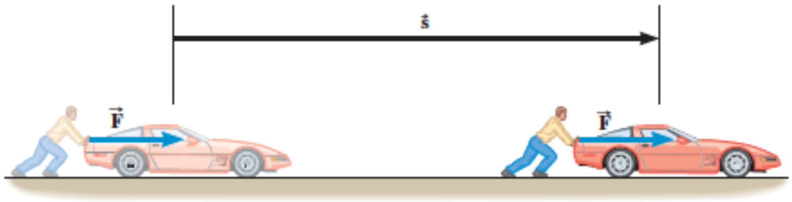
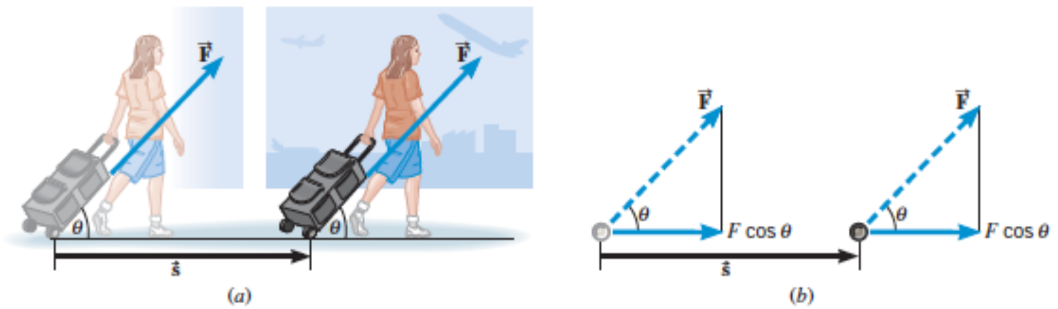
6. RAD I ENERGIJA
(pripremljeno prema poglavlju 6, Cutnell & Johnson: Physics, 9th edition, John Wiley and Sons, (2012), poveznica na knjigu: www.pdf-archive.com/2018/04/25/cutnell)



Rad stalne sile. Pojam rada susrećemo u svakodnevnom životu. U fizici on ima nešto užu definiciju. Rad u fizici možemo ilustrirati na primjeru razmotranja koliki je rad potreban za guranje zaustavljenog automobila. Uočimo da se više rada izvrši ukoliko je sila kojom guramo veća te ukoliko moramo napraviti veći pomak automobila (slica gore). Ukoliko automobil guramo silom $\vec{\mathbf{F}}$ koji se pomakne u istom smjeru na udaljenost $\vec{\mathbf{s}}$, rad W možemo definirati kao umnožak iznosa sile F i iznosa pomaka s, $W = Fs$. S obzirom na to da rad ne sadrži informaciju o usmjerenju, to je skalarna veličina.

Definicija rada kao $W = Fs$ ima jedno iznenađujuće svojstvo: Ako je pomak s jednak nuli, tada i rad jednak nuli, čak i ako smo djelovali silom. Npr. guranjem nepokretnog zida možemo umoriti mišiće, ali pritom nismo napravili mehanički rad. Dakle, u fizici ideja rada je usko povezana s idejom pokreta.



Često smjerovi sile i pomaka nisu isti. Na slici gore, u panelu (a) vidi se da se kofer pomiče udesno dok na njega djeluje sila koja je usmjerena duž ručke, tj. sila je usmjerena pod kutom θ u odnosu na pomak. U takvom se slučaju za definiranje rada koristi samo komponenta sile usmjerena duž pomaka. U panelu (b) iste slike ta komponenta iznosi $F\cos\theta$ te se u tom slučaju rad deninira kao:

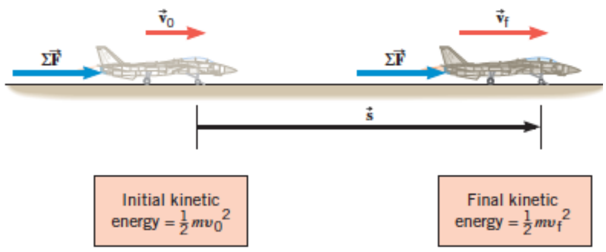
Definicija rada koju je izvršila jedna stalna sila. Rad koji izvrši stalna sila $\vec{\mathbf{F}}$ da bi pomaknula tijelo na udaljenost $\vec{\mathbf{s}}$ iznosi

$$W = (F\cos\theta)s = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{s}} \qquad (6.1)$$

gdje je F iznos sile, s je iznos pomaka, te θ kut između sile i pomaka.
SI Jedinica za rad: newton · metar = joule (J)

Definicija rada u jednadžbi (6.1) uzima u obzir samo komponentu sile u smjeru pomaka, dok komponenta sile okomita na pomaka ne vrši nikakav rad. Da bi se izvršio rad, moraju postojati sila i pomak, a budući da nema pomaka u okomitom smjeru, sila koja je okomita na pomak ($\theta = 90°$) ne obavlja rad. Rad može biti pozitivan i negativan, ovisno o tome je li sila usmjerena u istom ili suprotnom smjeru u odnosu na pomak.

Teorem o radu i energiji; kinetička energija. Većina ljudi očekuje da, ako radite, kao rezultat dobijete nešto. U fizici, kada sila vrši rad na nekom tijelu, uvijek postoji rezultat napora. Rezultat se vidi u promjeni *kinetičke energije* tog tijela. Kao što ćemo vidjeti, postoji veza između rada i promjene kinetičke energije, a ta je veza poznata pod nazivom *teorem o radu i energiji*.



Da bismo stekli neki uvid u ideju pojma kinetička energija te o teoremu o radu i energiji, pogledajmo sliku desno, na kojoj na zrakoplov mase m djeluje konstantna vanjska sila $\vec{\mathbf{F}}$. Radi jednostavnosti ćemo pretpostavit da sila i pomak $\vec{\mathbf{s}}$ imaju isti smjer. Prema drugom Newtonovom zakonu, sila dovodi do ubrzanja $a = F/m$. Shodno tome, brzina aviona se mijenja od početne vrijednosti v_0 do konačne vrijednosti v_f. Množenjem jednadžbe $F = ma$ s pomakom s dobivamo

$$Fs = mas$$

Lijeva strana ove jednadžbe je rad koji je izvršila vanjska sila. Desnu strane možemo drugačije napisati korištenjem znanja iz kinematike:

$$as = \frac{1}{2}(v_\mathrm{f}^2 - v_0^2)$$

Uvrštavanjem ovog rezultata u $Fs = mas$ dobivamo

$$\underbrace{Fs}_{\substack{\text{Rad koji}\\\text{je izvršila}\\\text{sila}}} = \underbrace{\frac{1}{2}mv_\mathrm{f}^2}_{\substack{\text{Konačna}\\\text{kinetička}\\\text{energija}}} - \underbrace{\frac{1}{2}mv_0^2}_{\substack{\text{Početna}\\\text{kinetička}\\\text{energija}}}$$

Ovim izrazom iskazan je teorem o radu i energiji. Lijeva strana jednadžbe je rad izveden vanjskom silom W, dok njegova desna strana uključuje razliku između dva izraza, od kojih svaki ima oblik $\frac{1}{2}$(masa)(brzina)^2. Ta se veličina naziva kinetička energija (KE) i igra značajnu ulogu u fizici,

Definicija kinetičke energije. Kinetička energija KE tijela mase m i brzine v dana je izrazom

$$\mathrm{KE} = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (6.2)$$

SI jedinica kinetičke energije: joule (J)

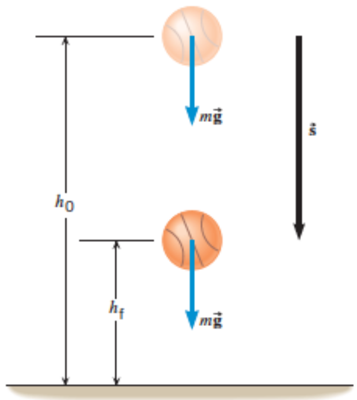
Kinetička energija, poput rada, skalarna je veličina. Ovo nije iznenađujuća činjenica, jer su rad i kinetička energija usko povezani, što je jasno i iz teorema o radu i energiji.

Teorem o radu i energiji. Kada na tijelo djeluje vanjska sila ona će na njemu izvršiti rad W, i pritom će se tijelu promijeniti kinetička energije s početne KE_0 u konačnu KE_f. Razlika ove dvije kinetičke energije odgovara radu koji je izvršila vanjska sila:

$$W = \mathrm{KE}_\mathrm{f} - \mathrm{KE}_0 = \tfrac{1}{2}mv_\mathrm{f}^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2 \qquad (6.3)$$

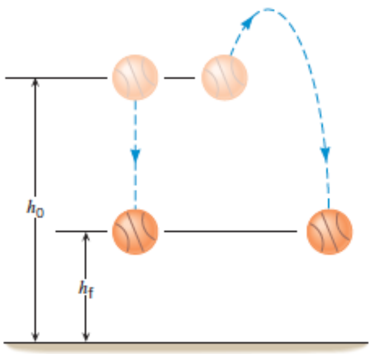
Terem o radu i energiji može se izvesti za bilo koji smjer sile u odnosu na pomak, a ne samo za slučaj kad su oni paralelni. U stvari, sila se može čak mijenjati od točke do točke duž putanje koja je zakrivljena, a ne ravna, a teorem će i dalje vrijediti.

Gravitacijska potencijalna energija: Rad obavljen silom gravitacije. Gravitacijska sila je dobro poznata sila, a slika desno nam pomaže vizualizirati kako odrediti rad. Crtež prikazuje loptu mase m koja se giba okomito prema dolje, pri čemu na loptu djeluje gravitacijska sila $m\vec{\mathbf{g}}$. Početna visina lopte je h_0, a konačna visina h_f, pri čemu se udaljenosti mjerene od zemljine površine. Pomak je prema dolje $\vec{\mathbf{s}}$ ima iznos $s = h_0 - h_\mathrm{f}$. Rad gravitacijske sile računamo prema formuli $W = (F\cos\theta)s$, gdje je $F = mg$ te $\theta = 0$. Dakle za rad gravitacijske sile dobivamo:



$$W = (mg\cos 0°)(h_0 - h_\mathrm{f}) = mg(h_0 - h_\mathrm{f}) \qquad (6.4)$$

Jednadžba (6.4) vrijedi za bilo koji put pređen između početne i krajnje visine, a ne samo za putanju ravno prema dolje. Na primjer, isti izraz može se izvesti za oba puta prikazana na slici desno. Stoga se pri izračunu rada gravitacijske sile mora uzeti u obzir samo razlika u okomitim udaljenostima $(h_0 - h_\mathrm{f})$. Budući da je razlika u okomitim udaljenostima jednaka za obje trajektorije na crtežu, rad je u oba slučaja isti. Za položaje u blizini zemljine površine možemo koristiti vrijednost $g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}$.



Gravitacijska potencijalna energija. Već smo vidjeli da tijelo u pokretu ima kinetičku energiju. Međutim, postoje i druge vrste energije. Na primjer, tijelo može posjedovati energiju zbog svog položaja u odnosu na zemlju, a za njega se kaže da ima gravitacijsku potencijalnu energiju.

Izračunajmo iznos gravitacijske potencijalne energije. Krećemo od izraza za rad gravitacijske sile (6.4). Za tijelo koje se kreće s početne visine h_0 prema krajnjoj visini h_f dobili smo da rad iznosi:

$$W = \underbrace{mgh_0}_{\substack{\text{Početna}\\ \text{potencijalna}\\ \text{energija}}} - \underbrace{mgh_\mathrm{f}}_{\substack{\text{Konačna}\\ \text{potencijalna}\\ \text{energija}}}$$

To pokazuje da je rad gravitacijske sile jednak razlici između početne i krajnje vrijednosti vrijednosi mgh. Vrijednost mgh je veća kada je visina veća dok je manja kada je visina manja. Mi identificiramo veličinu mgh kao gravitacijsku potencijalnu energiju. Koncept potencijalne energije može se primijeniti samo za sile koje nazivamo "konzervativne sile", kao što ćemo raspraviti u sljedećem odjeljku.

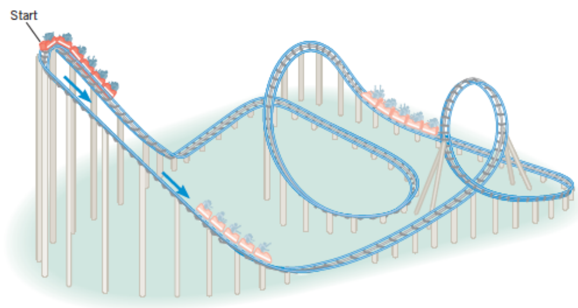
Definicija gravitacijske potencijalne energije. Gravitacijska potencijalna energija PE je energija koju tijelo mase m ima zahvaljujući svom položaju u odnosu na površinu zemlje. Taj položaj, označen h, iskazuje visinu na kojoj se tijelo nalazi u odnosu na proizvoljnu nultu razinu:

$$\mathrm{PE} = mgh \qquad (6.5)$$

SI jedinica gravitacijske potencijalne energije: joule (J)

Konzervativna i nekonzervativna sila. Gravitacijska sila ima zanimljivo svojstvo da kada se tijelo pomiče s jednog mjesta na drugo, rad koji obavlja ne ovisi o izboru putanje. Na slici s prethodne stranice, na primjer, tijelo se kreće od početne visine h_0 do krajnje visine h_f duž dvije različite staze. Kao što smo u predhodnom odjeljku objasnili, rad gravitacijske sile ovisi samo o početnoj i konačnoj visini, a ne o putu između tih visina. Zbog toga svojstva gravitacijska sila spada u konzervativne sile. Postoje dvije definicije konzervativne sile:

Definicija konzervativne sile. Verzija 1: Sila je konzervativna kada rad koji izvrši ne ovisi o odabranom putu nego samo o početnom i konačnom položaju. Verzija 2: Sila je konzervativna kada je ukupni rad duž zatvorene staze jednak nuli.



Slika desno nam pomaže ilustrirati verziju 2 definicije konzervativne sile. Na slici je prikazan vagon na tračnicama, koji se na kraju vraća u početnu točku. Ova vrsta staze, koja počinje i završava na istom mjestu, naziva se zatvorenom stazom. Pretpostavimo da je gravitacijska sila jedina sila koja djeluje na vagon, odnosno da nema trenja ili otpora zraka. Na nizbrdicama gravitacijska sila djeluje pozitivno, tj. povećava kinetičku energiju vagona. Nasuprot tome, na uzbrdicama, gravitacijska sila djeluje negativno, tj. smanjuje kinetičku energiju vagona. Tijekom cijelog putovanja gravitacijska sila djeluje podjednako pozitivno kao i negativna, pa je duž cijelog puta jednak nuli, kad se na kraju vagon vrati na početno mjesto s istom kinetičkom energijom koju je imao na startu. Stoga, u skladu s verzijom 2 definicije konzervativne sile, za zatvoreni put $W = 0$.

Gravitacijska sila jedan je primjer konzervativne sile. Kasnije ćemo naići na druge primjere konzervativnih sila, poput elastične sile opruge ili električne sile nabijenih čestica. Svakoj konzervativnoj sili može se pridružiti potencijalna energija, ali će algebarski izrazi za te sile biti različiti.

Nisu sve sile konzervativne. Sila nije konzervativna ako rad koji izvšava ovisi o putanji po kojoj se tijelo gibalo. Primjer nekonzervativne sile je sila trenja. Kada tijelo klizi po površini sila trenja je u svakom trenutku usmjerena suprotno smjera gibanja. Ukoliko odaberemo dulju putanju po kojoj se tijelo giba, sila ća obaviti veći rad, tako da rad ovisi o izboru puta. Dakle, sila trenja nije konzervativna.

U svakodnevnim situacijama, konzervativne sile (kao što je gravitacijska) i nekonzervativne sile (poput trenja i otpora zraka) djeluju istovremeno na neki objekt. Stoga ukupni rad W koji vrše vanjske sile se može zapisati kao $W = W_{\mathrm{c}} + W_{\mathrm{nc}}$, gdje smo sa W_{c} označili rad konzervativne sile, a sa W_{nc} rad nekonzervativne sile. Prema teoremu o radu i energiji ukupni rad vanjske sila jednak je promjeni kinetičke energije tijela, ili $W_{\mathrm{c}} + W_{\mathrm{nc}} = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{f}}^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$. Ako je gravitacijska sila jedina konzervativna sila u sustavu, tada vrijedi da je njen rad $W_{\mathrm{c}} = mg(h_0 - h_{\mathrm{f}})$ te nam teorem o radu i energiji daje

$$mg(h_0 - h_{\mathrm{f}}) + W_{\mathrm{nc}} = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{f}}^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Ukoliko rad gravitacijske sile premjestimo na desnu stranu jednadžbe dobivamo

$$W_{\mathrm{nc}} = \left(\frac{1}{2}mv_{\mathrm{f}}^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + (mgh_{\mathrm{f}} - mgh_0) \qquad (6.6)$$

Ovo sada možemo zapisati u terminima kinetičke i potencijalne energije, tako da imamo

$$\underbrace{W_{\mathrm{nc}}}_{\substack{\text{Rad}\\ \text{nekonzervativne}\\ \text{sile}}} = \underbrace{(\mathrm{KE_f} - \mathrm{KE_0})}_{\substack{\text{Promjena}\\ \text{kinetičke}\\ \text{energije}}} + \underbrace{(\mathrm{PE_f} - \mathrm{PE_0})}_{\substack{\text{Promjena}\\ \text{potencijalne}\\ \text{energije}}} \qquad (6.7a)$$

Jednadžba (6.7a) kaže da je ukupni rad nekonzervativne sile W_{nc} jednak zbroju promjene kinetičke energije $\Delta\mathrm{KE} = (\mathrm{KE_f} - \mathrm{KE_0})$ i promjene gravitacijske potencijalne energije $\Delta\mathrm{PE} = (\mathrm{PE_f} - \mathrm{PE_0})$, što se može kraće zapisati

$$W_{\mathrm{nc}} = \Delta\mathrm{KE} + \Delta\mathrm{PE} \qquad (6.7b)$$

Očuvanje mehaničke energije. Koncept rada i teorem rada-energija doveli su nas do zaključka da tijelo može posjedovati dvije vrste energije: kinetičku energiju, KE i gravitacijsku potencijalnu energiju, PE. Zbroj ove dvije energije naziva se *ukupnom mehaničkom energijom* tako da vrijedi $E = \mathrm{KE} + \mathrm{PE}$. Koncept ukupne mehaničke energije izuzetno je koristan u opisivanju gibanja objekata. Izraz s desne strane jednadžbe (6.7a) može se još elegantnije zapisati korištenjem ukupne mehaničke energije:

$$W_{\mathrm{nc}} = E_{\mathrm{f}} - E_0 \qquad (6.8)$$

Jednadžba (6.8) samo je još jedan oblik teorema rada i energije. Ovdje se vidi da rad vanjske nekonzervativne sile W_{nc} odgovara promjeni mehaničke energije iz početne vrijednosti E_0 u konačnu vrijednost E_{f}.

Koncizni zapis teorema rada i energije u obliku $W_{\mathrm{nc}} = E_{\mathrm{f}} - E_0$ omogućuje nam da istaknemo važan princip fizike poznat kao očuvanje mehaničke energije. Pretpostavimo da je rad vanjske nekonzervativne sile jednak nuli, $W_{\mathrm{nc}} = 0$, tada se jednadžba (6.8) svodi na

$$E_{\mathrm{f}} = E_0 \tag{6.9a}$$
$$\frac{1}{2}mv_{\mathrm{f}}^2 + mgh_{\mathrm{f}} = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 \tag{6.9b}$$

Jednadžba (6.9a) pokazuje da je konačna mehanička energija jednaka početnoj mehaničkoj energiji. Shodno tome, ukupna mehanička energija ostaje konstantna tijekom gibanja između početne i završne točke, ne odstupajući od početne vrijednosti E_0. Činjenica da je ukupna mehanička energija očuvana nazivamo principom očuvanja mehaničke energije.

Zakon očuvanja energije. Ukupna mehanička energija $E = \mathrm{KE} + \mathrm{PE}$ tijela koje se giba ostaje konstantna ako na tijelo ne djeluju vanjske sile, $W_{\mathrm{nc}} = 0$.

Snaga. U mnogim je situacijama potrebno određeno vrijeme za obavljanje nekog rada te je jednako važno koliki je rad izvršen. Razmotrimo dva automobila jednake mase m, koji imaju različite motore. Jedan automobil ubrzava od 0 do 100 km/h za 4 sekunde, dok je drugom automobilu za to potrebno 8 sekundi. Automobil koji je brže ubrzavao povezujemo s motorom koji ima veću snagu.

Definicija prosječne snage. Prosječna snaga opisuje brzinu kojom je izvšen rad, a dobiva se dijeljenjem rada W s vremenom potrebnim za njegovo obavljanje t:

$$\bar{P} = \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{vrijeme}} = \frac{W}{t}$$

SI jedinica za snagu: joule/s = watt (W)

Ostali oblici energije i očuvanje energije. Do sada smo razmatrali samo dvije vrste energije, kinetičku i gravitacijsku potencijalnu energiju. Međutim, postoje i mnoge druge vrste: električna energija, toplinska energija, kemijska energija i druge. Vidjeli smo da se kinetička energija može pretvoriti u gravitacijsku potencijalnu energiju i obrnuto. Općenito, energija se može pretvoriti iz jednog oblika u drugi. Kad god se energija transformira iz jednog oblika u drugi, otkriva se da se energija tom u procesu ne dobiva ili gubi; ukupna energija jednaka je na početku i na kraju. Ovo razmatranje vodi do sljedećeg važnog načela:

Princip očuvanja energije. Energija se ne može stvoriti niti uništiti, već se samo može pretvoriti iz jednog oblika u drugi.

Fizika za biologe – vježbe
Rad, energija i zakon očuvanja energije

Zadaci sa (*) preuzeti su iz udžbenika Young & Freedman (2011) University physics with modern physics (rješenja u prilogu).
Zadatke pokušajte riješiti samostalno. Detaljna riješenja će biti poslana naknadno. Sva pitanja šaljite na email: abosilj@phy.hr

1. (*6.6) Dva tegljača vuku oštećeni tanker. Prilikom povlačenja svaki tegljač djeluje konstantnom silom na tanker iznosa $1.8 \times 10^6\ N$. Prvi tegljač povlači u smjeru 14° zapadno od sjevera, a drugi 14° istočno od sjevera. Prilikom povlačenja tanker se pomakne $0.75\ km$ prema sjeveru. Koliki je ukupan rad izvršen na tanker?

2. (*6.13) Odrasli gepardi, najbrže velike mačke, imaju masu od otprilike $70\ kg$ te postižu brzine od $32\ m/s$. Koliko *joulea* [J] kinetičke energije ima gepard prilikom trčanja? Za koji faktor se njegova kinetička energija poveća, ako mu se brzina udvostruči?

3. Na tijelo mase $1\ kg$ koje se giba duž osi x djeluje sila F paralelna s tom osi. Ovisnost iznosa sile o položaju tijela prikazana je na slici 1. Koliki rad obavi sila F nad tijelom pri pomaku tijela iz $x = 0\ m$ u $x = 8\ m$? (Rj. $16\ J$) Koliki rad obavi sila F nad tijelom pri pomaku tijela iz $x = 8\ m$ u $x = 12\ m$? (Rj. $8\ J$) Koliki rad obavi sila F nad tijelom pri pomaku tijela iz $x = 0\ m$ u $x = 12\ m$? (Rj. $24\ J$) Ako tijelo u trenutku kada se nalazi u $x = 0\ m$ miruje, nađite brzinu tijela u $x = 8\ m$ i $x = 12\ m$. Trenje između tijela i podloge zanemarite. (Rj. $5.66\frac{m}{s}$, $6.93\frac{m}{s}$)

4. (*6.50) Pretpostavimo da je vaš dom udaljen $5\ km$ od fakulteta. U rekreativne svrhe tu udaljenost možete pretrčati brzinom od $10\ km/h$ (tada ćete trošiti energiju stopom od $700\ W$) ili prijeći laganim hodom brzine $3\ km/h$ (tada ćete trošiti energiju stopom od $290\ W$). U kojem slučaju ćete potrošiti više energije i koliki je njen iznos?

5. Loptu mase $1\ kg$ pustimo da slobodno pada s visine $10\ m$. Nakon vremena t lopta se nalazi $1\ m$ niže u odnosu na početni položaj. Nacrtajte dijagram sila za loptu u tom trenutku. Koliki rad obavi gravitacijska sila do tog trenutka? (Rj. $10\ J$) Za koliko se promijenila kinetička energija lopte u odnosu na početni položaj? (Rj. $10\ J$) Da li se gravitacijska potencijalna energija lopte, u odnosu na početni položaj, smanjila, povećala ili ostala ista? (Rj. smanjila se za $10\ J$) U kakvom su odnosu rad i promjena gravitacijske potencijalne energije? (Rj. obavljeni rad nad tijelom je jednak negativnoj promjeni gravitacijske potencijalne energije.) Izračunajte brzinu lopte kad se nalazi $1\ m$ ispod početnog položaja. (Rj. $4.47\frac{m}{s}$)

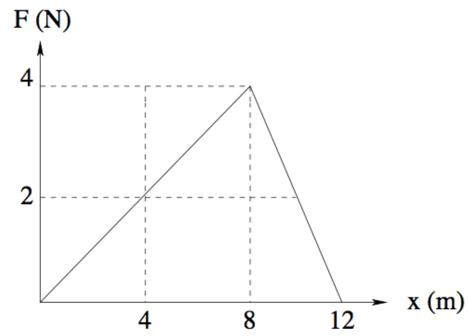
6. (*Primjer 7.2) Pretpostavimo da rukom izbacujemo lopticu vertikalno uvis i da se prilikom izbačaja naša ruka pomakla $0.5\ m$. Loptica napušta ruku s brzinom $20\ m/s$ prema gore. Otpor zraka je zanemariv. Naći iznos sile kojom ruka djeluje na lopticu (pretpostavimo da je sila konstantna). Koju brzinu ima loptica u točki $15\ m$ iznad točke napuštanja ruke? Masa loptice je $0.145\ kg$.

7. Hokejaš udari palicom pločicu i ona se giba po ledu. Pri prelasku prvih $16\ m$, brzina pločice se smanjila s $45\ m/s$ na $44.67\ m/s$. Koliko je koeficijent kinetičkog trenja između leda i pločice? (Rj. 0.092)

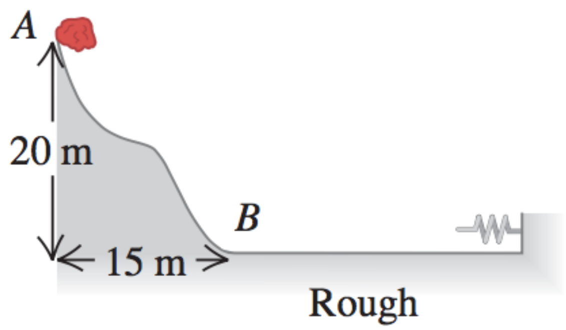
8. (*7.49) Kamen mase $15\ kg$ klizi niz padinu kao na slici 2. Brzina kamena u točki A je $10\ m/s$. Duž padine (A-B) nema trenja, dok na ravnom dijelu trenje postoji. Nakon što prijeđe $100\ m$ po ravnom dijelu kamen udari u dugu oprugu zanemarive mase i konstante elastičnosti $2\ N/m$. Koeficijenti kinetičkog i statičkog trenja između podloge i kamena su 0.2 i 0.8. Nađite brzinu kamena na dnu padine (u točki B). Koliko će se sabiti opruga?

9. Uz kosinu nagiba 30° gurnemo tijelo mase 1 kg brzinom 10 m/s u smjeru kosine. Koliki put duž kosine će prijeći tijelo do zaustavljanja ako trenje zanemarimo? Koliki put duž kosine će prijeći tijelo ako je trenje prisutno i koeficijent dinamičkog trenja između tijela i kosine iznosi 0.2? (Rj. 10 m i 7.43 m)

10. Kuglica mase 1 kg se početno nalazi 1 m iznad opruge konstante elastičnosti 150 N/m. Opruga je u ravnotežnom položaju duga 0.5 m. Kuglica padne na oprugu i sabije je. Početna brzina kuglice je nula. Otpor zraka zanemarite. Koliko će se maksimalno sabiti opruga? Izračunajte brzinu kuglice u trenutku kada se nalazi 0.4 m iznad tla. (Rj. 0.44 m i 4.53 m/s)



Slika 1



Slika 2