

## Ispit Vol. 2 – rješenja

### 1. Meko slijetanje.

(a) Promatramo pad sonde kao da smo na Zemlji, osim što je  $g$  drugačiji. Marsovski  $g$  možemo naći tako da tražimo težinu nekog predmeta na površini Marsa:

$$mg_M = G \frac{mM}{R^2},$$

iz čega izlazi  $g_M = GM/R^2 \approx 3.8 \text{ m/s}^2$ . Kinetička energija je zbog očuvanja jednaka

$$T = mg_M h \approx 570 \text{ MJ},$$

a brzina

$$v = \sqrt{2g_M h} \approx 870 \text{ m/s}$$

(b) Konstanta paralelno spojenih opruga je jednostavno suma konstanti pojedinih opruga, dakle  $k_{ukupno} = 3k = 30 \text{ kN/m}$ .

(c) Uzmimo da je početna brzina prije prvog sudara jednaka brzini iz (a),  $v_0$ . Energija nakon prvog sudara će biti  $\frac{1}{2}\eta m v_0^2$ , gdje je  $\eta = 90\%$ , odnosno  $0.9$ . Tu energiju možemo pisati kao  $\frac{1}{2}m v_1^2$ , pa je brzina nakon prvog sudara  $v_1 = v_0 \sqrt{\eta}$ . Analogno, brzina nakon drugog je  $v_2 = v_1 \sqrt{\eta} = v_0 (\sqrt{\eta})^2$ , i tako dalje, što znači da je brzina nakon  $n$  - tog sudara

$$v_n = v_0 \eta^{n/2}$$

Ta brzina mora biti manja od  $2 \text{ m/s}$ , pa uvrštavanjem  $v_0$  i logaritmiranjem dobivamo  $n = 116$ .

### 2. Mačak bez čizama.

(a) Ukupna energija koju mick je mora uložiti jednaka je gravitacijskoj potencijalnoj energiji koju ima na vrhu baobaba,  $mgH = 1600 \text{ J}$ . Uz iskoristivost  $30\%$ , mora pojesti hrane za  $1600/0.3 \approx 5300 \text{ J}$ , odnosno  $0.76 \text{ g}$ .

(b) Količina energije je ista kao u (a), samo su kalorijska vrijednost i iskoristivost drukčije. Potrebna energija je dakle  $1600/0.4 = 4000 \text{ J}$ , što znači da mick potroši  $0.11 \text{ g}$  sala.

(c) snaga je  $P = Fv$ , a sila je jednostavno težina. Dakle, brzina micka uz baobab je  $v = P_{max}/mg \approx 3.5 \text{ m/s}$ , što znači da mu do vrha treba  $\tau = H/v \approx 11.4 \text{ s}$ .

(d) Da bi mick sletio na noge, mora se tokom pada na tlo okrenuti za pola kruga. Vrijeme padanja je lako naći:  $t_{pad} = \sqrt{2H/g} \approx 2.8 \text{ s}$ . Ako mick jednoliko kutno ubrzava, kut rotacije u vremenu će mu biti  $\phi = \frac{1}{2}\alpha t^2$ , što znači da u trenutku dolaska do tla mora vrijediti  $\pi = \frac{1}{2}\alpha t_{pad}^2$ . Iz toga izlazi kutna akceleracija  $\alpha \approx 0.79 \text{ rad/s}^2$ .

(e) Mick izvodi kosi hitac, tokom kojeg mu se horizontalna komponenta brzine ne mijenja (ako zanemarimo otpor zraka). Vertikalna komponenta nas prema tome uopće ne zanima; jedino je bitno da su horizontalne komponente brzine lastavice i micka jednake, jer će se tada sigurno sresti u zraku. To daje  $v_0 \cos \psi = v_l$ , uz  $\psi = 45^\circ$ , odnosno  $v_l \approx 4.2 \text{ m/s}$ .

### 3. Millikanov eksperiment.

(a) Gravitacija prema dolje, elektrostatska sila ovisno o nabojima na pločama, gore ili dolje. Također, uzgon, ali je on samo mala korekcija na gravitacijsku silu.

(b) Elektrostatska sila u tom slučaju točno poništava gravitacijsku, odnosno  $NeE = mg$ . Polje je  $E = V/D$ , a masa  $\frac{4}{3}\pi R^3\rho$ , pa za napon izlazi

$$V = \frac{4\pi R^3\rho g}{3Ne}$$

S obzirom da je kapljica negativno nabijena, mora donja ploča biti negativna.

(c) Koristeći (b), vidimo da se naponi odnose kao

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{N_B}{N_A},$$

a najmanji cijeli brojevi koji mogu dati omjer napona 0.87 su 20 i 23.

(d) Kombiniranjem formule za napon iz (b) i broja elektrona na kapljici  $A$  iz (c), dobivamo za elementarni naboj  $e \approx 1.6 \cdot 10^{-19}$  C, kako i mora biti.

*Ukupno: 9 bodova*

### 4. Level-metar.

(a) Dio žice koji je uronjen u tekući helij je supravodljiv (dakle, otpor mu je nula), dok ostatak ima nekakav otpor koji je proporcionalan duljini žice izvan helija. Stoga je otpor ugrubo pravac, koji pada kako razina helija raste.

(b) Uzmimo da je posuda napunjena do razine  $h$ . Otpor žice je tada

$$R = \rho \frac{2(H-h)}{r^2\pi}$$

Ako se razina helija spusti za  $\Delta h$ , otpor će se povećati na  $R + \Delta R = \rho \frac{2(H-h-\Delta h)}{r^2\pi}$ , što za promjenu otpora daje

$$\Delta R = \rho \frac{2\Delta h}{r^2\pi}$$

Promjenu razine helija ako ispari jedna litra možemo naći jer poznajemo polumjer posude. Volumen litre helija je  $V = R^2\pi\Delta h$ , iz čega slijedi  $\Delta h \approx 3.5$  mm i  $\Delta R \approx 17.8 \Omega$ .

(c) Ekvivalentni krug je paralelni spoj dva kondenzatora, od kojih jedan ima tekući dušik kao dielektrik. Površina kondenzatora s dušikom je  $bh$ , a površina kondenzatora bez dušika  $b(H-h)$ . Ukupni kapacitet je jednostavno suma:

$$C = \frac{\epsilon_0}{a} [\epsilon_r bh + b(H-h)]$$

(d) Kad je posuda prazna, kapacitet našeg kondenzatora je samo  $\epsilon_0 bH/a \approx 180$  pF. Frekvencija LC kruga je  $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ , što za induktivitet daje  $L \approx 35 \mu\text{H}$ .

(e) Rezonantna frekvencija se dobiva uvrštavanjem kapaciteta iz (c):

$$\nu(h) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a}{\epsilon_0 b [H + h(\epsilon_r - 1)]}}$$

(f) Kapacitet senzora u punoj posudi je  $\epsilon_r$  puta kapacitet senzora u praznoj posudi, što za promjenu frekvencije daje  $\Delta\nu \approx 330$  kHz.