Probni Kolokvij Vol. 1

(I) Numerički zadaci:

1. *Dimenzionalna svaštara.* Ovaj zadatak se bavi trima potpuno nepovezanim problemima, koje ćete napasti pomoću dimenzionalne analize i zdravog razuma.

   (a) nađi energiju osnovnog stanja atoma vodika, ako ona ovisi samo o radiusu atoma a_0, masi elektrona m_e i Planckovoj konstanti $\hbar$. Dimenzije pročitaj iz tablice! *(3 boda)*

   (b) Energetski gledano, visinu do koje može skočiti neka životinja određuju masa životinje i količina mišića na raspolaganju. Procijeni kako te dvije stvari ovise o veličini životinje. Ako imamo buhu duljine 1 mm i (bebu) slona duljine 1 m, upotrijebi svoju procjenu da nađeš omjer visina na koje mogu skočiti. Aproksimiraj ih kuglama. *(3 boda)*

   (c) nađi 'polumjer' crne rupe (odnosno udaljenost od središta nakon koje nema povratka), ako on ovisi samo o masi crne rupe M, brzini svjetlosti c i gravitacijskoj konstanti G. *(3 boda)*

2. *Solarno jedro.* Jedan od predloženih načina pogona svemirskih letjelica je solarno jedro – ogromna tanka ploča koja 'hvata' fotone sa Sunca. Cilj ovog zadatka je naći akceleraciju solarnog jedra na Sunčev pogon, a da bismo to napravili moramo najprije izbrojiti fotone koji dolaze sa Sunca.

   (a) uzmimo da svi fotoni sa Sunca imaju istu energiju, $E = 2.1$ eV (žutozelena svjetlost). Ako je snaga Sunčevog zračenja na udaljenosti koja odgovara radiusu Zemljine putanje jednaka 1353 W/m^2, nađi broj fotona koji u sekundi prođe kroz površinu od 1 m^2. *(3 boda)*

   (b) nađi broj fotona koji u sekundi udara solarno jedro površine 1 km^2, na istoj udaljenosti od Sunca kao u (a). *(1 bod)*

   Kad foton udari u jedro, zbog zakona očuvanja impulsa mu preda neku količinu gibanja. S obzirom da foton nema masu, vezu između njegovog impulsa i energije daje specijalna teorija relativnosti: $E = pc$ (gdje je p impuls, a c brzina svjetlosti).

   (c) ako jedro savršeno apsorbira fotone, koliki će impuls dobiti po fotonu? što ako ih savršeno reflektira? *(3 boda)*

   (d) nađi akceleraciju svemirskog broda sa solarnim jedrom koristeći (a)-(c), ako je masa jedra i broda 6 tona, a jedro savršeno reflektira fotone. Kako se mijenja rezultat za refleksiju 90%? *(4 boda)*

   Ukupno: 11 bodova

3. *Rocheova granica.* U ovom zadatku cilj vam je naći onu udaljenost između planeta i njegovog mjeseca na kojoj plimne sile razaraju mjesec, od njegovih dijelova stvarajući prsten oko planeta. Rješavat ćete najjednostavniji model, u kojem planet na okupu drži isključivo gravitacija, odnosno zanemaruje se čvrstoća stijena. Pa da krenemo.

   (a) mjesec mase m kruži oko planeta mase M po putanji radiusa D (vrijedi $m \ll M$). Skiciraj sile na mjesec i nađi ω, kutnu brzinu mjeseca, u ovisnosti o D, M i gravitacijskoj konstanti G. *(4 boda)*

   Sada promatramo mali komad mjeseca, mase $\mu \ll m$, koji se nalazi na površini mjeseca i leži na pravcu koji spaja središta mjeseca i planeta.

   (b) skiciraj sile na komad, u sustavu koji rotira zajedno s mjesecom kutnom brzinom ω. *(3 boda)*

(c) napiši ukupnu silu koja djeluje na komad (u rotirajućem sustavu), ako je masa mjeseca jednaka m, a radius mjeseca r. *(3 boda)*

(d) uvrsti vrijednost ω iz (a) dijela zadatka u dobivenu formulu za silu i sredi što se srediti dade. *(1 bod)*

Vidimo da postoji neki radius putanje mjeseca D_R na kojem je ukupna sila na komad jednaka nuli, što znači da na tom radiusu počinje raspad mjeseca jer više ništa ne drži komad uz mjesec. D_R je tražena Rocheova udaljenost.

(e) koristeći izraz za silu iz (c) ili (d), napiši uvjet za D_R (implicitno, ne rješavati po D_R!). *(2 boda)*

(f) u realnim situacijama je $r \ll D_R$. Izluči D_R iz članova koji sadrže $(D_R - r)$, i dobivene izraze oblika $(1 - r/D_R)^\alpha$ lineariziraj pomoću poznate formule $(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$. *(3 boda)*

(g) sredi uvjet za D_R, koristeći rezultate iz (f). Svašta se krati! *(1 bod)*

Nakon aproksimiranja, jednadžba za D_R je jednostavna i sadržava samo r, mase planeta i mjeseca, i gravitacijsku konstantu. Da bismo došli do konačne formule za D_R, još ćemo umjesto masa planeta i satelita prijeći na njihove gustoće.

(h) ako je radius planeta R, a gustoće planeta ρ_p i mjeseca ρ_m, nađi izraz za D_R u koji ulazi samo G, R i omjer gustoća ρ_p/ρ_m. Izračunaj Rocheovu granicu za Saturn, ako je radius Saturna 60000 km, gustoća 0.7 g/cm^3, a gustoća tipičnog mjeseca 1 g/cm^3. *(3 boda)*

Pravi Saturnovi prstenovi se protežu od $\sim$ 70000 km do $\sim$150000 km, dakle naš račun i nije tako loš.

Ukupno: 20 bodova

(II) Konceptualni zadaci:

1. Zašto torpeda imaju dva kontrarotirajuća propelera? *(2 boda)*
2. Zašto je čelični čekić bolji od dijamantnog (ako zanemarimo cijenu)? *(2 boda)*
3. Zašto su astronauti i astronautkinje u Međunarodnoj svemirskoj stanici u bestežinskom stanju? *(2 boda)*
4. Lovac Đoni cilja puškom majmuna koji visi s grane. Kamo mora ciljati želi li pogoditi majmuna, ako zna da će se majmun zbog galame od straha pustiti s grane u trenutku ispaljivanja metka? Objasni. *(2 boda)*
5. Zašto tankeri umjesto jednog velikog spremnika za naftu imaju puno manjih? Kako to utječe na stabilnost broda? Skiciraj! *(2 boda)*