

**Binomna raspodjela:**

Očekivanje i varijanca

$$E(X) = np$$

$$V(X) = npq$$

Prilagođavanje empirijskih podataka binomnoj raspodjeli

[link](#)

### Poissonova raspodjela (zakon rijetkih dogadaja)

Rijetki dogadaji:

- Geiger-Müllerov brojač
- dolasci na bankomat u nedjelju

Jako nepošten novčić  $p < 1$ , puno bacanja ( $n \gg 1$ )

PPPPPPPPPPPGPPPPPPPPPPPPPPPPGPPPPPPPPPPPPPPGPPPPPPPPPPPPPP...  
P

$$b(x; n, p) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

Aproksimacije: 1.  $(1-p)^{n-x} \approx e^{-np}$       2.  $\frac{n!}{(n-x)!} \approx n^x$

$$p(x; n, p) \approx \frac{e^{-np}(np)^x}{x!} \quad \text{stavimo: } np = \lambda = \text{const.}$$

*Def:*

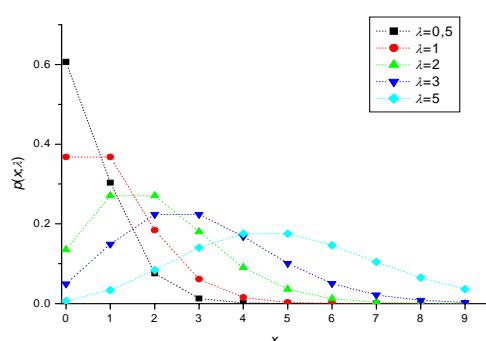
Diskretna slučajna varijabla je **Poissonova** ako joj je raspodjela vjerojatnosti dana s

$$p(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

za neki  $\lambda > 0$ .

**Poissonovu slučajnu varijablu** označavamo:

$$X \sim Po(\lambda)$$



### Očekivanje i varijanca

$$E(X) = \lambda$$

$$E(X^2) = \lambda + \lambda^2$$

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$V(X) = \lambda$$

### Rekurzivna formula

$$p(x; \lambda) = \frac{\lambda}{x} p(x-1; \lambda)$$

### Najvjerojatnija vrijednost

$$\lambda - 1 \leq x_M \leq \lambda$$

### Funkcija raspodjele

$$F(x; \lambda) = \sum_{y=0}^x e^{-\lambda} \frac{\lambda^y}{y!}$$

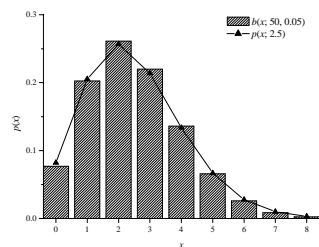
### Primjena Poissonove raspodjele

#### A. Poissonova raspodjela kao granični slučaj binomne

vidjeli smo:  $\lim_{n \rightarrow \infty} b(x; n, p) = p(x; \lambda)$

Praktično:

$$n \geq 50 \quad ; \quad p \leq 0,1$$



### B. Poissonova raspodjela kao zakon malih brojeva

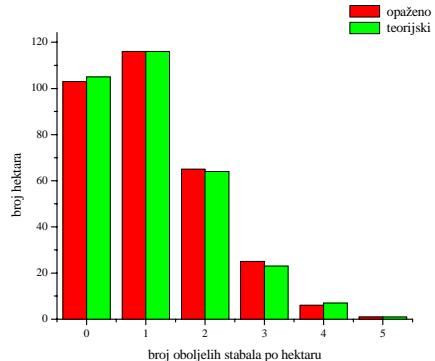
Rijetki dogadaji

vremenski ili prostorni intervali

#### **Poissonovi procesi :**

Vjerojatnost dogadaja proporcionalna je veličini intervala.

### Prilagodavanje empirijskih podataka Poissonovoj raspodjeli



### Raspodjela dvije nezavisne Poissonove varijable

Dvije Poissonove slučajne varijable:

$$X \sim Po(m) \text{ i } Y \sim Po(n).$$

Tvrđnja: Slučajna varijabla  $Z=X+Y$  je također Poissonova

$$Z \sim Po(m+n).$$