

Domaća zadaća II

Interstellar

Jednom davno, u galaksiji dalekoj, Mali Princ sa svojeg asteroida promatra sudar dvaju golemih oblaka plina. Masa prvog oblaka je $M_1 = 4 \cdot 10^{30}$ kg, a drugog $M_2 = 10^{31}$. Pripadne brzine su $v_1 = 10^3$ km/s i $v_2 = 7 \cdot 10^2$ km/s i oblaci se gibaju ususret jedan drugom.

- (i) Pretpostavimo da je sudar centralan i inelastičan, te da sudarom nastane jedan veliki protozvjezdani oblak. Koja je brzina i smjer gibanja oblaka? Objasni što se događa sa centrom mase sustava prije i poslije sudara!
 - (ii) Nastali protozvjezdani oblak je oblika diska, radijusa $R = 50$ AU. AU je astronomska mjera za udaljenost: $1 \text{ AU} = 1.5 \cdot 10^{11}$ m. Nađi moment tromosti takvog diska. Disk se u nekom trenu sabije na $R = 20$ AU. Za koliko se promijeni kutna količina gibanja? Zašto je opis oblaka preko diska pogrešan?
 - (iii) Od diska tokom milijardi godina nastane sustav zvijezde mase $M_\odot = 1.4 \cdot 10^{31}$ kg i jednog planeta mase $M_\oplus = 10^{28}$ kg na udaljenosti $R_\oplus = 7$ AU. Ako je masa planeta zanemariva spram zvijezde, nađi period kruženja planeta oko zvijezde (evolucija). Kako period kruženja ovisi o udaljenosti planeta od zvijezde? Nađi pripadnu kutnu količinu gibanja.
 - (iv) Ako je period rotacije zvijezde oko svoje osi $T_\odot = 25$ dana, radijus zvijezde $r_z = 3 \cdot 10^7$ km, a period rotacije planeta (oba rotiraju u istom smjeru i u smjeru evolucije planeta oko zvijezde) $T_\oplus = 1$ dan, radijus planeta $r_p = 50\,000$ km, nađi kutnu količinu gibanja početnog oblaka!
 - (v) Nađi g na površini planeta!
 - (vi) Komet mase $m = 10^{15}$ kg dolazi do planeta iz početne udaljenosti $r = \infty$ i početne brzine $v_0 = 1$ m/s. Napiši izraz za ukupnu energiju kometa na početku i tik pred udar o površinu planeta. S kojom brzinom komet udari u planet? *Napomena:* zanemarite gravitacijski utjecaj zvijezde.
 - (vii) Koliki je impuls komet predao pri udaru? Koliko to promjeni brzinu rotacije planeta?
 - (viii) *Dodatni bod* Komet svojim udarom deformira planet i inducira dipolni moment. Modelirajmo ponašanje planeta kao dvije mase $m, 2m = M_\oplus$ međusobno spojene oprugom konstante opruge K . Planet počinje oscilirati duž jedne osi i deformirati se. Na okupu ga drže stijene. Ako je Youngov modul stijena na planetu Y , nađi dimenzijskom analizom kako konstanta opruge K ovisi o Youngovom modulu Y (N/m^2), dodirnom površinom okomitom na os deformacije A (površini presjeka planeta) i radijusom planeta r_p . Uzmite da vrijedi da udvostručenjem dodirne površine A se udvostruči konstanta opruge K !
- Ako je stijena na planetu pretežno granitna, $Y = 50$ GPa, nađi period titranja planeta! Nađi energiju pohranjenu u titranju planeta ako se planet maksimalno izduži 300 m. Koliko je to od ukupne energije koju je komet predao pri sudaru?