

## Probni Kolokvij Vol. 1

(I) Numerički zadaci:

### 1. Kavitacija.

(a) Suma statičkog i dinamičkog tlaka u svakoj točki strujnice mora biti jednaka:

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 . \quad (1)$$

Brzina  $v_0 = 0$  je brzina daleko od propelera a  $v_1$  je brzina na rubu propelera:  $v_1 = \omega R$ , stoga:

$$p_0 = p_1 + \frac{1}{2}\rho R^2 \omega^2 . \quad (2)$$

(b) Tlak vode na rubu propelera se dobije koristeći relaciju iz prošlog dijela (2):

$$p_1 = p_0 - \frac{1}{2}\rho R^2 \omega^2 . \quad (3)$$

(c) Iz Clausius - Clapeyronove relacije napišemo izraz za tlak pare pri  $T = 5 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$p_{atl} = p_0 \exp \left[ \frac{L_{vap}}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] ,$$

nakon čega taj tlak prikažemo preko relacije (3):

$$p_{atl} = p_0 - \frac{1}{2}\rho R^2 \omega^2 .$$

Uvrštavanjem se dobije:

$$\omega = \sqrt{\frac{2p_0}{\rho R}} \sqrt{1 - \exp \left[ \frac{L_{vap}}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right]}$$

Tlak vode na rubu propelera je u Atlantiku jednak tlaku pare kada je  $\omega = 3.3 \text{ rad/s} = 31.7$  okretaja u minuti.

(d) Broj okretaja se u tropskom moru smanji:  $\omega_{tropic} = 2.8 \text{ rad/s}$ .

### 2. I hladno je gadno.

(a) Prst se hladi dok se ne ohladi na  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  a nakon toga mu je temperatura konstantna dok se smrzava.

(b) Promjena topline prsta u jako kratkom vremenu je povezana uz promjenu njegove temperature. To je ujedno i toplota koja prijeđe iz prsta u dušik:

$$dQ = m_{prst} c dT = -\Lambda(T - T_0) dt .$$

Predznak minus je zbog činjenice da prst gubi toplinu s vremenom. Separacijom varijabli dolazimo do relacije:

$$\frac{dT}{T - T_0} = \frac{\Lambda}{m_{prst} c} dt .$$

Integriranjem po T od  $T_{tijelo} = 37 \text{ }^\circ\text{C}$  do  $T_{led} = 0 \text{ }^\circ\text{C}$  dobije se vrijeme  $\tau_1$ :

$$\int_{T_{tijelo}}^{T_{led}} \frac{dT}{T - T_0} = -\frac{\Lambda \tau_1}{m_{prst} c} ,$$
$$\tau_1 = \frac{m_{prst} c}{\Lambda} \ln \frac{T_{tijelo} - T_0}{T_{led} - T_0} .$$

(c) Jednom kad je prst na  $0^\circ\text{C}$ , treba ga cijelog smrznuti. Toplina koju je potrebno odvesti je latentna toplina smrzavanja:

$$Q = m_{prst}L_{prst}$$

(d) Čitav prst je tokom smrzavanja na istoj temperaturi  $T_{led}$  pa se vrijeme potrebno za izmjenu te količine topline dobije iz:

$$Q = \Lambda(T_{led} - T_0)\tau_2$$

izjednačavanjem s (c) se dobije vrijeme da se cijeli prst smrzne:

$$\tau_2 = \frac{m_{prst}L_{prst}}{\Lambda(T_{led} - T_0)}$$

(e) Ukupno vrijeme smrzavanja prsta:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = \frac{m_{prst}}{\Lambda} \left[ c \ln \frac{T_{tijelo} - T_0}{T_{led} - T_0} + \frac{L_{prst}}{(T_{led} - T_0)} \right]$$

Uvrštavanjem brojeva dobije se  $\tau = 12.6$  s.

### 3. Opasan balon.

(a) jednačba idealnog plina za helij u balonu:

$$(p + \Delta p)V = nRT,$$

što daje volumen balona. Uzgon je  $F_u = V\rho_{zrak}g$ , a za zrak također vrijedi jednačba idealnog plina:

$$p = \frac{\rho_{zrak}}{M_{zrak}}RT$$

Uvrštavanje daje

$$F_u = M_{zrak}ng \frac{p}{p + \Delta p}$$

(b) Rad potreban za povećanje volumena je  $dW = \Delta p dV = 4\pi\Delta p r^2 dr$ , a promjena unutrašnje energije  $dU = \frac{dU}{dr}dr = 4\pi\kappa RT \left( 4r - 4\frac{r^6}{r^5} \right)$ . Izjednačavanje daje

$$\Delta p = \frac{4\kappa RT}{r_0} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda^7} \right)$$

(c) ponovno pišemo jednačbu idealnog plina za helij u balonu,

$$(p_0 + \Delta p)V = (p_0 + \Delta p)V_0\lambda^3 = nRT,$$

gdje je  $V_0 = \frac{4}{3}r_0^3\pi$ . Razliku tlakova  $\Delta p$  smo našli u prethodnom zadatku, pa uvrštavanje daje

$$p_0\lambda^3 + \frac{4\kappa RT}{r_0} \left( \lambda^2 - \frac{1}{\lambda^5} \right) = \frac{nRT}{V_0}$$

Za navedene brojeve, dominira član uz  $\lambda^3$ .

(d) Ravnoteža sila kaže

$$mg = F_u = M_{zrak}ng \frac{p}{p + \Delta p}$$

ako zanemarimo  $\Delta p$ , ispada vrlo jednostavno  $n = m/M_{zrak}$ , što uz dane brojeve daje  $n \approx 17000$  mol.

(e) da bismo našli  $\lambda$ , koristimo vezu iz (c), koja uz zanemarivanje članova s  $\kappa$  daje

$$\lambda = \left( \frac{nRT}{PV_0} \right)^{1/3} \approx 1.3$$

**(II)** Konceptualni zadaci:

1. Benzin je manje gustoće od vode, brzo će isplivati i nastaviti goriti na površini vode.
2. Zbog termičkog rastezanja.
3. Zato što je stan s frižiderom zatvoren sustav, a hlađenje bi uzrokovalo smanjenje entropije.
4. Broj konfiguracija molekula plina u kojima je plin jednoliko raspoređen svugdje je mnogo veći.
5. Jer metal puno brže odvodi toplinu s prsta (ili čega već)