

## Probni Kolokvij Vol. 2

### (I) Numerički zadaci:

1. *Vatra svetog Elma*. Ponekad se u olujnom vremenu na vrhovima jarbola brodova opaža ljubičasti sjaj – izbijanje poznato kao vatra svetog Elma. Ovdje ćemo se pozabaviti njenim svojstvima i uvjetima nastajanja.

(a) Zamislimo vrh jarbola kao vodljivu kuglu radiusa  $a = 5$  cm. Ako je polje potrebno za ionizaciju zraka i nastanak 'vatre'  $1000$  V/cm, nađi naboj na kugli u trenutku paljenja vatre. Može li naboj na kugli biti veći od toga (i zašto)? (3 boda)

(b) Izračunaj napon (u odnosu na zemlju, odnosno more) koji je potreban da se na kuglu stavi taj naboj. (2 boda)

(c) ako polje ionizira  $n = 10^{16}$  molekula zraka u sekundi, nađi struju koja iz zemlje teče u kuglu. Koliki je otpor između zemlje i kugle? (2 boda)

Zaključujemo dakle da je sistem kugla-jarbol-more zapravo RC krug, pa se pitamo:

(d) ako vrijeme naglo ode s lošeg na gore (odnosno, naglo 'uključimo' napon na kugli), koliko će vremena proteći dok se ne upali vatra? kugla je u trenutku uključivanja neutralna, a znamo da je u RC krugu naboj na kondenzatoru  $q(t) = VC(1 - e^{-t/RC})$ . Uzmite da se vatra zbog malih neravnina na kugli ne pali na  $1000$ , nego već na  $900$  V/cm. (2 boda)

*Ukupno: 9 bodova*

2. *Kako krasti struju*. Stari narodni običaj u našim krajevima je krađa struje iz gradske mreže, a jedna od jednostavnijih metoda je omatanje žice-faze zavojnicom. U ovom zadatku ćemo proučiti kako krađu izvesti najpametnije.

(a) Ako kroz žicu teče izmjenična struja na gradskoj frekvenciji i amplitude  $I_0 = 100$  A, odredi magnetsko polje na udaljenosti  $r = 10$  cm od žice i skiciraj njegov smjer u odnosu na žicu. (3 boda)

(b) glupi lopov krade struju tako da oko žice omota zavojnicu čija se os poklapa sa smjerom žice. Koliki je idealno inducirani napon u takvoj zavojnici? (2 boda)

(c) pametan lopov oko žice postavi zavojnicu namotanu oko torusa (materijala permeabilnosti  $\mu_r = 1000$ ), čija se os poklapa sa smjerom žice (slika). Nađi napon induciran u takvoj zavojnici s  $N$  namotaja, površine presjeka  $S = 2$  cm<sup>2</sup> i srednjeg polumjera torusa jednakog  $r$  iz (a). Zanemari nehomogenost magnetskog polja na presjeku zavojnice (2 boda)

(d) Koliki mora biti  $N$  da bi amplituda induciranog napona bila jednaka amplitudi napona gradske mreže,  $310$  V? (1 bod)

Sad ćemo promotriti kako optimizirati krug u koji spajamo našu lopovsku zavojnicu.

(e) Neka je u seriju sa zavojnicom (induktiviteta  $L = 500$  mH) spojen potrošač otpora  $R = 10$   $\Omega$ . Nacrtaj krug, uzimajući inducirani napon kao izvor (serijski spojen), pa nađi (realnu!) struju kroz otpornik i snagu koja se troši na njemu usrednjenu po periodu. (4 boda)

(f) Ako u krug dodamo i kondenzator, nađi koliki mu mora biti kapacitet da bi nastali RLC krug imao rezonantnu frekvenciju jednaku frekvenciji mreže (ako zanemarimo otpornik). Kolika je sad snaga na otporniku? (3 boda)

*Ukupno: 16 bodova*

3. *Promjenjivi kondenzator.* U ovom zadatku dizajnirat ćete veoma poseban promjenjivi kondenzator, kakav je na velikoj cijeni među ljudima kojima u životu trebaju promjenjivi kondenzatori. Kondenzator je spojen u LC krug sa zavojnicom induktiviteta  $L$  i sastoji se od dvije ploče: statične pravokutne ploče, i pomične ploče nekog oblika (vidi sliku!), uz udaljenost između ploča jednaku  $D$ . Najprije promatramo 'obični' kružni kondenzator, u kojem je pomična ploča polovica kruga (radiusa  $R$ ).

(a) Nađi kapacitet takvog kondenzatora u ovisnosti o kutu zakretanja  $\theta$ , zane-marujući rubne efekte. (3 boda)

(b) Koristeći dobiveni kapacitet, nađi ovisnost rezonantne frekvencije  $\omega$  o kutu  $\theta$  i skiciraj funkciju za  $0 < \theta < \pi$ . (2 boda)

Međutim, cilj nam je napraviti puno bolji promjenjivi kondenzator, koji ima pomičnu ploču takvog oblika da je rezonantna frekvencija linearna u kutu:  $\omega = \omega_0(1 + K\theta)$ , gdje je  $K$  neka konstanta. Krivulja – rub ploče je u tom slučaju opisana nekom funkcijom, koju možemo napisati u polarnim koordinatama kao  $r(\theta)$ , i koju želimo odrediti.

(c) Nađi kako mora kapacitet takvog kondenzatora ovisiti o kutu  $\theta$ . (3 boda)

(d) Ako je površina malog komadića pomične ploče jednaka  $dS = \frac{1}{2}r(\theta)^2 d\theta$ , nađi promjenu kapaciteta  $dC$  ako ploču malo zarotiramo, s kuta  $\theta$  na kut  $\theta + d\theta$ . (1 bod)

(e) Nađi malu promjenu frekvencije ako se kapacitet promijeni za  $dC$ ,  $d\omega = \frac{d\omega}{dC} dC$ , uvrsti  $dC$  i  $C(\theta)$  iz prethodnih dijelova zadatka i izjednači s uvjetom linearnosti,  $d\omega = \omega_0 K d\theta$ . Nakon kraćenja riješi dobivenu jednostavnu jednadžbu za  $r(\theta)$ . (5 bodova)

(f) skiciraj  $r(\theta)$ , za  $0 < \theta < \pi$ . (2 boda)

*Ukupno: 16 bodova*

## (II) Konceptualni zadaci:

1. Zašto ptice na žicama ne ubije struja, čak i ako žice nemaju izolaciju? (2 boda)
2. Što bi se dogodilo da stavite snajperski metak u mikrovalnu? (2 boda)
3. Zašto električari uvijek drže lijevu ruku u džepu? (2 boda)
4. Zašto se elektroliza ne radi s izmjeničnom strujom? (2 boda)
5. Zašto permanentni magnet uvijek privlači komad željeza, bez obzira na pol? (2 boda)