

# FIZIKA 1

## 1. KOLOKVIJ

### FORMULE

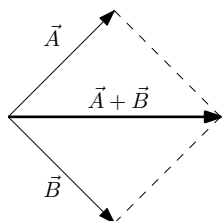
14. studenog 2011.

## 1 Vektori

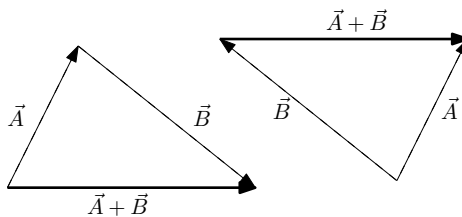
$$\vec{r} = r \cdot \hat{r}$$

$$\vec{A} = \vec{B} \Rightarrow |\vec{A}| = |\vec{B}|, \quad \hat{A} \parallel \hat{B}, \quad \hat{A} = \hat{B}$$

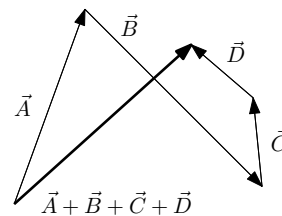
### 1.1 Zbrajanje vektora



Pravilo paralelograma



Pravilo trokuta



Zbrajanje više vektora

Zbrajanje je komutativno.

### 1.2 Oduzimanje vektora

$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$  Oduzimanje vektora nije komutativno.

### 1.3 Množenje dvaju vektora

#### 1.3.1 Skalarno množenje vektora

$$\vec{A} \cdot \vec{B} \equiv |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \angle(\vec{A}, \vec{B})$$

$$\text{Komutativno: } \vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}; \quad \vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}|^2; \quad \vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

#### 1.3.2 Vektorsko množenje vektora

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin \angle(\vec{A}, \vec{B}); \quad \vec{A} \times \vec{B} \perp \vec{A}; \quad \vec{A} \times \vec{B} \perp \vec{B}$$

Iznos  $|\vec{A} \times \vec{B}|$  predstavlja površinu paralelograma koji razapinju vektori  $\vec{A}$  i  $\vec{B}$ .

## 1.4 Kartezijev koordinatni sustav

$$\hat{x} \cdot \hat{x} = \hat{y} \cdot \hat{y} = \hat{z} \cdot \hat{z} = 1$$

$$\hat{x} \times \hat{x} = \hat{y} \times \hat{y} = \hat{z} \times \hat{z} = 0$$

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z} \quad \hat{y} \times \hat{z} = \hat{x} \quad \hat{z} \times \hat{x} = \hat{y} \quad \hat{y} \times \hat{x} = -\hat{z} \quad \hat{z} \times \hat{y} = -\hat{x} \quad \hat{x} \times \hat{z} = -\hat{y}$$

$$\vec{A} = A_x \hat{x} + A_y \hat{y} + A_z \hat{z} \quad \vec{A}_x = \vec{A} \cdot \hat{x} \quad \vec{A}_y = \vec{A} \cdot \hat{y} \quad \vec{A}_z = \vec{A} \cdot \hat{z}$$

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\text{Skalarni produkt vektora u KKS: } \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Vektorski produkt vektora u KKS:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \cdot \hat{x} + (A_z B_x - A_x B_z) \cdot \hat{y} + (A_x B_y - A_y B_x) \cdot \hat{z}$$

## 2 Ekstremi funkcije

Funkcija  $f(x)$  ima ekstrem u točki  $x_e$  ako vrijedi  $\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_e} = 0$ .

U točki  $x_e$  se nalazi minimum ako je  $\left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x_e} > 0$ , maksimum ako je  $\left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x_e} < 0$  a

točka infleksije ako vrijedi  $\left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x_e} = 0$ .

## 3 Kinematika

### 3.1 Brzina

Tijelo se u trenutku  $t_1$  nalazi u točki  $p_1$  s vektorom položaja  $\vec{r}_1$  a u trenutku  $t_2$  u točki  $p_2$  s vektorom položaja  $\vec{r}_2$ . Srednja brzina je:

$$\vec{v}_{p_1 p_2} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Trenutna brzina je:  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

### 3.2 Akceleracija

$$\vec{a}_{p_1 p_2} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \quad \vec{a}_{p_1 p_2} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

### 3.3 Brzina i akceleracija u KKS

$$\vec{v} = v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z}, \quad v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$
$$\vec{a} = a_x \hat{x} + a_y \hat{y} + a_z \hat{z}, \quad a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

### 3.4 Jednoliko ubrzano gibanje po pravcu

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0, \quad \vec{r}(t) = \vec{a} \frac{t^2}{2} + \vec{v}_0 t + \vec{r}_0$$

### 3.5 Vertikalni hitac

Jednoliko ubrzano gibanje po pravcu  $y$ -smjeru.

### 3.6 Kosi hitac

Jednoliko ubrzano gibanje po pravcu u  $y$ -smjeru i jednoliko pravocrtno gibanje u  $x$ -smjeru.

### 3.7 Horizontalni hitac

Specijalni slučaj kosog hica za kut od  $0^\circ$ .

### 3.8 Polarni koordinatni sustav

$$\begin{aligned}\vec{r} &= r \cdot \hat{r}, & r &= \sqrt{x^2 + y^2}, & \tan \phi &= \frac{y}{x} \\ \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt} \cdot \hat{r} + r \cdot \frac{d\hat{r}}{dt} = \frac{dr}{dt} \cdot \hat{r} + \omega r \hat{\phi} \\ \vec{a} &= \left[ \frac{d^2r}{dt^2} - r \left( \frac{d\phi}{dt} \right)^2 \right] \hat{r} + \left[ 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\phi}{dt} + r \frac{d^2\phi}{dt^2} \right] \hat{\phi}\end{aligned}$$

### 3.9 Gibanje po kružnici

$$\vec{a} = -r \omega^2 \hat{r} + r \alpha \hat{\phi}, \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\phi}{dt^2}$$

Gibanje po kružnici u KKS:  $\vec{r}(t) = r \cos \phi(t) \hat{x} + r \sin \phi(t) \hat{y} = x \hat{x} + y \hat{y}$

## 4 Dinamika

Prvi Newtonov zakon:  $\vec{F}_{uk} = \sum_i \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0, \vec{v} = konst.$

Definicija količine gibanja:  $\vec{p} = m \vec{v}$

Drugi Newtonov zakon:  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \vec{a}$

Treći Newtonov zakon:  $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

### 4.1 Gravitacijska sila

$\vec{F}(\vec{r}) = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$  Gravitacijsko polje:  $\vec{g}(\vec{r}) = -G \frac{M}{r^2} \hat{r}$

Hookev zakon elastičnosti:  $\vec{F}_{el} = -k \vec{u}$

Sila trenja:  $F_{tr} = \mu N$ , gdje je  $N$  sila reakcije podloge.

Trenje u fluidu:  $\vec{F}_{tr} = -k \vec{v}$

## 5 Rad, energija, snaga

Zakon očuvanja energije:  $E_{k1} + U_1 = E_{k2} + U_2$

U slučaju da se obavlja rad, vrijedi:  $E_{k1} + U_1 + W = E_{k2} + U_2$

Ako djeluju nekonzervativne sile (npr. trenje), vrijedi:  $\Delta E_k + \Delta U + \Delta U_{int} = 0$ , gdje je  $U_{int}$  promjena unutarnje energije tijela zbog nekonzervativnih sila.

Rad:  $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$

Općenita formula za rad:  $W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$

gdje su  $P_1$  i  $P_2$  polazišna i odredišna točka a  $d\vec{l}$  infinitezimalni dio puta.

Kinetička energija:  $E_k = \frac{1}{2} m v^2$

Prosječna snaga:  $\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$

Trenutna snaga:  $P = \frac{dW}{dt}$   $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

Gravitacijska potencijalna energija u blizini Zemljine površine:  $U_{grav} = m g h$

Rad gravitacijske sile od točke 1 do točke 2:  $W_{grav} = U_{grav,1} - U_{grav,2} = -\Delta U_{grav}$

Elastična potencijalna energija:  $U_{el} = \frac{1}{2} k x^2$

Rad elastične sile:  $W_{el} = -\Delta U_{el}$

## 6 Zakon očuvanja količine gibanja

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots + \vec{p}_n$$

$$\vec{F}_{uk} = \sum \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = konst.$$

$$\text{Impuls: } \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$