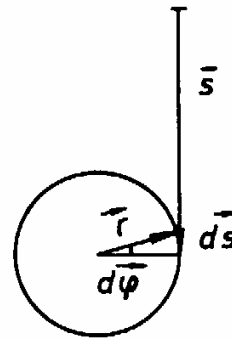


1b. Zakon očuvanja mehaničke energije

1. Ključni pojmovi

Gravitacijska potencijalna energija, translacijska i rotacijska kinetička energija, Maxwellov disk, moment tromosti, kutna brzina, kutno ubrzanje, kotrljanje bez klizanja

2. Teorijski uvod



Slika 1. Maxwellov disk. Desno: presjek osovine diska s namotanom niti

U zatvorenome mehaničkom sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan. Očuvanje mehaničke energije proučavat ćemo uređajem koji se zove Maxwellov disk. To je disk velika momenta tromosti, na čiju su osovinu namotane dvije niti obješene na stalak.

Razmatranje gibanja Maxwellova diska ekvivalentno je razmatranju kotrljanja okrugla tijela niz kosinu bez klizanja (vidi “Udžbenik fizike Sveučilišta u Berkeleyu” – Svezak I, str. 146). Problem se može riješiti na tri načina, od kojih ćemo mi odabrati razmatranje energije.

U početku eksperimenta disk miruje i taj položaj označimo kao ishodište potencijalne energije ($E_p = 0$). Otpuštanjem diska počinje odmotavanje niti s osovine te počinje rotacija diska i njegovo spuštanje. U bilo kojem kasnijem trenutku imamo tri doprinosa energiji: kinetičku

energiju translacije težišta $E_t = \frac{1}{2}mv^2$, kinetičku energiju rotacije diska $E_r = \frac{1}{2}I_z\omega^2$ i

potencijalnu energiju $E_p = -mgs$. Ovdje smo uzeli da je potencijalna energija nula kada se disk nalazi u početnom položaju i veličinu s mjerimo prema dolje. Bitno je uočiti da je brzina translacije težišta diska (brzina propadanja diska) po iznosu jednaka obodnoj brzini osovine (brzina odmatanja niti) $v = \omega r$, gdje je r polumjer osovine uvećan za širinu niti. Budući da pretpostavljamo kako je ukupna mehanička energija očuvana, možemo pisati:

$$E_{uk} = 0 = -mgs + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\frac{I_z}{r^2}v^2. \quad (1)$$

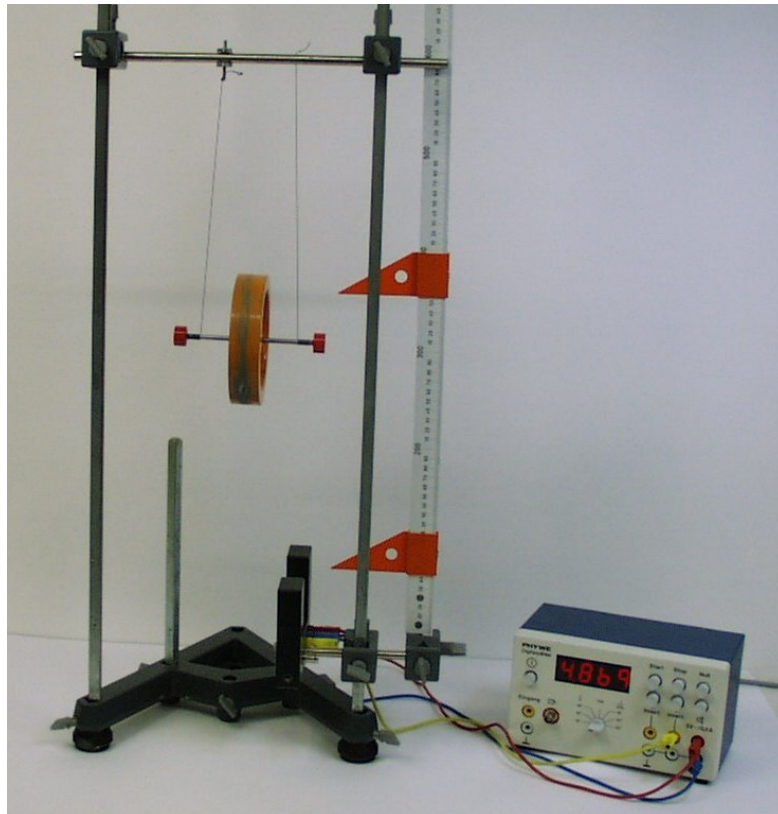
Deriviranjem ove jednadžbe po vremenu, dobivamo ubrzanje težišta

$$a = \frac{mg}{m + \frac{I_z}{r^2}}, \quad (2)$$

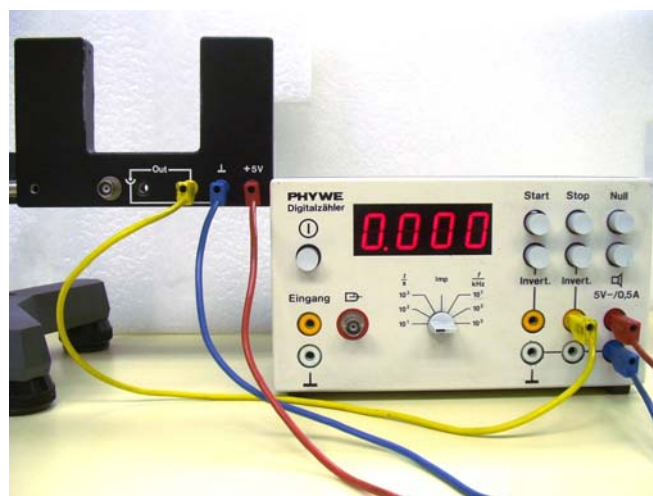
a budući da u $t=0$ vrijedi $s=0$ i $v=0$, imamo relacije za prijeđeni put i brzinu:
 $s(t) = (1/2)at^2$ i $v(t) = at$.

3. Mjerni uređaj i mjerenje

Eksperimentalni uređaj, prikazan na slici 2, sastoji se od stalka, vodoravna štapa o koji su obješene niti s Maxwellovim diskom, fotoćelije s elektroničkom zapornom urom i mjerne skale na štapu s pokazivačima.



Slika 2. Eksperimentalni uređaj



Slika 3. Ispravan spoj fotoćelije i zaporne ure

Pomoću regulirajućeg vijka na štapu koji nosi niti, može se osovinu Maxwellova diska postaviti vodoravno kako bi gustoća namatanja niti bila približno jednaka s obje strane diska. Neravnomjerno namatanje niti uzrokuje nepravilno gibanje diska. Fotoćeliju je, nakon priključivanja na elektroničku zapornu uru (štopericu), potrebno inicijalizirati pritiskom na tipku SET na pozadini fotoćelije. Fotoćelija je spremna za uporabu tek kad crvena lampica trepće pri svakom prekidanju snopa što možete provjeriti i prstom (zaporna ura mora biti uključena no ne mora mjeriti vrijeme). Kada osovinu diska presiječe svjetlosni snop, detektor šalje signal na zapornu uru. Zaporna ura, tj. njezin okidač, spaja se u žutu utičnicu ispod tipke STOP (vidi sliku 3). Mjerenje se izvodi tako da se namatanjem niti disk podigne na određenu visinu. Jedan pokazivač na mjernoj skali postavi se na tu visinu, a drugi na visinu svjetlosnog snopa fotoćelije. U trenutku otpuštanja diska pritisne se tipka START na zapornoj uri, a u trenutku kada osovinu diska presiječe svjetlosni snop fotoćelije, zaporna će se ura zaustaviti. Na taj se način udaljenost s i vrijeme t mogu precizno mjeriti neovisno jedno o drugome.

Polumjer osovine diska je $r_0 = 2.5 \text{ mm}$, a masa diska je $m = 0,436 \text{ kg}$.

4. Zadaci

Napomena: Podatke u 1. i 2. zadatku obradite s pomoću programskog paketa *Mathematica*.

1. Izmjerite vrijeme poniranja diska za desetak različitih visina s (na svakoj visini mjerite 5 puta). Pretpostavite da je ovisnost prijednog puta o vremenu oblika $s = \text{const} \cdot \bar{t}^\alpha$ i logaritamskim grafom odredite eksponent α .
2. Prikažite mjerene vrijednosti u $s - \bar{t}^2$ dijagramu. Iz nagiba pravca izračunajte moment inercije I_z uz pretpostavku da je $r = 2.5 \text{ mm}$ i uz pretpostavku da je $r = 3 \text{ mm}$.
3. Odaberite najveću visinu s i izračunajte potencijalnu, translacijsku i rotacijsku energiju na visini fotoćelije uz pretpostavku dvaju različitih radijusa ($r = 2.5 \text{ mm}$ i $r = 3 \text{ mm}$). Kolika je ukupna energija u svakom od tih slučajeva?
4. Ako zanemarimo središnje šipke, Maxwellov disk možemo aproksimirati šupljim valjkom. Pomičnom mjerkom izmjerite njegov vanjski i unutarnji promjer i izračunajte moment inercije. Svako mjerenje napravite barem 3 puta te izračunajte pogreške mjerenih veličina. Usporedite dobiveni rezultat s rezultatom drugog zadatka.