

Nabijanje kondenzatora u RC strujnom krugu

Diferencijalna jednačba za nabijanje kondenzatora glasi:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{RC}Q = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad .$$

Deriviramo li ovu jednačbu po vremenu, dobit ćemo diferencijalnu jednačbu za struju:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{1}{RC}I = 0 \quad .$$

Ovo je homogena diferencijalna jednačba (ima nulu s desne strane, tj. nema člana koji ne sadrži varijablu I) pa ju znamo lakše riješiti. Transformirajmo u nekoliko koraka:

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{RC}I \quad ; \quad \frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC}dt \quad ; \quad d(\ln I) = d\left(-\frac{t}{RC}\right) \quad .$$

Integriranjem dobivamo

$$\ln I = -\frac{t}{RC} + \text{const.} \quad ,$$

odnosno

$$I = A \cdot e^{-t/RC} \quad .$$

Budući da je $I = \frac{dQ}{dt}$, ovaj izraz možemo uvrstiti u početnu jednačbu:

$$A \cdot e^{-t/RC} + \frac{1}{RC}Q = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad .$$

Rješenje za naboj Q je

$$Q(t) = RC \left(\frac{\mathcal{E}}{R} - A \cdot e^{-t/RC} \right) \quad ,$$

a konstantu A određujemo iz početnog uvjeta da je u $t = 0$ (trenutak uključivanja prekidača) naboj na kondenzatoru bio $Q = 0$. Tako dobivamo $A = \mathcal{E}/R$. Konačno rješenje glasi

$$Q(t) = Q_0 (1 - e^{-t/\tau}) \quad ,$$

pri čemu je $Q_0 = C\mathcal{E}$ naboj na kondenzatoru nakon dovoljno dugog vremena, a veličina $\tau = RC$ zove se *vremenska konstanta RC strujnog kruga*.