

Ispit Vol. 5

"Milosti ne tražim, niti bih je imao prema vama"

– R. Končar

1. *Dimenzionala*. Pomoću dimenzionalne analize i mozga nađite sljedeće važne veličine:

(a) Planckovo vrijeme – da bismo opisivali procese kraće od njega moramo znati kvantnu teoriju gravitacije – ako ono ovisi samo o gravitacijskoj konstanti G , Planckovoj konstanti \hbar i brzini svjetlosti c . (3 boda)

(b) gustoće energije električnog i magnetskog polja, ako znamo da one ovise samo o iznosima polja i o konstantama ε odnosno μ . (3 boda)

(c) vodljivost bakra, ako ona ovisi samo o efektivnoj masi elektrona m_e , relaksacijskom vremenu τ , naboju elektrona e i volumnoj gustoći elektrona n . (3 boda)

Ukupno: 9 bodova

2. *Ljuljanje broda*. U prirodi brodova je da se ljuljaju, pa zašto onda ne bismo rješavali i zadatak na tu temu.

(a) zamisli brod kao stijenku valjka polumjera R odrezanu na nekoj visini (slika 1), mase m . Razdvoji stijenku na male komadiće i pokaži da je moment inercije odrezane stijenke oko središnje osi valjka uvijek mR^2 , bez obzira na kojoj visini ju odrežemo. (4 boda)

(b) težište stijenke valjka odrezane na pola je od osi valjka udaljeno $2/\pi R$. Nađi moment inercije stijenke oko težišta. (2 boda)

(c) kad je valjak-brod u vodi, gravitacija djeluje na centar mase (težište), a uzgon na centar uzgona. Ako je centar uzgona D metara iznad centra mase, skiciraj sile koje djeluju kad je brod vertikalna i kad je malo nagnut (za kut ϕ). (2 boda)

Sad smo spremni da nađemo vlastitu frekvenciju titranja broda, ako ga se malo nagne i pusti.

(d) pretpostavimo (što nije baš točno) da se brod ljulja oko osi koja prolazi centrom uzgona. Nađi moment inercije oko te osi i napiši jednadžbu gibanja za kut ϕ . (4 boda)

(e) svedi jednadžbu gibanja na oblik jednadžbe harmoničkog oscilatora i nađi vlastitu frekvenciju oscilacija broda. Uvrsti $R = 10$ m, $D = 1$ m i $g = 10$ m/s² i nađi iznos frekvencije. (4 boda)

Ukupno: 16 bodova

3. *Varaktor*. Osim ručno promjenjivih kondenzatora, dosjetili smo se napraviti i 'kondenzatore' čiji kapacitet možemo mijenjati jednostavnom upotrebom istosmjernog napona – varaktore. To su posebne diode koje se koriste u mnogim radiofrekventnim krugovima (između ostalog u svakom FM radiju i televizoru), a za izmjeničnu struju se ponašaju kao obični kondenzatori.

(a) neka je varaktor spojen u paralelu sa zavojnicom induktiviteta $2.2 \mu\text{H}$. Koliki mora biti njegov kapacitet da bi taj LC krug bio u rezonanciji na 101.0 MHz ? (2 boda)

(b) varaktor je i dalje u LC krugu iz (a), ali sad mu želimo mijenjati kapacitet primjenom istosmjernog (DC) napona (slika 2). Koji element možemo staviti u krug da radiofrekventni napon ne 'curi' prema DC izvoru? (2 bod)

(c) ovisnost kapaciteta varaktora o DC naponu dana je s $C = C_0\sqrt{V_0 - V}$, gdje je $C_0 = 3 \text{ pF}/\sqrt{\text{V}}$ i $V_0 = 20 \text{ V}$. Nađi napon potreban da rezonantna frekvencija bude 101.0 MHz . (2 boda)

(d) želimo linearno (u vremenu) tražiti radiostanice, prelazeći po frekvencijama od 87 do 107 MHz , tako da frekvencija ovisi o vremenu kao

$$\nu = \nu_0 + At$$

gdje je $\nu_0 = 87 \text{ MHz}$, a $A = 0.2 \text{ MHz/s}$. Kako mora napon na varaktoru ovisiti o vremenu da bismo dobili takvu frekvenciju u vremenu? (5 bodova)

Ukupno: 11 bodova

4. *Nuklearna kvadrupolna rezonancija*. Mnoge atomske jezgre nisu savršene kugle, nego su izdužene (ili spljoštene). To omogućava da na lukav način proučavamo električna polja u njihovoj blizini, što je vrlo korisno u istraživanju raznoraznih kristala i molekula. Krećemo od jednostavnog slučaja linearne molekule.

(a) zamisli izduženu atomsku jezgru ^{33}S kao dva točkasta naboja *jednakih* predznaka i iznosa q , spojenih štapićem Δr . Jezgra se nalazi u linearnoj molekuli SO_2 , u dvije moguće orijentacije A i B (Slika 3). Koja od njih ima manju energiju? argumentiraj ukratko. (3 boda)

(b) ako su atomi O udaljeni od S za D , napiši elektrostatski potencijal na mjestu sumpora. Naboj kisika je $-Q$. (2 boda)

(c) da bismo izračunali razliku energija orijentacija A i B , trebaju nam druge derivacije potencijala:

$$E_A \approx 2qV(\mathbf{r} = 0) + \frac{1}{2} \frac{d^2V}{dx^2} q\Delta r^2, \quad E_B \approx 2qV(\mathbf{r} = 0) + \frac{1}{2} \frac{d^2V}{dy^2} q\Delta r^2$$

Nađi potencijal na x i y -osi u blizini ishodišta. (5 bodova)

(d) Izračunaj druge derivacije iz (c) i nađi razliku $E_A - E_B$. (2 boda)

(e) ako je $q = 16.5e$, $Q = 0.2e$, a $D = 1.6 \text{ \AA}$, nađi frekvenciju kvadrupolne rezonancije jezgre ^{33}S u molekuli SO_2 , $\nu_{NQR} = (E_A - E_B)/h$, gdje je h Planckova konstanta. (2 boda)

Ukupno: 14 bodova