

5. Brzina svjetlosti

1. Ključni pojmovi

Frekvencija i brzina svjetlosti, zakon loma, indeks loma, goniometar, prizma, permitivnost i permeabilnost vakuuma

2. Teorijski uvod

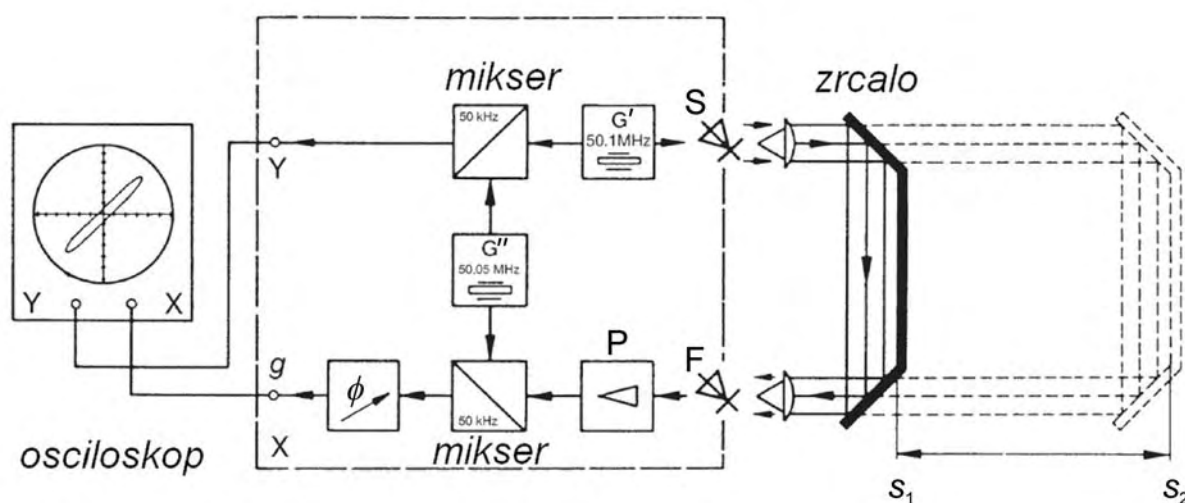
Brzina svjetlosti: Iz Maxwellovih jednadžbi slijedi da je brzina svjetlosti u vakuumu dana s

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, \quad (1)$$

gdje su $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ F/m i $\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6}$ H/m permitivnost i permeabilnost vakuuma. U mediju relativne permitivnosti ϵ_r i relativne permeabilnosti μ_r brzina svjetlosti c_M dana je s

$$c_M = \frac{c_0}{n_M}, \quad (2)$$

gdje je $n_M = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ indeks loma tog medija. (U nemagnetskim medijima je $\mu_r = 1$.)



Slika 1. Shematski prikaz uređaja

Princip mjerenja brzine svjetlosti: Na slici 1 prikazan je na shematski način laboratorijski uređaj za mjerenje brzine svjetlosti. Svjetleća dioda (S) šalje vidljivu crvenu svjetlost na leću iz koje izlazi (približno) paralelan snop svjetlosti. Nakon uzastopnih refleksijskih zrcala, snop svjetlosti se upućuje na drugu leću koja ga fokusira na detektorsku fotodiodu (F).

Vidljiva crvena svjetlost je amplitudno modulirana jer se svjetleća dioda napaja izmjeničnim naponom iz radiofrekventnog generatora (G') frekvencije $\nu' = 50.1$ MHz pa imamo elektromagnetski val (iskazujemo samo električno polje):

$$E(z, t) = E_0 \cos(\omega_m t - k_m z) \sin(\omega t - kz). \quad (3)$$

U ovome izrazu je $\omega = 2\pi\nu$ frekvencija vidljive crvene svjetlosti ($\sim 10^{14}$ Hz) s pripadnim kutnim valnim brojem $k = 2\pi/\lambda$ ($\lambda \approx 650$ nm). Izraz

$$E_m(z, t) = E_0 \cos(\omega_m t - k_m z) \quad (4)$$

predstavlja moduliranu amplitudu vala u kojoj je $\omega_m = 2\pi\nu_m$ ($\nu_m = \nu' = 50.1$ MHz) frekvencija modulacije, a $k_m = 2\pi/\lambda_m$ predstavlja odgovarajući kutni valni broj (λ_m je prostorna periodičnost modulirane amplitude). Trigonometrijskom transformacijom možemo pokazati da je amplitudno moduliran val ekvivalentan superpoziciji dvaju (nemoduliranih) valova na različitim frekvencijama:

$$E(z, t) = E_0 \cos(\omega_m t - k_m z) \sin(\omega t - kz) = \frac{E_0}{2} \sin(\omega_1 t - k_1 z) + \frac{E_0}{2} \sin(\omega_2 t - k_2 z), \quad (5)$$

gdje su $\omega_{1,2} = \omega \mp \omega_m$ i $k_{1,2} = k \mp k_m$. Za elektromagnetske valove u vakuumu vrijedi linearna disperzijska relacija $\omega = ck$, gdje je c brzina svjetlosti jednaka za sve frekvencije. Stoga imamo $\omega_1 = ck_1$ i $\omega_2 = ck_2$ pa iz prethodnih relacija slijedi $\omega_m = ck_m$. Dakle, modulirana amplituda $E_m(z, t)$ propagira se u vakuumu također brzinom svjetlosti. (Nalazimo da je $\omega_m = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}$ i $k_m = \frac{k_2 - k_1}{2}$ pa je $\frac{\omega_m}{k_m} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$ grupna brzina koja je kod linearne disperzijske relacije jednaka faznoj brzini c .)

Ako položaj svjetleće diode (S) označimo kao $z_0=0$, onda na izvoru svjetlosti imamo moduliranu amplitudu

$$E_m(z, t) = E_0 \cos(\omega_m t) \quad (6)$$

dok na udaljenosti duž optičkog puta gdje se nalazi detekcijska fotodioda (F) imamo moduliranu amplitudu

$$E_m(z_F, t) = E_0 \cos(\omega_m t - k_m z_F) \quad (7)$$

koja kasni u fazi za $\varphi_F = k_m z_F$ za onom na izvoru. (Varijablom z označavamo duljinu puta bez obzira na zakretanje na zrcalima.)

Fotodioda daje na izlazu izmjenični napon $V_F \cos(\omega_m t - \varphi_F)$ koji se pojačava na pojačalu (P). Takav signal ulazi u elektronički sklop (mikser) koji ujedno prima signal iz drugog radiofrekventnog generatora (G''), koji radi na malo nižoj frekvenciji $\nu'' = 50.05$ MHz. Mikser na izlazu daje signal koji ovisi o razlici ulaznih frekvencija $\Delta\nu = \nu_m - \nu'' = 50$ kHz i sadrži fazu φ_F . (Ovim postupkom omogućeno je promatranje signala i faznih odnosa na osciloskopu koji ne može opažati visoke frekvencije.) Signal iz miksera ulazi u drugi elektronički sklop (ϕ) pomoću kojega se može dodatno regulirati faza (ručnim namještanjem komandnog dugmeta na aparaturi), tako da na horizontalnu os osciloskopa dolazi signal

$$V_X(t) = V_{X0} \cos(2\pi\Delta\nu t - \varphi_F + \phi). \quad (8)$$

Istodobno iz generatora G' odlazi signal u drugi mikser u koji također dolazi signal iz generatora G'. Na izlazu iz tog miksera dobiva se signal

$$V_Y(t) = V_{Y0} \cos(2\pi\Delta\nu t). \quad (9)$$

Frekvencije $\Delta\nu$ u signalima $V_X(t)$ i $V_Y(t)$ su jednake jer je frekvencija $\nu' = \nu_m$ upotrijebljena i za amplitudnu modulaciju svjetleće diode (S).

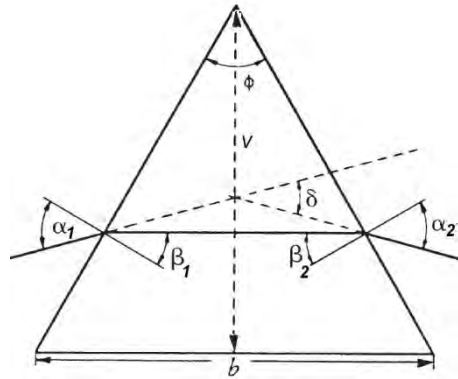
Lom svjetlosti na prizmi: Kada svjetlost valne dužine λ prolazi kroz prizmu, mijenja smjer. Kut devijacije δ (vidi sliku 2) ovisi o kutu upada α_1 , o geometriji prizme te o indeksu loma prizme $n_S(\lambda)$, koji pak ovisi o valnoj dužini svjetlosti. U slučaju kada je kut upada α_1 jednak izlaznom kutu α_2 , zakoni loma na dvjema granicama medija

$$\sin \alpha_i = n_S(\lambda) \sin \beta_i, \quad i = 1, 2 \quad (10)$$

kombiniraju se u izraz

$$n_s(\lambda) = \frac{\sin \frac{\phi + \delta}{2}}{\sin \frac{\phi}{2}}. \quad (11)$$

Ovdje je ϕ kut prizme, a δ je kut devijacije, koji je za ovu geometriju minimalan. Mjerenjem kutova ϕ i δ određujemo $n(\lambda)$.



Slika 2: Lom svjetlosti na prizmi

3. Mjerni uređaj i mjerenje

Direktna metoda: Uređaj je prikazan na slici 3. Najvažniji dio vježbe je pravilno namještanje uređaja.

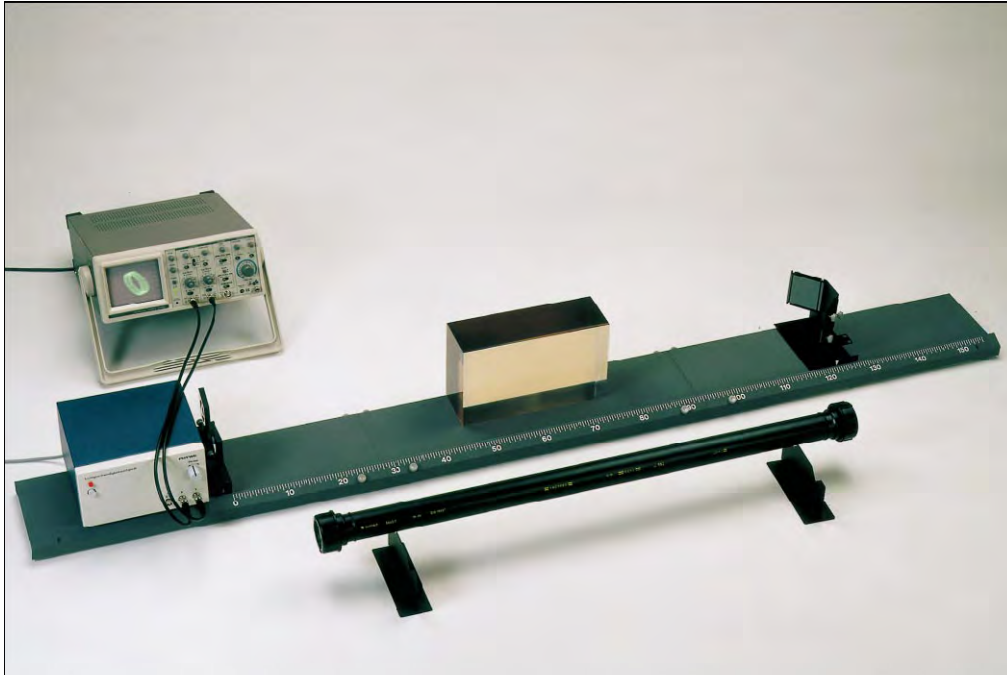
Mjerenje se izvodi tako da se zrcala postave u „multi“ položaj (položaj 0 cm na skali, odnosno položaj s_1 na slici 1). Stavite na zrcalo, na koje upada svjetlost emitirana iz svjetleće diode, bijelu plastičnu masku, s otvorom u sredini. Centrirajte leću tako da snop svjetlosti bude nešto veći od otvora na maski. Centrirajte drugu leću ispred fotodiode tako da se snop svjetlosti reflektiran s para zrcala fokusira na diodu. Neka su leće udaljene od dioda 3.5 do 4 cm. Finim centriranjem prve pa druge leće postignite što veću amplitudu Y signala. Pokušajte povećati amplitudu signala pomoću vijaka na poleđini zrcala. Ne okretati vijke više od dva okreta. Osjetljivost kanala X i Y se podesi tako da pravac bude što bliže simetrali prvog i trećeg kvadranta na ekranu. (Tijekom mjerenja treba provjeriti podešenost uređaja nakon svake promjene položaja zrcala, te po potrebi ponoviti centriranje.)

Sada treba ručno namjestiti fazu ϕ tako da postane jednaka faznom kašnjenju φ_F zbog optičkog puta od svjetleće diode S do fotodiode F. Tada su signali $V_X(t)$ iz jednadžbe (8) i $V_Y(t)$ iz jednadžbe (9) međusobno u fazi. Signal na osciloskopu u X-Y prikazu ima oblik pravca kroz prvi i treći kvadrant. Kada se zrcala odmiču, povećava se optički put pa se mijenja i faza φ_F . Za pomak zrcala od položaja s_1 na položaj s_2 , promijeni se optički put za $\Delta z = 2\Delta s = 2(s_2 - s_1)$, a fazno kašnjenje za iznos

$$\Delta\varphi_F = k_m \Delta z. \quad (12)$$

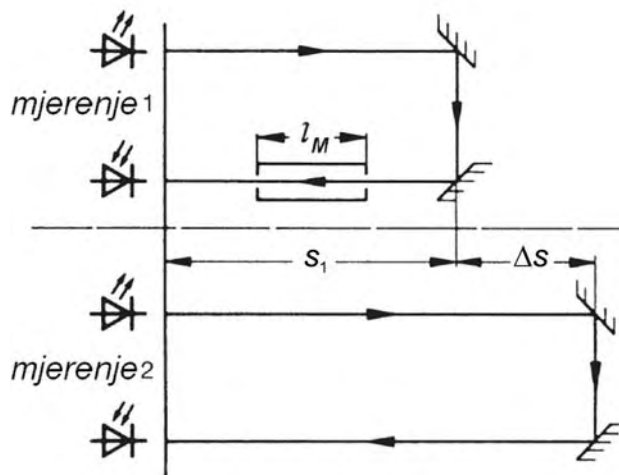
Slika na osciloskopu prelazi u nakošenu elipsu pa u horizontalno položenu elipsu (za $\Delta\varphi_F = \pi/2$). Za točno mjerenje povoljno je odrediti položaj zrcala kad nastaje fazni pomak $\Delta\varphi_F = \pi$, što se vidi na ekranu osciloskopa kada signal postaje iznova pravac, ali kroz drugi i četvrti kvadrant. U tom položaju imamo $2k_m(s_2 - s_1) = \pi$. Uzimajući u obzir prethodno utvrđenu relaciju $\omega_m = ck_m$, možemo konačno pisati za brzinu svjetlosti

$$c = \frac{2}{\pi} \omega_m (s_2 - s_1) = 4\nu_m (s_2 - s_1). \quad (13)$$



Slika 3. Mjerenje brzine svjetlosti direktnom metodom

Mjerenje brzine svjetlosti u mediju indeksa loma n se izvodi na sličan način. Između svjetleće diode i para zrcala postavi se cijev ispunjena vodom ili blok sintetičke smole dužine l_M (slika 4.1). Pomoću dugmeta "Phase" postignite na ekranu pravac (kroz drugi i četvrti kvadrant). Uklonite cijev s vodom odnosno blok sintetičke smole. Na ekranu osciloskopa vidi se elipsa. Pomičite par zrcala do (prve) ponovne pojave pravca, što ukazuje da je opet uspostavljena ista fazna razlika (slika 4.2).



Slika 4. Mjerenje brzine svjetlosti u mediju indeksa loma n

Primjenjujući jednadžbu (7) na prvi slučaj, možemo reći da je fazno kašnjenje na fotiodi u odnosu na izvor

$$\varphi_F = k_m(z_F - l_M) + k_{mM}l_M \quad (14)$$

jer je geometrijski put svjetlosti u vakuumu (zraku) skraćen za $z_F - l_M$, a pojavljuje se put l_M kroz medij M . Frekvencija ω_m se u mediju ne mijenja, ali je brzina jednaka c/n , tako da disperzijska relacija u mediju glasi $\omega_m = \frac{c}{n}k_{mM}$. U mediju se promijeni kutni valni broj $k_{mM} = nk_m$ (odnosno, skrati se $\lambda_{mM} = \lambda_m/n$). Zato jednadžbu (14) možemo pisati u obliku

$$\varphi_F = k_m [z_F + (n - 1)l_M] . \quad (15)$$

U drugome slučaju, kada je uklonjen medij, povećan je geometrijski put na $z_F + 2\Delta s$ da bi se na fotiodiodi postigla ista faza kao u prvom slučaju, pa možemo izjednačiti

$$k_m [z_F + (n - 1)l_M] = k_m (z_F + 2\Delta s) . \quad (16)$$

Iz ove jednadžbe slijedi konačni izraz

$$n = \frac{2\Delta s}{l_M} + 1 . \quad (17)$$

Očitajte s_1 , s_2 i l_M te procijenite pogreške.



Slika 5. Goniometar s prizmom

Mjerenje pomoću prizme: Koristimo svjetlost triju valnih dužina iz emisijskog spektra helijeve lampe: $\lambda_{crvena} \approx 650 \text{ nm}$, $\lambda_{zuta} \approx 580 \text{ nm}$ i $\lambda_{ljubičasta} \approx 400 \text{ nm}$. Spektralna cijev postiže maksimum intenziteta svjetlosti nakon zagrijavanja od 5 minuta.

Postupajte s goniometrom oprezno. Uklonite prizmu s njenim postoljem s goniometra. Pazite da se prizma ne dira golim prstima. Pronađite sliku pukotine u okularu. Ona i slika nitnog križa moraju biti oštre, a slika nitnog križa mora biti na sredini pukotine. Također, podesite širinu pukotine. Budući da u ovom položaju okulara mjerimo smjer upadne zrake, korisno je skalu od 360° zarotirati da se njen nulti položaj podudara s nulnim položajem noniusa te zaključiti skalu s gornjim vijkom na desnoj strani. Na ovaj način kut koji mjerimo prilikom pomaka okulara u lijevo ili u desno odgovara kutu devijacije (koristite nonius za točnije očitavanje kuta). Vratite prizmu s postoljem na goniometar te pronadite položaj okulara u kojem se vide spektralne linije. Vrtanjom stolića s prizmom postići uvjet minimalne devijacije. Izmjeriti kut minimuma devijacije za tri spomenute spektralne linije. Donji vijak s desne strane postolja služi za fiksiranje okulara, a donji vijak s lijeve strane postolja za fino pomicanje okulara nakon fiksiranja. Kut prizme odredite iz podataka $b = (32.14 \pm 0.01) \text{ mm}$, $v = (27.95 \pm 0.01) \text{ mm}$ (slika 2).

4. Zadaci

1. Grupe A i B: Odredite brzinu svjetlosti u zraku.

2. Grupa A: Odredite brzinu svjetlosti u vodi te izračunajte pripadni indeks loma.

Grupa B: Odredite indeks loma stakla za tri gore spomenute valne dužine svjetlosti iz helijevo emisijskog spektra, te izračunajte pripadne brzine svjetlosti.

3. Grupa B: Odredite brzinu svjetlosti u sintetskoj smoli te izračunajte pripadni indeks loma.

Grupa A: Odredite indeks loma stakla za tri gore spomenute valne dužine svjetlosti iz helijevo emisijskog spektra, te izračunajte pripadne brzine svjetlosti.