

Teška Zadaća 2

1. Top mase M počinje bez trenja klizati niz kosinu koja zatvara kut α s horizontalom. Nakon što top prijeđe udaljenost l , ispali granatu koja iz cijevi izlazi horizontalno, s impulsom $\mathbf{p}$. Nakon ispaljivanja granate, top stane. Ako je masa granate zanemariva u odnosu na masu topa, izračunaj koliko je vremena granata provela u cijevi.
2. Granata leti brzinom $v_0 = 500$ m/s i eksplodira stvarajući tri jednaka dijela. Kinetička energija sistema se pri tome poveća $\eta = 1.5$ puta. Koliku maksimalnu brzinu može dobiti neki od dijelova?
3. Čestica mase m_1 elastično se sudara s mirujućom česticom mase m_2 ($m_1 > m_2$). Nađi maksimalni kut (u odnosu na smjer brzine prije sudara) pod kojim čestica 1 može izaći nakon sudara.
4. Dva mala identična diska mase m povezana su oprugom ravnotežne duljine l_0 konstante κ i leže na glatkoj horizontalnoj podlozi. U nekom trenutku jedan od diskova biva gurnut brzinom v_0 , koja ima smjer okomit na oprugu. Nađi maksimalno produljenje opruge tokom gibanja sistema, ako se zna da je ono puno manje od l_0 .
5. Nađi moment inercije stošca mase m i promjera baze R , oko njegove osi simetrije.
6. Cilindar radiusa R se zavrti do kutne brzine ω_0 i onda položi u kut koji čine horizontalna podloga i vertikalni zid. Ako je koeficijent trenja između cilindra i zida (odnosno podloge) jednak μ , koliko će okreta napraviti cilindar prije nego se zaustavi?
7. Homogeni disk radiusa R zavrti se oko osi simetrije do kutne brzine ω i položi na horizontalnu podlogu. Nađi vrijeme do zaustavljanja diska, ako je koeficijent trenja između diska i podloge jednak μ .
8. Mala lopta radiusa r kotrlja se po sferi radiusa R , iz mirovanja na vrhu sfere. Nađi kutnu brzinu lopte u trenutku kad se odvoji od sfere.
9. Homogeni cilindar mase m kotrlja se bez klizanja po ravnoj podlozi i dolazi do početka kosine koja je nagnuta prema dolje pod kutom od 30° u odnosu na horizontalu. Nađi maksimalnu vrijednost početne brzine cilindra, v_0 , koja mu omogućava da prijeđe na nagnuti dio puta bez da se odvoji od podloge u bilo kojem trenutku.
10. Homogena šipka mase m i duljine l rotira oko vertikalne osi tako da joj je gornji kraj zakvačen za rotirajuću osovinu. Nađi kut koji šipka zatvara s vertikalom, ako je kutna brzina rotacije jednaka ω .

11. Jedan kraj homogene šipke mase M i duljine l obješen je za strop tako da šipka može slobodno rotirati oko točke objesišta. Metak mase m , koji leti horizontalno, zabija se u donji kraj šipke i ostaje u njoj. Ako se šipka nakon udara metka otkloni za kut θ , nađi brzinu metka prije udara. Vrijedi $m \ll M$.
12. Dva koncentrična horizontalna diska slobodno rotiraju oko osi koja prolazi kroz njihove centre. Momenti inercija diskova su I_1 i I_2 , a kutne brzine ω_1 i ω_2 . Jedan disk spustimo na drugi, i nakon nekog vremena zbog trenja diskovi rotiraju zajedno (istom kutnom brzinom). Nađi tu kutnu brzinu, te rad koji obavi sila trenja pri postizanju te kutne brzine.
13. Maleni disk i homogena šipa duljine l i mase η puta veće od mase diska, leže na horizontalnoj podlozi. Disk je pokrenut u horizontalnom smjeru brzinom v okomito na šipku, i nakon nekog vremena elastično se sudara s jednim krajem šipke. Nađi kutnu brzinu šipke nakon sudara.
14. Tanka šipka duljine $2L$ i mase m je položena vertikalno na savršeno glatki pod. Šipka gubi ravnotežu i počinje padati. Nađi brzinu koju ima gornji kraj šipke u trenutku kad udara u pod.
15. Planet se giba oko zvijezde po eliptičnoj putanji. Koristeći zakone očuvanja, pokaži da ukupna energija planeta (uz mase zvijezde i planeta) ovisi samo o duljini duže poluosi elipse, a , bez obzira na izduženost elipse. Nađi tu energiju u ovisnosti o a .
16. Tanki disk polumjera R ima kružnu rupu promjera R , čiji je centar udaljen od centra diska za $R/2$. Nađi moment inercije diska s rupom, oko osi koja prolazi kroz centar mase sistema i okomita je na ravninu diska. Masa diska s rupom je m .
17. Homogeni cilindar mase M i radiusa R položen je tako da mu je os simetrije horizontalna, i može slobodno rotirati oko te osi. Na cilindar je u jednom sloju namotan konac duljine l i mase m , uz $R \ll l$. Nađi kutnu akceleraciju cilindra u ovisnosti o duljini konca koji visi s cilindra, x . Pretpostavlja se da je centar mase dijela konca koji je namotan na cilindar približno leži na osi cilindra.
18. Nađi jednadžbu za oblik površine vode u cilindričnoj posudi, koja se vrti konstantnom kutnom brzinom ω oko (vertikalne) osi simetrije.
19. Nađi moment inercije ploče pravokutnog oblika (stranica duljine a i b) oko osi koja prolazi jednim od vrhova pravokutnika i okomita je na ravninu pravokutnika.
20. Pokaži da za tanku ploču proizvoljnih dimenzija vrijedi $I_1 + I_2 = I_3$,

gdje su I_1 , I_2 i I_3 momenti inercije ploče oko tri međusobno okomite osi koje prolaze kroz istu točku, uz osi 1 i 2 u ravnini ploče (teorem o okomitim osima). Koristeći taj odnos, nađi moment inercije tankog diska oko osi koja se poklapa s dijametrom diska.

21. Dva diska radiusa R spojeni su cilindričnom osovinom radiusa r i leže na hrapavoj horizontalnoj podlozi. Oko osovine je namotan dugački tanki konac zanemarive mase. Ako povlačimo konac konstantnom silom F pod kutem α u odnosu na horizontalu, nađi horizontalno komponentu akceleracije sistema diskova s osovinom. Masa sistema je m , moment inercije $\gamma m R^2$ (uz γ neki numerički faktor), i nema proklizavanja diskova.
22. Nađi kinetičku energiju 'gusjenice' tenka (koju promatramo kao tanku traku mase m). Brzina tenka u odnosu na podlogu je v , i nema proklizavanja trake.

Napomene: rok predaje 1. i 2. zadaće je prvi kolokvij. Bit će nam drago ako to obavite i ranije. Tko odabere teži zadatak, ne mora (ali može) riješiti lakši. Jednom kad ste odabrali teži zadatak, nema vraćanja na lakši i nema dodatnih bodova ako riješite i lakši. Zato dobro pogledajte teže zadatke prije nego se odlučite! Ako interes bude velik, dodat ćemo još zadataka na listu. Za sva pitanja, nejasnoće, dodatne slike, pogreške u zadacima etc. obratite se asistentu i/ili demonstrantima. Rješenja su poznata redakciji. Svaka sličnost sa stvarnim likovima i situacijama je slučajna. Sva prava pridržana.