti samostalno. Detaljna riješenja će biti poslana naknadno. Sva pitanja šaljite na email: abosilj@phy.hr

Količina gibanja, impuls i sudari

- Količina gibanja čestice $\vec{p} = m\,\vec{v}$; drugi Newtonov zakon $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
- Veza impulsa i količine gibanja $\vec{J} = \sum \vec{F}\,(t_2 - t_1) = \sum \vec{F}\,\Delta t$; $\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F}\,dt$; $\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$
- Očuvanje količine gibanja $\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \cdots = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B + \cdots$, $\sum \vec{F} = 0 \to \vec{P} = konst.$
- Centar mase $\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{\sum_i m_i}$; $x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$
- Ukupna količina gibanja sustava $\vec{P} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdots = M\vec{v}_{cm}$; ubrzanje centra mase $\sum \vec{F}_{vanjske} = M\vec{a}_{cm}$

1. Hokejaš na ledu djeluje palicom na početno mirnu pločicu 0.2 s stalnom horizontalnom silom iznosa 10 N. Masa pločice je 50 g. Trenje zanemarite. Izračunajte brzinu pločice u trenutku odvajanja od palice. (Rj. 40 m/s). Kolika je brzina pločice na udaljenosti 1 m od odvajanja od palice? (Rj. 40 m/s). Nakon što se gibala 1 m po ledu, pločica prelazi na podlogu koeficijenta kinetičkog trenja 0.8. Ako se pločica cijelo vrijeme giba pravocrtno i ako je ta podloga duga 20 m nakon čega opet dolazi led, hoće li pločica uspjeti doći do ledene podloge? Ako da, s kojom brzinom? (Rj. 35.9 m/s).

2. U drvenu metu mase 4 kg koja visi na žici, ispalimo metak mase 8 g. Metak ostane u meti i zajedno s njom se pomakne u položaj 6 cm viši od početnog. Kolikom brzinom metak udara u metu? (Rj. 543.6 m/s).

3. Kugle A i B se gibaju jedna prema drugoj brzinom 1 m/s. Mase kugli su $m_A = 4\ kg, m_B = 2\ kg$. Nakon elastičnog sudara lakša se kugla nastavlja gibati u suprotnom smjeru od početnog. Izračunajte brzine (iznos i smjer) kugli nakon sudara.

4. Promotrite elastičan sudar u dvije dimenzije!

Kinematika kružnog gibanja

- Kutna brzina $\omega_z = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$; kutna akceleracija $\alpha_z = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega_z}{\Delta t} = \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
- Kružno gibanje s konstantnom akceleracijom:

$$\omega_z = \omega_{0z} + \alpha_z \cdot t \qquad \theta = \theta_0 + \omega_{0z} \cdot t + \frac{1}{2}\alpha_z \cdot t^2$$

$$\omega_z{}^2 = \omega_{0z}{}^2 + 2\alpha_z \cdot (\theta - \theta_0) \qquad \theta - \theta_0 = \left(\frac{\omega_z + \omega_{0z}}{2}\right)t$$

- Veza pravocrtne i kutne kinematike: $v = r\omega$, $a_{tan} = \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = r\alpha$, $a_{rad} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$
- Moment inercije i rotacijska kinetička energija: $I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \cdots = \sum_i m_i r_i^2$, $K = \frac{1}{2}I\omega^2$

5. Kotač polumjera 0.2 m se vrti i jednoliko usporava tako da mu se svake 4 sec kutna brzina smanji za $8\pi\ rad/s$. Kotač se cijelo vrijeme vrti u istom smjeru. Koliki je iznos vektora kutne akceleracije? Kakav je smjer vektora kutne akceleracije u odnosu na smjer vektora kutne brzine?

6. Propeler helikoptera duljine 6 m vrti se brzinom 1800 okretaja u minuti. Koliko iznosi kutna brzina propelera izražena u rad/s? Koliko je vremena potrebno da se propeler okrene za 30°?

7. Disk koji se dosad vrtio stalnom kutnom brzinom od 27.5 rad/s počinje jednoliko usporavati kutnom akceleracijom 10 rad/s^2. Kolika je kutna brzina diska 0.3 s nakon početka usporavanja? Za koji se kut okrene vektor položaja neke rubne točke za 0.3 s? Koliko će se puta disk okrenuti prije nego se zaustavi?

8. Uže je namotano na cilindar mase M i radijusa R. Cilindar rotira sa zanemarivim trenjem oko stacionarne osi. Na slobodni kraj užeta obješen je blok mase m i ispušten iz mirovanja s visine h iznad poda. Kako blok pada, uže se odmotava bez rastezanja. Nađite izraz za brzinu padajućeg bloka i kutnu brzinu cilindra u trenutku kada blok padne na tlo!

9. Kolotura radijusa R i momenta inercije I nosi prebačeno uže (koje se ne kliže preko koloture te kolotura nema unutarnje trenje). Koeficijent kinetičkog trenja između bloka A i površine stola je μ_k. Sustav je pušten iz mirovanja te se blok B spušta. Pronađite brzinu bloka B kao funkciju udaljenosti d koju on prijeđe!