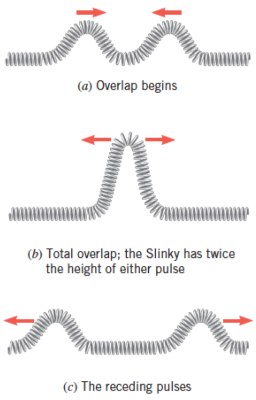
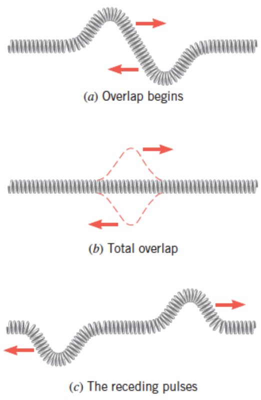
17. PRINCIP SUPERPOZICIJE I POJAVA INTERFERENCIJE
(pripremljeno prema poglavljima 17 i 27, Cutnell & Johnson: Physics, 9th edition, John Wiley and Sons, (2012), poveznica: www.pdf-archive.com/2018/04/25/cutnell)

Princip superpozicije. Često se događa da dva ili više zvučnih valova istovremeno putuju istim prostorom, kao što je to slučaj sa zvučnim valovima na nekoj zabavi kada svi pričaju istovremeno. Da bismo ilustrirali što se događa kada nekoliko valova istovremeno prolazi kroz isto područje, razmotrimo slike desno, koje prikazuju dva transverzalna impulsa jednake visine koji se kreću jedan prema drugom. Na slici 1(a) oba su impulsa usmjerena "gore", dok je na slici 2(a) jedan usmjeren "gore", a drugi "dolje". Ti se impulsi približavaju jedan drugom i počinju se preklapati. Nakon što se potpuno preklope, opruga poprima oblik koji je zbroj oblika pojedinačnih impulsa. Dakle, kada su oba impulsa bila orijentirana prema "gore", kao na slici 1(b), opruga je imala dvostruko veću visinu od pojedinačnih impulsa. U drugom slučaju, kada su se zbrojili impulsi orijentirani prema „gore“ i „dolje“, kao na slici 2(b), oni se nakratko poništavaju te opruga postaje ravna. Kasnije, u oba se slučaja impulsi razdvajaju, a u opruzi možemo opet uočiti pojedinačne impulse, kao na slikama 1(c) i 2(c). Zbrajanje pojedinačnih impulsa dobiva se resultantni impuls, a ovo je primjer je *superpozicije*.



Slika 1



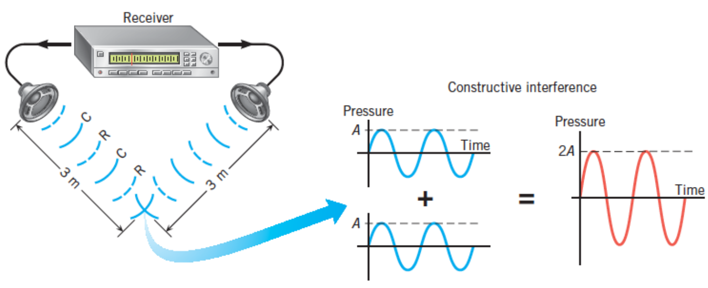
Slika 2

Princip superpozicije. Kad su dva ili više valova istovremeno prisutna na istom mjestu, rezultirajući je val zbroj pojedinih valova.

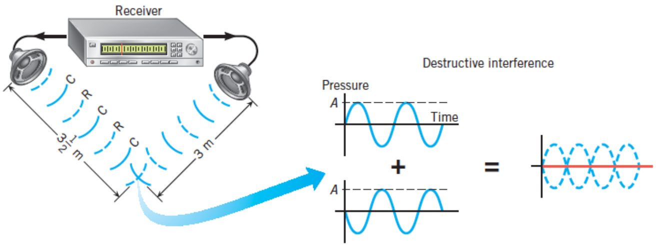
Ovaj se princip može primijeniti na sve vrste valova, uključujući zvučne valove, vodene valove i elektromagnetske valove poput svjetlosti, radio valova i mikrovalova.

Konstruktivna i destruktivna interferencija valova. Pretpostavimo da se zvukovi iz dva zvučnika preklapaju u sredini mjesta za slušanje, kao na slici dolje, i da svaki zvučnik proizvodi zvučni val iste amplitude i frekvencije. Radi praktičnosti odabrana je valna duljina zvuka $\lambda = 1$ m. Uz to, pretpostavite da membrane zvučnika titraju u fazi; to jest da se kreću istovremeno prema van i prema unutra. Izvori koji na ovaj način stvaraju valove nazivaju se koherentnim izvorima.

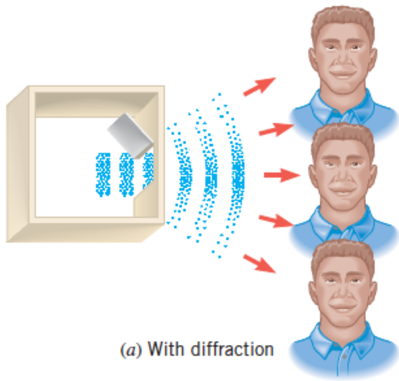
Ako je udaljenost svakog zvučnika od točke preklapanja jednaka, kao na crtežu, na tom će se mjestu susresti valne fronte. Prema principu superpozicije, kombinirani val je zbroj pojedinih valova. Kao rezultat, u točki preklapanja amplituda A je dvostruko veća od amplitude pojedinih valova, a slušatelj na ovom mjestu čuje glasniji zvuk od zvuka koji dolazi iz pojedinih

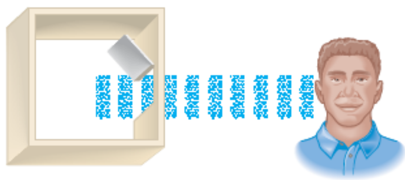


zvučnika. Dakle, kad se faze dva vala susreću, kaže se da su valovi u fazi i da dolazi do konstruktivne interferencije.



Što će se dogoditi ako se jedan od zvučnika premjesti? Rezultat je iznenađujući. Na slici desno lijevi zvučnik je odmaknut od točke preklapanja za udaljenost koja odgovara polovini valne duljine ili 0,5 m. Stoga, na mjestu preklapanja, neće doći do preklapanja valnih fronti, već će se maksimumi jednog vala susresti s minimumima drugog vala. Prema principu superpozicije, učinak je međusobno poništavanje dva vala. To znači da na tom mjestu slušatelj neće čuti nikakav zvuk. Kad se maksimum jednog vala susrestne s minimumom drugog vala, kaže se da su valovi u protufazi i da pokazuju destruktivnu interferenciju.

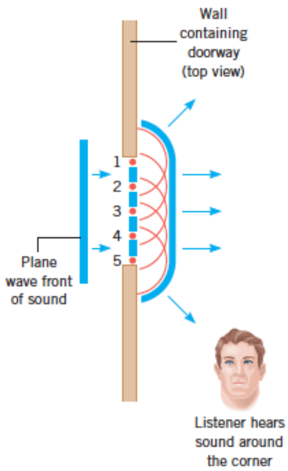

(*a*) With diffraction


(*b*) Without diffraction

Difrakcija ili ogib. Do sad smo diskutirali što se događa kada su dva vala istovremeno prisutna na istom mjestu; prema principu superpozicije, nastaje rezultirajući val koji je zbroj pojedinih valova. Sada ćemo iskoristiti princip superpozicije kako bismo istražili još jednu posljedicu interferencije, a to je ogib ili difrakcija.

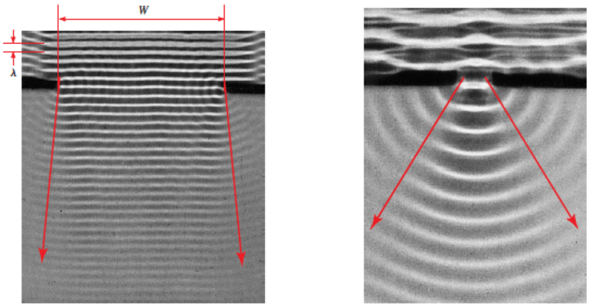
Kad val naiđe na prepreku ili rubove otvora, on se na njima ogiba tj. skreće. Na primjer, kad zvučni val koji dolazi iz neke prostorije, se ogiba na rubovima otvorenih vrata, kao što prikazuje slika desno (a). Kad takvog ogiba ne bi bilo, mi bismo zvuk izvan prostorije mogli čuti samo na mjestima neposredno ispred vrata, kao što to skicirano na slici desno (b). Ova pojava ogibanja vala oko prepreke ili rubova otvora naziva se *difrakcija ili ogib*.

Da bismo razumjeli kako nastaje ogib, raspravimo naprije Huygensov princip. Nizozemski znanstvenik Christian Huygens (1629–1695) uveo je princip koristan za objašnjenje prirode ogiba. Huygensov princip opisuje kako ponašanje valne fronte u jednom trenutku utječe na nastanak valne fronte u kasnijem vremenu. Ovaj princip kaže:



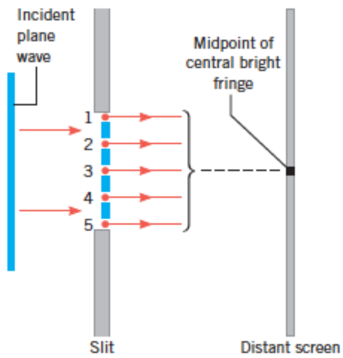
Huygensov princip. Svaka točka valne fronte djeluje kao izvor novog valova koji se kreće istom brzinom kao i val.

Upotrijebimo Huygensov princip da objasnimo difrakciju zvučnih valova na slici desno. Prikazan je dio ravnog vala koji se približava vratima. Zatim, možemo uočiti pet točaka vala koji upravo napušta otvor. Prema Huygensovom principu, svaka od ovih pet točaka djeluje kao izvor vala, a koji su prikazani kao crvene polukružnice. Na mjestima točaka 2, 3 i 4 možemo vidjeti da se val i dalje propagira ravno prema naprijed. Međutim, na rubovima u točkama 1 i 5 situacija se mijenja. U skladu s Huygensovim principom valna fronta postaje zakrivljena i propagira se u područja u kojima ne bi bila kad bi se mogla propagirati samo pravocrtno. Zvučni se val, dakle, ogiba oko rubova ulaznih vrata. Naglasimo da se Huygensov princip ne odnosi samo na zvučne valove, već na sve vrste valova.

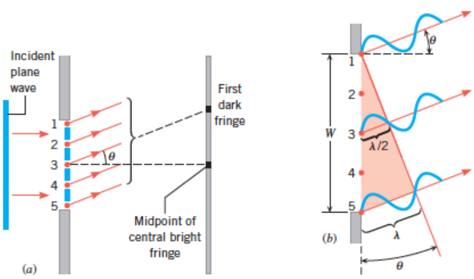


(a) Smaller value for λ/W, less diffraction (b) Larger value for λ/W, more diffraction

Do koje se mjere val ogiba na rubu? Kao što ćemo malo kasnije objasniti, stupanj u kojem se val savija oko rubova otvora određen je omjerom λ/W, gdje je λ valna duljina vala, a W širina otvora. Fotografije na slici desno prikazuju kako omjer te dvije veličine utječe na ogib valova na vodi. Koliki je ogib naznačeno je s dvije crvene strelice na svakoj fotografiji. U dijelu (a), omjer λ/W je mali jer je valna duljina (što možemo iščitati iz razmaka među valovima) mala u odnosu na širinu otvora. Ovdje se valne fronte kreću kroz otvor s malim ogibom. U dijelu (b) valna duljina je veća, a širina otvora manja. Kao rezultat, omjer λ/W je znatno veći, te se valne fronte više ogibaju na rubovima otvora.



Da bismo objasnili kako nastaje opaženi obrazac na rubu, promotrimo na slici desno kako se ravni val približava otvoru. Razmotrimo prvo situaciju u kojoj val iz ovih pet izvora doseže sredinu na zaslonu. Radi lakšeg razumijevanja, pretpostavimo da je zaslon toliko udaljen od otvora da su zrake koje izlaze iz izvora gotovo paralelne. Posljedično, svi valovi prolaze gotovo jednaku udaljenost do sredine, stižući tamo u fazi. Kao rezultat, dolazi do konstruktivne interferencije pa na zaslonu imamo maksimalnu amplitudu vala.



Valovi koje emitiraju izvori, označni brojevima 1 do 5, također mogu dovesti do destruktivne interferencije, kao što je prikazano na slici desno. Radi lakšeg razumijevanja, i ovdje ćemo pretpostaviti da je zaslon toliko udaljen od otvora da su zrake koje izlaze iz izvora gotovo paralelne. Međutim, sada zrake izlaze pod nekim kutem. Zbog toga, valovi koji dolaze iz različitih izvora neće prijeći jednaki put: val koji dolazi iz izvora 1 prijeći će najkraći put do zaslona, dok će val iz izvora 5 prijeći će najdulji put. Kut pod kojim zrake izlaze, θ, je proizvoljan, a mi ćemo sad promotriti situaciju kod koje je kut takav da dolazi do destruktivne interferencije. Neka je kut takav da je udaljenost koju je val put prešao iz izvora 3, koji je u središtu otvora, veća od udaljenosti koju je prešao val iz izvora 1 točno za iznos pola valne duljine. Zbog toga će valovi iz izvora 1 i 3 na (b) biti točno u protufazi što će dovesti do destruktivne interferencije. Slično tome, val koji potječe malo ispod izvora 1 poništava val koji potječe na istoj udaljenosti ispod izvora 3. Dakle, svaki val iz gornje polovice otvora poništit će odgovarajući val s donje polovice, pa nikakav val neće doći do zaslona. Ukoliko iskoristimo znanje geometrije trokuta, možemo dobiti da je kut kod kojeg dolazi do prve destruktivne interferencije dan izrazom $\sin\theta = \lambda/W$. Sličnom se analizom može pokazati da se destruktivna interferencija pojavljuje na kutovima za koje vrijedi

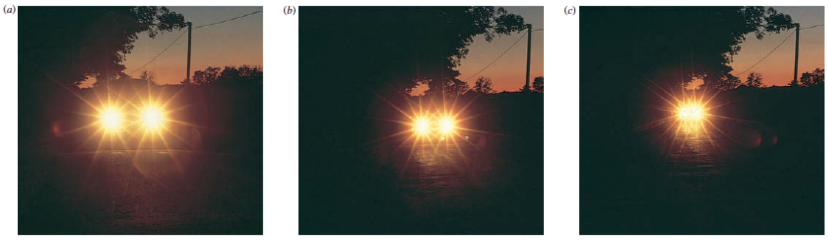
Minimumi destruktivne interferencije kod ogiba $$\sin\theta = m\frac{\lambda}{W} \qquad m = 1, 2, 3, \ldots \qquad (17.1)$$

Između svakog para minimuma, koji je nastao destruktivnom interferencijom, postoji postoje maksimumi koji su posljedica konstruktivne interferencije.

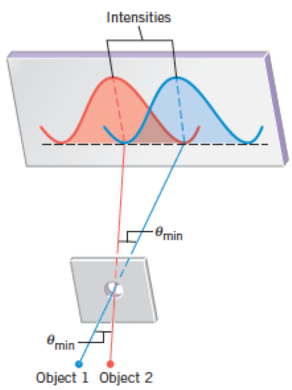
Dosadašnju smo analizu napravili za valove koji se šire u dvije dimenzije. Ukoliko se val širi u tri prostorne dimenzije, kao što je to slučaj sa zvukom, tada otvor može imati različite oblike. Najjednostavniji oblik otvora je kružni. Ukoliko val prolazi kroz kružni otvor dijametra W prvi se minimum pojavljuje na kutu θ za koji vrijedi

Prvi minimum za otvor kružnog oblika $$\sin\theta = 1.22\frac{\lambda}{W} \qquad (17.2)$$

Razlučivost. Na slici dolje prikazane su tri fotografije svjetala automobila koje su snimljene na različitim udaljenostima. Kad je automobil bliže, u slikama (a) i (b), jasno se vide dva odvojena prednja svjetla. No u slici (c), automobil je toliko udaljen da se prednja svjetla jedva razlikuju i izgledaju gotovo kao jedno svjetlo. Razlučivost je snaga nekog instrumenta, poput ovog fotoaparata, da razlikuje dva objekta koji se nalaze u blizini. Npr. da su ove snimke napravljene s fotoaparatom veće razlučivosti, fotografija u dijelu (c) bi također pokazala dva odvojena prednja svjetla. Vidjeli smo da se ogib događa kad val prođe kroz otvor. Taj će ogib za posljedicu imati ograničenje razlučivosti instrumenata.



Instrument može razlučiti dva bliska objekta ukoliko može proizvesti sliku na zaslonu gdje se ti objekti mogu identificirati kao odvojeni objekti. Međutim, zbog ogiba signal koji dolazi na zaslon ima određenu širinu. Zbog toga, daljnjim približavanjem objekata na zaslonu dolazi do preklapanja signala, kao što je to prikazano na slici desno. U se jednom trenutku ti signali toliko preklope da nam dva objekta daju sliku koja izgleda kao da se radi o jednom objektu.



Korisno je imati kriterij koji će nam reći kad se dva bliska objekta mogu uočiti nekim instrumentom. Na slici desno ilustriran je Rayleighijev kriterij razlučivosti, koji glasi:

Rayleighijev kriterij razlučivosti. Dva izvora će se moći razlučiti ukoliko se prvi ogibni minimum jednog izvora poklopi s centralnim maksimumom drugog izvora.

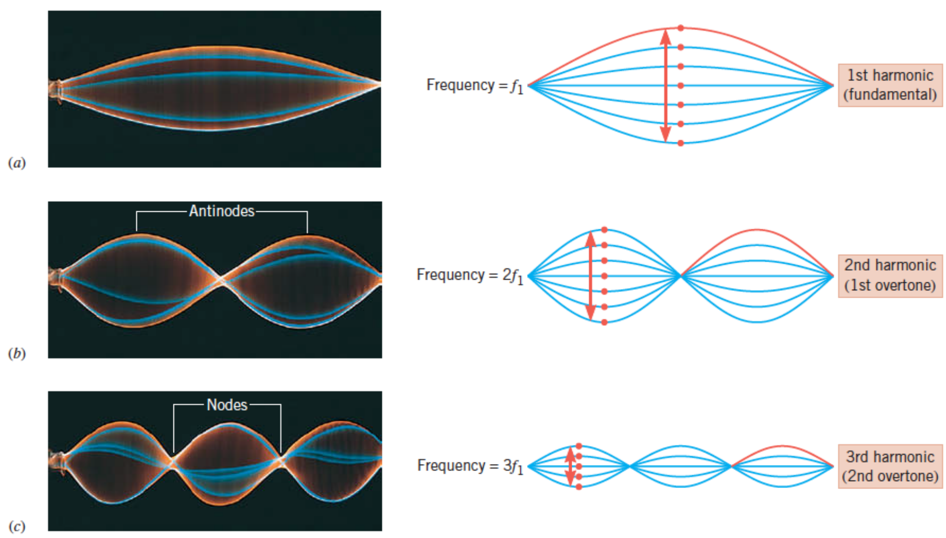
Prema Rayleighijevom je kriteriju, minimalni kut pod kojim dva objekta na slici gore možemo razlučiti, $\theta_{\min}$, dan jednadžbom (17.2). Ako vrijedi da je kut izražen u radijanima $\theta_{\min} \ll 1$, tada vrijedi aproksimacija $\sin\theta_{\min} \approx \theta_{\min}$. Sad jednadžbu (17.2) možmo zapisati kao

$$\theta_{\min} \approx 1.22\frac{\lambda}{W} \qquad (\theta_{\min} \text{ u radijanima}) \qquad (17.3)$$

Razlučivost koju smo upravo razmotrili predstavlja fizikalnu granicu za brojne instrumente koji se koriste u različitim znanstvenim granama. Na primjer, u biologiji valna duljina vidljive svjetlosti puno je veća od pojedinih proteina u živim stanicama, što predstavlja ograničenje za moderne mikroskope. Stoga se danas ulažu veliki napori u razvoj novih mikroskopa koji će omogućiti snimanje živih stanica sa što većom razlučivosti.

Stojni valovi. Stojni val predstavlja još jedan primjer zbrajanja valova. Kao i drugi valovi, stojni valovi mogu biti transverzalni i longitudinalni.

Na slici dolje prikazana su neka bitna obilježja stojnih transverzalnih valova. Na slici možemo vidjeti žicu čiji lijevi kraj titra gore-dolje, dok je desni kraj pričvršćen na zid. Na fotografijama se može vidjeti slika žice koja se giba vrlo brzo tako da njen oblik na slici izgleda kao mrlja. Prikazana su tri različita stojna transverzalna vala. Uočimo da ti valovi imaju različite oblike, ali ih isto tako karakteriziraju neka zajednička svojstva. Svi valovi imaju čvorove te brijegove i dolove. Čvorovi su mjesta koja uopće ne vibriraju, dok su brijegovi i dolovi mjesta na kojima se javlja maksimalno titranje. Desno od svake fotografije nalazi se crtež koji nam pomaže da vizualiziramo kretanje žice u stojnom valu. Crteži predstavljaju zamrznuti oblik žice u različitim vremenima na kojima su crvenim točkama naglašeni maksimumi i minimumi.



Za dobivanje prikazanih stojnih valova, titranje mora biti točno određene frekvencije. Te frekvencije imaju dobro definiran međusobni odnos. Označimo najmanju frekvenciju f_1. Za najmanju frekvenciju, stojni val ima oblik s jednom petljom (slika (a)). Može se pokazati da se veće frekvencije mogu dobiti kao umnožak cijelog broja i f_1, kao što je navedeno na slikama (b) i (c). Frekvencije u ovom nizu (f_1, $2f_1$, $3f_1$, itd.) nazivaju se harmonicima. Najniža frekvencija, f_1, naziva se osnovni harmonik, a veće frekvencije su kao drugi harmonik, $2f_1$, treći harmonik, $3f_1$, i ostale nazivaju se viši harmonici. Broj koji definira pojedini harmonik (1, 2, 3, itd.) odgovara broju petlji (brijegova i dolova) stojnog vala.

Stojni valovi nastaju kao zbroj dva putujuća vala iste amplitude, ali iz suprotnog smjera. Prisjetimo se putujućih valova koje smo naučili u prethodnom predavanju:

Val koji putuje u x smjeru $$y_1 = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - 2\pi f t\right) \qquad (16.3)$$

Val koji putuje u $-x$ smjeru $$y_2 = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + 2\pi f t\right) \qquad (16.4)$$

Ukoliko na njih primijeno princip superpozicije, tj. izračunamo njihov zbroj, dobivamo:

$$\begin{aligned} y = y_1 + y_2 &= A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - 2\pi f t\right) + A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + 2\pi f t\right) \\ &= 2A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cos(2\pi f t) \qquad (17.4) \end{aligned}$$

Dobiveni izraz predstavlja matematiči zapis stojnog vala. Uočimo da su se u ovom zapisu odvojile prostorna i vremenska komponenta, što je karakteristično za stojni val.

Mjesta na kojima nastaju čvorovi, u jednadžbi (17.4), su ona na kojima prostorna komponenta ima vrijednost 0. Dakle, zahtjevamo da vrijedi $\sin(2\pi x/\lambda) = 0$. Ukoliko tražimo da stojni val ima čvorove na rubovima, za žicu duljine L dobivamo uvjet: $\sin(2\pi L/\lambda) = 0$. S obzirom na to da funkcija sinus ima vrijednost 0 za kuteve $0, \pi$, 2π, $3\pi, \ldots$, dobivamo $2\pi L/\lambda = 0, \pi, 2\pi, 3\pi$, itd., pa za valnu duljinu vrijedi $\lambda = \frac{2L}{1}, \frac{2L}{2}, \frac{2L}{3}, \ldots$ (ovdje smo ispustili prvu mogućnost jer ne možemo dijeliti s 0). S obzirom na to da su brzina vala, njegova valna duljina i frekvencija međusobno povezani, $v = \lambda f$, dobivamo

$$f_n = \frac{v}{\lambda} = n \frac{v}{2L} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (17.5)$$

Ovaj izraz nam povezuje duljinu žice, L, brzinu vala, v, te broj harnonika, n, s frekvencijom titranja tog harnomika, f_n.