

Ispit Vol. 1

"I wish I could write as mysterious as a cat."

– E. A. Poe

1. *Dimenzionalna svaštara* 2. U ovom zadatku ćete pomoću dimenzionalne analize (dakle bez nepotrebnih komplikacija i uvijek do na konstantu) izvesti neke male ali bitne stvari.

(a) Izvedi dimenzionalnom analizom formulu za vlastitu frekvenciju LC kruga, znamo da frekvencija ovisi samo o induktivitetu zavojnice, L , i kapacitetu kondenzatora, C . (7 bodova)

(b) Nađi do na konstantu tzv. Planckovu duljinu (duljinu na kojoj bi trebali biti vidljivi efekti kvantne gravitacije) ako znamo da ona ovisi samo o Planckovoj konstanti \hbar , gravitacijskoj konstanti G i brzini svjetlosti c . (7 bodova)

(c) Parametar koji u mehanici fluida govori je li tok kroz neku cijev turbulentan ili 'uredan' zove se Reynoldsov broj. Nađi formulu za Reynoldsov broj, ako znamo da on ovisi samo o brzini strujanja tekućine v , polumjeru cijevi L , viskoznosti tekućine η i gustoći tekućine ρ . Sam Reynoldsov broj nema dimenziju, a dimenzija viskoznosti je $\text{Pa} \cdot \text{s}$ (7 bodova)

Ukupno: 21 bod

2. *Šumski požar*. Cilj ovog zadatka je napraviti i istražiti vrlo jednostavan model šumskog požara, koji će imati neka od bitnih svojstava pravog požara. Pa pozabavimo se najprije gorenjem jednog stabla.

(a) Neka piroman zapali dno stabla jele, visokog $H = 20$ m. Ako se vatra širi prema gore konstantnom brzinom $v = 0.5$ m/s, za koliko vremena izgori cijelo stablo? (4 boda)

(b) Realističnije je uzeti da se vatra širi sve brže, i to tako da je promjena brzine širenja proporcionalna toj brzini, $\frac{dv}{dt} = \gamma v$ (uz $\gamma = 3 \text{ s}^{-1}$). Riješi diferencijalnu jednadžbu za $v(t)$, i uvrsti da je početna brzina vatre $v_0 = 0.2$ m/s. (6 bodova)

(c) Nađi vrijeme koje je potrebno vatri da dođe od dna do vrha stabla ako vrijede pretpostavke iz (b). (3 boda)

Sad se možemo posvetiti najglupljem mogućem modelu šume – jednodimenzionalnom drvoredu.

(d) U beskonačnom drvoredu stoje stabla jele visine $H = 20$ m i udaljena međusobno $a = 10$ m. Jedno od stabala se zapali. Ako s njega na iduće iskra preskoči nakon $\tau = 20$ s, nađi brzinu širenja požara (vrijeme od zapaljenja do preskoka iskre je isto za svako sljedeće drvo). (3 boda)

(e) Vatrogasac Johnny O'Smudich trči za požarom i gasi. Nađi koliko mora imati akceleraciju da bi uspio pratiti požar, ako od jednog do drugog drva jednoliko ubrzava (iz mirovanja), i kod svakog drva stoji i gasi 30 s. (6 bodova)

(f) Uzmimo sad da nema vatrogasca, ali upotrijebimo bolji model gorenja stabla iz (b) i (c), i opet pretpostavimo da iskra može na drugo drvo skočiti tek nakon što vatra na datom drvetu gori $\tau = 20$ s. Uzimajući da je početna brzina vatre na svakom novom drvetu uvijek v_0 i da iskra skače horizontalno, nađi broj stabala koja će biti zapaljena prije nego širenje požara prestane. (7 bodova)

Ukupno: 29 bodova

3. *Pravi kondenzator.* Svaki realni kondenzator nažalost nije idealan. Ovdje ćemo ispitati posljedice najjednostavnije vrste neidealnosti. Neka je dakle između ploča kondenzatora materijal dielektrične konstante ϵ i vodljivosti ρ .

(a) Ako je površina ploča S , a udaljenost D , nađi otpor i kapacitet između ploča. (4 boda)

(b) Nacrtaj ekvivalentni krug (napravljen od idealnih kondenzatora i otpornika) za naš neidealni kondenzator. (7 bodova)

(d) Ako na ploče kondenzatora spojimo izmjenični napon $V = V_0 \cos \omega t$, napiši odgovarajući kompleksni napon i nađi kompleksnu impedanciju kondenzatora u ovisnosti o frekvenciji ω . (6 bodova)

(e) Analiziraj ponašanje impedancije na vrlo niskim i vrlo visokim frekvencijama. U odnosu na što treba određivati je li frekvencija niska ili visoka? (4 boda)

Ukupno: 21 bod

4. *Podivljala magnetska mješalica.* U ovom zadatku ćemo otkriti što se desi kada se s nekim instrumentima radi izvan preporučenih granica. No najprije se pitamo: kako zavrtiti štapičasti magnet? U tu svrhu zamislite sustav od četiri jednake strujne petlje polumjera $R = 5$ cm složene tako da čine kvadrat. Nasuprotne petlje su spojene zajedno, i nazovimo ih parovima A i B (slika). Polje jednog para u sredini kvadrata je $B_{A,B} = KI_{A,B}$, gdje je K neka konstanta, a $I_{A,B}$ struje kroz par A odnosno B .

(a) Skiciraj smjerove polja ako struja teče samo kroz par A ili samo kroz par B . (3 boda)

(b) Nađi polje i označi mu smjer ako kroz par A i par B u isto vrijeme teče jednaka struja I . (5 bodova)

(c) Neka sad kroz zavojnice teku izmjenične struje $I_A = I_0 \cos \omega t$ i $I_B = I_0 \cos(\omega t + \phi)$. Izračunaj iznos polja (u ovisnosti o vremenu). Za koju vrijednost faze ϕ iznos postaje neovisan o vremenu? (8 bodova)

Ako dakle dobro namjestimo faze struja kroz četiri zavojnice, dobivamo rotirajuće magnetsko polje konstantnog iznosa! Logično, kad stavimo magnet u takvo polje, i on će se okretati, i to upravo frekvencijom ω .

(d) Dokaži tu tvrdnju. Napiši moment sile na štapičasti magnet dipolnog momenta μ u (rotirajućem) polju B i nađi uvjet ravnoteže (zanemari sve druge sile na magnet). Obrazloži. (5 bodova)

(e) Recimo da sad magnet stavimo u posudu da miješa tekućinu. Ako na magnet zbog viskoznosti djeluje stalni moment $M = \Gamma\omega$, gdje je Γ konstanta, nađi kut θ koji magnet zatvara s vektorom rotirajućeg polja (dugo vremena nakon uključivanja rotacije). (4 boda)

(f) Ako kut θ mora biti manji od $\pi/4$ da bi mješalica funkcionirala, na koju kutnu brzinu ju mora neodgovorna laboratorijska osoba Missy K. Nutter staviti da se zavojnice razlete, ako se to događa pri struji od $I_0 = 100$ A? Magnetski moment magneta je $\mu = 0.5$, a konstante su $\Gamma = \text{A}\cdot\text{m}^2$ i $K = 5 \text{ mT/A}$. (4 boda)

Ukupno: 29 bodova