

Kolokvij Vol. 2

"... nema nam pomoći"

– *The Beat Fleet*

(I) Numerički zadaci:

1. *Magnetohidrodinamika*. Vrlo zgodna, a u nuklearnim podmornicama i praktična elektromagnetska pumpa bez pokretnih dijelova može se sagraditi ako radimo s tekućinom koja je vodljiva. Zamislite dakle jako dugačku cijev kvadratnog poprečnog presjeka $S = 100 \text{ cm}^2$ u kojoj se nalazi tekući natrij, otpornosti $10^{-7} \Omega\text{m}$.

(a) Na nasuprotnim stijenkama cijevi nalaze se dvije jednake kvadratne elektrode, svaka površine $S_0 = 5 \text{ cm}^2$ (slika). Izračunaj otpor između te dvije elektrode, zanemarujući rubne efekte. (3 boda)

(b) Koliki je napon potreban da iz jedne elektrode u drugu, kroz natrij, teče struja $I = 100 \text{ A}$? (1 bod)

(c) Cijev s natrijem, elektrodama i strujom stavimo u homogeno magnetsko polje $B = 1 \text{ T}$. Za koju orijentaciju polja u odnosu na struju će sila na struju biti usmjerena duž cijevi? Izračunaj silu u toj situaciji. (3 boda)

(d) Sila iz (c) na površini presjeka cijevi proizvodi tlak, koji tjera natrij da teče kroz cijev. Izračunaj taj tlak. (1 bod)

Ukupno: 8 bodova

2. *Ionski klasteri*. Atomske klasteri, odnosno 'grozdovi' (što će reći nakupine) imaju vrlo zanimljiva svojstva jer nisu ni dovoljno mali da budu molekula ni dovoljno veliki da budu kristal. Mi ćemo ovdje sagraditi jedan mali ionski klaster i proučiti njegova svojstva.

(a) Imamo dva iona, K^+ i Br^- . Ako ih zamišljamo kao tvrde, nabijene, nevodljive kuglice polumjera $a = 0.2 \text{ nm}$, nađi rad (u eV) potreban da se jedan ion iz beskonačnosti dovede do najmanje moguće udaljenosti od drugog (tako da je udaljenost centara jednaka $2a$). Taj rad je jednak elektrostatskoj energiji sistema (i da, negativan je). (3 boda)

(b) Sistemu od dva iona dodamo treći ion, Br^- . Troatomni klaster koji nastaje ima dvije moguće konfiguracije: linearnu – svi atomi su na istom pravcu, uz K^+ u sredini – i jednakostraničan trokut. Izračunaj elektrostatske energije obje konfiguracije (uputa: napiši ukupnu energiju kao zbroj energija svih mogućih parova iona). Koja je konfiguracija stabilnija? (4 boda)

(c) Nađi energiju vezanja za stabilniju konfiguraciju iz (b), odnosno energiju potrebnu da izbijemo jedan od Br^- iona i vratimo se na K^+Br^- . (1 bod)

(d) Troatomnom klasteru dodamo četvrti atom, K^+ , i imamo tri moguće (vezane) konfiguracije: linearni lanac oblika $\text{K}^+\text{Br}^-\text{K}^+\text{Br}^-$, kvadrat i tetraedar. Nađi njihove elektrostatske energije i poredaj konfiguracije po energiji. (5 bodova)

(e) Ako gađamo klaster fotonima točno određenih energija, možemo izazvati prijelaze iz najstabilnije konfiguracije u neku od nestabilnijih (bez da klasteru otkinemo ion). Nađite razlike energija između najstabilnije konfiguracije $(\text{K}^+\text{Br}^-)_2$ i preostale dvije nestabilnije, koristeći energije izračunate iz prošlog zadatka. Špadaju li fotoni koji pobuđuju te prijelaze u vidljivu svjetlost (1.6 do 3.4 eV)? (3 boda)

Ukupno: 16 bodova

3. *Elektromagnetska levitacija.* U ovom zadatku istražiti ćemo kako vodljivi predmet natjerati da lebdi pomoću izmjenične struje i magnetske indukcije. Zamislite dakle sustav sastavljen od dva jednaka prstena, polumjera $a = 10$ cm. Osi prstenova se poklapaju, prsten β se nalazi iznad prstena α na nekoj visini z .

(a) Ako kroz prsten α teče struja I_α , magnetsko polje na osi je $B(z) = \frac{\mu_0 I_\alpha}{2a} \frac{1}{(1+z^2/a^2)^{3/2}}$. Pokaži da se za $a \ll z$ to polje svodi na polje dipola,

$$B = \frac{\mu_0 \mu_\alpha}{2\pi z^3}$$

uz dipolni moment $\mu_\alpha = I_\alpha a^2 \pi$. (2 boda)

(b) Nađi tok polja kroz prsten β , ako polje možemo aproksimirati poljem dipola iz (a) (i uzevši da je ono konstantno na čitavoj površini prstena). (1 bod)

(c) Ako kroz prsten α teče izmjenična struja $I_\alpha(t) = I_0 \cos \omega t$, nađi napon induciran u prstenu β . Napiši pripadnu kompleksnu struju i kompleksni napon. (3 boda)

Sada smo u poziciji da nađemo silu koja prsten β drži u zraku, i da istražimo dvije krajnosti: jako dobro i jako loše vodljiv prsten.

(d) Uzmemo li da prsten β ima otpor R i induktivitet L , nacrtaj krug koji mu je ekvivalentan, uz inducirani napon iz (c) kao izvor (bez mijenjanja faze!) (2 boda)

(e) Nađi kompleksnu struju induciranu u prstenu β za slučajeve $\omega L \ll R$ (uzmi $L = 0$) i $\omega L \gg R$ (uzmi $R = 0$), izračunaj realne dijelove kompleksnih struja i napiši magnetski moment prstena β , $\mu_\beta = \text{Re}(\hat{I}_\beta) a^2 \pi$ za oba slučaja. (3 boda)

(f) Ako je sila između dva dipola dana s

$$F = \frac{3\mu_0 \mu_\alpha \mu_\beta}{2\pi z^4}$$

nađi srednju silu po periodu oscilacije struje, za dva slučaja iz (e). U kom slučaju prsten β lebdi, a u kojem ne? (3 boda)

(g) Ako je masa prstena β jednaka 100 g, a $I_0 = 10$ A, $L = 2$ nH i $g \approx 10$ m/s², nađi visinu levitacije z prstena β u onom slučaju u kojem može levitirati. Je li aproksimacija dipolnog polja bila valjana? (3 boda)

Ukupno: 16 bodova

(II) Konceptualni zadaci:

1. Zašto se za prijenos električne energije na velike udaljenosti koriste što je moguće veći naponi? (2 boda)
2. Zašto ptice često sjede na niskonaponskim žicama, a nikad na dalekovodima? (2 boda)
3. Zašto (induktivni) detektori metala teško vide mine u mokrom tlu? (2 boda)
4. Je li kapacitet kondenzatora s polarnim dielektrikom unutra veći na hladnom ili na toplom? (zanemarite promjenu dimenzija zbog termičkog rastezanja) (2 boda)
5. Što bi se događalo s iglom kompasa da nema nikakvog gušenja? je li moguće tada odrediti i smjer i iznos Zemljinog polja? skiciraj i objasni. (2 boda)