

## Kolokvij Vol. 1 – Rješenja

(I) Numerički zadaci:

1. *Vreli zeka.*

(a) maksimalna potencijalna energija je  $mgh_{max} = 6$  J, a s obzirom da je skok jednostavni vertikalni hitac, ukupno trajanje je 2 puta vrijeme potrebno da s visine  $h_{max}$  zeka dođe do zemlje:

$$\tau = 2\sqrt{\frac{2h_{max}}{g}} \approx 0.57 \text{ s}$$

Do tog rezultata se može doći na još načina, npr. naći početnu brzinu zeke na tlu etc.

(b) srednja snaga je uložena energija po vremenu, odnosno u ovom slučaju

$$P = \frac{\eta mgh_{max}}{\tau} = 2.1 \text{ W}$$

(c) Potrebna energija je srednja snaga množena trajanjem skakanja, dakle

$$E = P \cdot T$$

gdje je  $T = 3$  h. Uvrštavanjem snage iz (b) i pretvaranjem sata u sekunde se dobiva  $E \approx 22.7$  kJ, što znači da zeka mora pojesti  $22.7/120 \cdot 100 \approx 19$  g mrkve.

2. *Magnetski top.*

(a) sila je privlačna, i za  $x \rightarrow 0$  postaje beskonačno velika (odnosno, beskonačno negativna).

(b) iz očuvanja energije znamo da u trenutku udara u magnet vrijedi

$$0 = -\frac{\Xi}{(L/2 + R)^3} + \frac{1}{2}mv^2$$

pa je kinetička energija  $T \approx 0.59$  J, a impuls

$$mv = \sqrt{\frac{2m\Xi}{(L/2 + R)^3}} \approx 0.11 \text{ kg m/s}$$

(c) ako je kuglica koja udara sav svoj impuls predala zadnjoj kuglici, koristimo vrijednost impulsa iz (b) i izlazi brzina

$$v_0 = \frac{p}{m} \approx 11 \text{ m/s}$$

(d) za ovaj dio opet koristimo očuvanje energije, ovaj put za zadnju kuglicu. Početna brzina joj je ista kao u (c) (zbog očuvanja impulsa, koje vrijedi bez obzira), ali k tome kuglica mora 'pobjeći' iz polja magneta. Udaljenost centra zadnje kuglice i centra magneta je za slučaj  $N = 2$  jednaka  $L/2 + 3R$ , pa očuvanje energije glasi:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{\Xi}{(L/2 + 3R)} = \frac{1}{2}mv_{\text{inf}}^2$$

iz čega izlazi brzina daleko od magneta

$$v_{\text{inf}} = \sqrt{v_0^2 - \frac{2\Xi}{m(L/2 + 3R)}} \approx 9.8 \text{ m/s}$$

### 3. Molekula vodika.

(a) kad su protoni daleko potencijal je privlačan (manji od nule), a kad su jako blizu postaje odbojan.

(b) i (c) potencijal  $V(r)$  teži u nulu s negativne strane za  $r \rightarrow \text{inf}$ , ima minimum i teži u  $+\text{inf}$  za  $r \rightarrow 0$ . U minimumu je derivacija  $\frac{dV}{dR}$  jednaka nuli, pa koristeći formulu za deriviranje potencija dobivamo

$$\frac{dV}{dr} = \frac{2A}{R^3} - \frac{3B}{R^4} = 0 \implies R = \frac{3B}{2A}$$

(d) koristeći rezultat iz (c), za omjer  $A$  i  $B$  izlazi  $A/B \approx 2.03 \text{ \AA}^{-1}$

(e) derivaciju smo već izračunali u (c), pa samo treba ostaviti  $r$  umjesto  $R$  i dodati negativni predznak:

$$F(r) = -\frac{2A}{r^3} + \frac{3B}{r^4}$$

(f) kad u izraz za silu uvrstimo da je  $r = R + \xi$  i  $B = \frac{2}{3}AR$ , izlazi

$$F = -\frac{2A}{(R + \xi)^3} + \frac{2AR}{(R + \xi)^4}$$

pa svođenje na zajednički nazivnik daje

$$F = -2A \frac{R + \xi - R}{(R + \xi)^4} \approx -\frac{2A}{R^4} \xi$$

odnosno konstanta opruge je

$$k = \frac{2A}{R^4}$$

(g) i (h) jedina sila koja djeluje na pojedinu kuglicu je sila od opruge. Zbog simetrije je sila na lijevu istog iznosa kao sila na desnu, samo suprotnog predznaka. Ako je opruga rastegnuta za  $\xi$ , opet zbog simetrije je pomak jedne kuglice - atoma  $x = \xi/2$ , pa jednadžba gibanja glasi

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -k\xi = -2kx$$

iz čega (nakon dijeljenja masom) čitamo vlastitu frekvenciju:

$$\omega_0^2 = \frac{2k}{m},$$

odnosno konstanta  $\Gamma$  je jednaka  $\omega^2$ .

Alternativno, može se ovaj dio zadatka riješiti i preko energije (uz naravno isti rezultat).

(i) nakon uvrštavanja  $k = \frac{2A}{R^4}$  u izraz za frekvenciju, dobiva se

$$\omega_0^2 = \frac{4A}{mR^4}$$

što nakon uvrštavanja brojeva i pretvaranja jedinica daje  $A \approx 16.4 \text{ meV} \cdot \text{\AA}^2$ . Kad upotrijebimo rezultat (d), izlazi  $B \approx 8.1 \text{ meV} \cdot \text{\AA}^3$

**(II)** Konceptualni zadaci:

1. Felix je bačen iz aviona, što znači da mu je početna brzina (u odnosu na Zemlju) jednaka brzini aviona. Dakle, putanja je dio parabole (ovisno o izboru smjera brzine aviona).
2. Plime općenito nastaju zbog gravitacijskog privlačenja mora i Sunca, odnosno Mjeseca. Kad su Sunce i Mjesec sa suprotnih strana Zemlje, plima je mala, a kad su na istoj strani, plima je velika.
3. Kad ne bi imali repni rotor, počeli bi se okretati oko svoje osi u smjeru suprotnom od smjera rotacije glavnog rotora (zbog očuvanja kutne količine gibanja). Na velikom helikopteru se rotori vrte u suprotnim smjerovima.
4. Zato što nije imao oslonac. Ako baruna gledamo kao zatvoren sustav, nikakva sila unutar tog sustava (dakle, potezanje za kosu) ne može promijeniti smjer gibanja centra mase sustava (odnosno, spriječiti tonjenje u blato). S osloncem i/ili kolotutom (koja je opet oslonjena na nešto) sistem više nije zatvoren, pojavljuje se nekakva sila reakcije i barun se može izvući.
5. Zato što se onda više deformiraju pri vožnji – kako se kotač vrti, tako se deformiraju stalno novi komadi gume, a za deformaciju gume je potrebna energija (što je poznato kao 'trenje kotrljanja'). Energija se u krajnjoj liniji uzima iz goriva, pa je onda i potrošnja veća.