

## STATISTIKA I OSNOVNA MJERENJA

**Predavanja** (ponedjeljkom 13-15) F08

**Vježbe** (četvrtkom 10-12) F08 – dr. sc. Ettore Tamajo

**Praktikum** (četiri turnusa, četiri tjedna) podrum soba 008  
uvjet: položen 1. kolokvij

Pravila i sve obavijesti:

[www.phy.hr/SOM](http://www.phy.hr/SOM) ili  
[www.phy.hr/~mpozek/SOM.htm](http://www.phy.hr/~mpozek/SOM.htm)

Istraživački smjer: 1. godina				
Ponedjeljak	Utorak	Srijeda	Četvrtak	Petak
7-8 Tik Matematika A. Dulčić K. Fušar Reichel	Ocjena toka 2	Linearna algebra 2	Matematička analiza 2	Ocjena toka 2
9-10	A. Dulčić F08	M. Puzić F08	Z. Černi F08	A. Dulčić F08
10-11	M. Puzić Z. Černi F08	Linearna algebra 2	Praktikum 11 statistika i općena mjerjenja	Praktikum 12 statistika i općena mjerjenja
11-12	Ocjena toka 2	M. Puzić F08	M. Puzić F08	M. Puzić F08
12-13	A. Dulčić F08	Matematička analiza 2	Praktikum 13 statistika i općena mjerjenja	Praktikum 14 statistika i općena mjerjenja
13-14	Statistika i općena mjerjenja	Z. Černi F08	M. Puzić F08	M. Puzić F08
14-15	M. Puzić F08	Matematička analiza 2	Z. Černi F08	Ocjena toka 2 A. Dulčić F08
15-16				

## STATISTIKA I OSNOVNA MJERENJA

Tri kolokvija:

- 1.kolokvij: 18. ožujka - uvjet za praktikum  
slučajni uzorak, račun pogrešaka, obrada rezultata mjerenja,  
propagacija pogreške, metoda najmanjih kvadrata
- 2.kolokvij: 22.travnja  
kombinatorika, vjerojatnost
- 3.kolokvij: 7. lipnja raspodjele vjerojatnosti

SIBIRANJ 2010.							VELJAŠA 2010.							OŽUJAK 2010.						
P	U	S	C	P	S	N	P	U	S	C	P	S	N	P	U	S	C	P	S	N
4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
11	12	13	14	15	16	17	8	9	10	11	12	13	14	8	9	10	11	12	13	14
18	19	20	21	22	23	24	15	16	17	18	19	20	21	15	16	17	18	19	20	21
25	26	27	28	29	30	31	22	23	24	25	26	27	28	22	23	24	25	26	27	28

  

TRAVANJ 2010.							SVIBANJ 2010.							LIPANJ 2010.						
P	U	S	C	P	S	N	P	U	S	C	P	S	N	P	U	S	C	P	S	N
1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14	8	9	10	11	12	13	14	8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21	15	16	17	18	19	20	21	15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28	22	23	24	25	26	27	28	22	23	24	25	26	27	28
29	30	31					29	30	31					29	30	31				

Literatura:

- <http://www.phy.hr/~mpozek/predavanja/sadrzaj.html> (link)
- J. L. Devore: Probability & Statistics for Engineering and the Sciences, Brooks/Cole, Monterey 2000.
- N. Sarapa: Teorija vjerojatnosti, Školska knjiga, Zagreb 1992. (PMF-Matematika)
- W. Feller: An Introduction to Probability Theory and its Applications I, II., Wiley, New York 1968/1971.

<http://www.stats.gla.ac.uk/steps/glossary/index.html>

<http://mathworld.wolfram.com/topics/ProbabilityandStatistics.html>

### Čemu služi teorija vjerojatnosti i statistika?

- Sva područja života
- fizika
  - teorijska fizika
    - statistička fizika
    - kvantna fizika
  - eksperimentalna fizika
    - obrada rezultata mjerenja - procjena pogrešaka
    - provjera hipoteza

### Plan predavanja i vježbi:

- Obrada rezultata mjerenja (recepti)
- Opisna statistika
- Teorija vjerojatnosti, kombinatorika
- Slučajna varijabla, raspodjele vjerojatnosti
- Induktivna statistika, slučajni uzorak
- Izvodi formula za obradu rezultata mjerenja

## OSNOVNI STATISTIČKI POJMOVI

**Populacija** - dobro definiran skup objekata koji nas zanima.

Populacija može biti konačna ili beskonačna, realna ili hipotetična.

**Uzorak** - podskup populacije koji uzimamo na unaprijed određen način

Reprezentativni uzorak.

**Varijabla** - obilježje čija vrijednost se može mijenjati od objekta do objekta.

Jednodimenzionalan skup podataka.

Višedimenzionalan skup podataka.

## SVOJSTVA POPULACIJE

Def.: **Srednju vrijednost populacije** zovemo **očekivanje** i označavamo s  $\mu$ :

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Def.: **Srednja vrijednost** uzorka  $x_1, x_2, \dots, x_n$  je

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$



Def.: **Varijanca populacije**

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2$$

gdje je  $\mu$  prosjek populacije (očekivanje).

$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$  je **standardna devijacija populacije** (raspršenje).

Def.: **Varijanca uzorka**

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$s = \sqrt{s^2}$  je **standardna devijacija uzorka**

## MJERENJE

Želja da se utvrdi brojčana vrijednost neke fizikalne veličine.

Vrste pogrešaka:

- Sistematske
- Grube
- Slučajne

## MJERENJE

Populaciju čini skup svih mogućih mjerenja tražene fizikalne veličine. To je beskonačna populacija.

- očekivanje populacije  $\mu$  (kad bismo ga znali) predstavlja pravu vrijednost tražene veličine.
- Standardna devijacija populacije  $\sigma$  (kad bismo ju znali) opisuje rasipanje svih mjerenja (preciznost mjernog uređaja).

Mjerenje zamislimo kao uzimanje uzorka iz beskonačne populacije.

Obavimo li  $n$  mjerenja, uzeli smo  $n$ -teročlani uzorak iz beskonačne populacije.

Pretpostavka: **SAMO SLUČAJNE POGREŠKE!!!**

Iz uzorka ( $n$  mjerenja) zaključujemo:

- Srednja vrijednost uzorka dobro opisuje očekivanje populacije

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \approx \mu$$

- pouzdanost je to bolja što je uzorak veći

$$M = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \approx \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- Standardna devijacija uzorka dobro opisuje standardnu devijaciju populacije

$$m = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \approx \sigma$$

Preciznost mjerenja

Pisanje rezultata:

$$x = (\bar{x} \pm M) \left[ \begin{array}{c} \text{mjerena} \\ \text{jedinica} \end{array} \right]$$

Relativna pogreška:

$$R = \frac{M}{\bar{x}}$$

Ukratko o obradi rezultata mjerenja:

[www.phy.hr/SOM](http://www.phy.hr/SOM)

Mjerenja različitih statističkih težina

Konzistentna mjerenja:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^n 1} \quad \bar{M}^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{M_i^2}}$$

Nekonzistentna mjerenja

Posredno mjerene veličine:

izravno mjerimo  $X$  i  $Y$ , a zanima nas  $h(X, Y)$

Ako su rezultati neposrednih veličina  $x = (\bar{x} \pm M_x)$  i  $y = (\bar{y} \pm M_y)$ ,

onda je:

$$\bar{h} = h(\bar{x}, \bar{y}) \quad M_h = \sqrt{\left( \left. \frac{\partial h}{\partial X} \right|_{\bar{y}, \bar{x}} \cdot M_x \right)^2 + \left( \left. \frac{\partial h}{\partial Y} \right|_{\bar{x}, \bar{y}} \cdot M_y \right)^2}$$