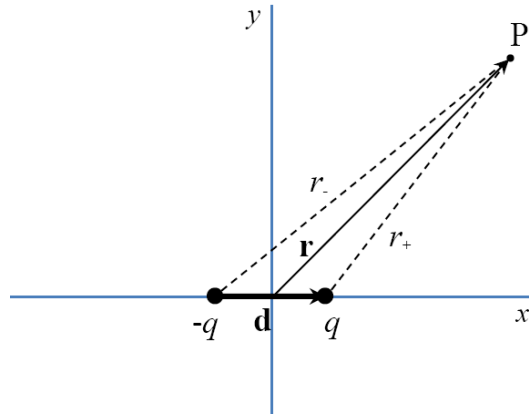


Potencijal električnog dipola

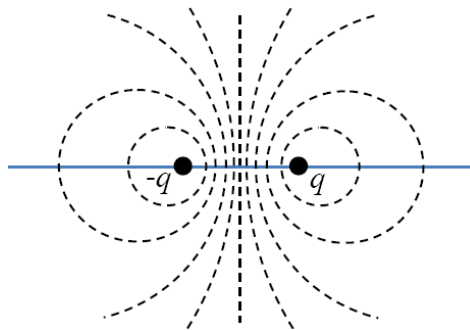
Električni dipol sastoji se od dva naboja istog iznosa, a suprotnih predznaka (q i $-q$) koji su udaljeni za d . Možemo definirati vektor $\mathbf{d}$ usmjeren od negativnog naboja prema pozitivnom, čija duljina je d . Veličina $\mathbf{p} = q\mathbf{d}$ zove se *dipolni moment* i određuje smjer i jakost dipola.



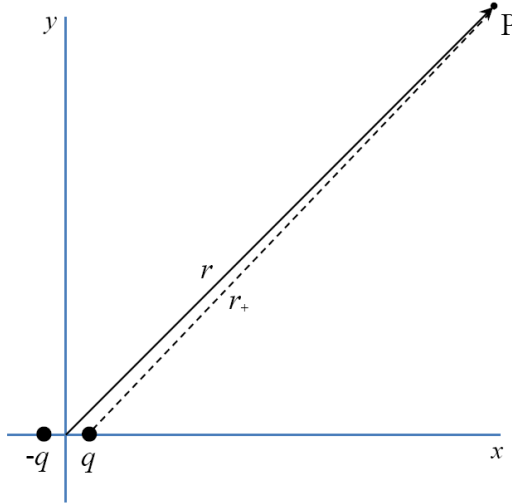
Želimo odrediti električni potencijal svuda u prostoru koji je stvoren zbog električnog dipola smještenog u ishodištu tako da su naboji na x -osi: pozitivni u točki $(\frac{d}{2}, 0)$, a negativni u $(-\frac{d}{2}, 0)$. Računamo potencijal u proizvoljnoj točki $P = (x, y)$, koja je na položaju $\mathbf{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$, kao superpoziciju potencijala od dva točkasta naboja. Označimo s $r_+ = \sqrt{(x - \frac{d}{2})^2 + y^2}$ udaljenost točke P od pozitivnog naboja, a s $r_- = \sqrt{(x + \frac{d}{2})^2 + y^2}$ udaljenost točke P od negativnog naboja. Potencijal je:

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{(x - \frac{d}{2})^2 + y^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x + \frac{d}{2})^2 + y^2}} \right).$$

Uočimo da za $x = 0$ uvijek vrijedi $\varphi(0, y) = 0$, tj. cijela ravnina yz je na potencijalu 0 - to je središnja ekvipotencijalna ploha. Ostale ekvipotencijalne plohe određene su gornjom jednažbom. Shematski su nacrtane isprekidanim crtama:



Obično nas zanima potencijal na velikoj udaljenosti od dipola pa izračun potencijala možemo pojednostavniti aproksimacijama.

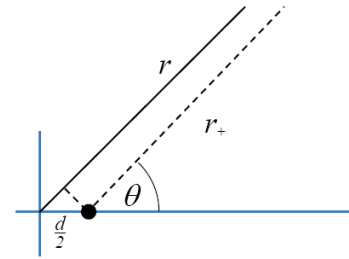


Ako je točka P daleko od ishodišta u usporedbi s d , tj. ako je $|\mathbf{r}| \gg d$, onda su vektori $\mathbf{r}$ i $\mathbf{r}_+$ gotovo paralelni. Kut koji ti vektori zatvaraju s osi x označimo s θ .

Iz slike je vidljivo da je razlika udaljenosti točke P od ishodišta i udaljenosti točke P od pozitivnog naboja dana s $r - r_+ = \frac{d}{2} \cos \theta$. Analogno je $r - r_- = -\frac{d}{2} \cos \theta$.

Potencijal $\varphi(x, y)$ možemo napisati kao funkciju udaljenosti i kuta (cilindrični sustav) $\varphi(r, \theta)$:

$$\varphi(r, \theta) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_- - r_+}{r_- \cdot r_+} \right) .$$



Koristeći gornju aproksimaciju, za brojnik vrijedi $r_- - r_+ = d \cdot \cos \theta$, a za nazivnik $r_- \cdot r_+ = r^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cos^2 \theta \approx r^2$. Uvrštavanjem dobivamo:

$$\varphi(r, \theta) = \frac{q \cdot d \cdot \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p \cdot \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} .$$

Uočite da potencijal dipola ima kutnu ovisnost, a opada s udaljenošću kao r^{-2} , za razliku od potencijala točkastog naboja koji opada s r^{-1} . Jakost električnog polja određujemo gradijentom potencijala pa i električno polje dipola ima kutnu ovisnost, a opada s udaljenošću kao r^{-3} . Silnice električnog polja uvijek su okomite na ekvipotencijalne plohe.