

### PROMJENE RASPOREDA:

| Kolegij                    | Stari termin         | Novi termin          |
|----------------------------|----------------------|----------------------|
| SOM (prvi kolokvij)        | 19. ožujka<br>10-12h | 23. ožujka<br>13-15h |
| Opća fizika 2 (predavanje) | 20. ožujka<br>8-10h  | 19. ožujka<br>10-12h |
| Numerička matematika       | 20. ožujka<br>10-12h | 6. travnja<br>13-15  |

### Pravila kolokvija

- Dozvoljene formule s weba (M. Grbić) <http://www.phy.hr/~mgrbic/som/materijali/formule.pdf> i kalkulator
- Barem tri lista papira (svaki zadatak posebno) + milimetarski (+ravnalo)
- Pisati međukorake (međusume)

### OPISNA STATISTIKA

### GRAFIČKE METODE

### S-L dijagram

Ostvareni bodovi na natjecanju  
(matematika, 2007., Grad Zagreb, 8. razred)

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 41 | 45 | 24 | 13 | 33 |
| 6  | 11 | 34 | 11 | 24 |
| 32 | 31 | 19 | 20 | 23 |
| 11 | 24 | 9  | 25 | 27 |
| 16 | 11 | 26 | 28 | 21 |
| 34 | 47 | 28 | 37 | 39 |
| 13 | 50 | 50 | 22 | 19 |
| 35 | 14 | 23 | 27 |    |
| 24 | 17 | 28 | 39 |    |
| 16 | 10 | 26 | 27 |    |

1. odaberemo jednu ili više početnih znamenki za 'stabljiku'
2. u stupac popišemo sve moguće stabljike
3. desno od svake stabljike popišemo sve pripadajuće 'listove'

|   |                    |
|---|--------------------|
| 5 | 00                 |
| 4 | 157                |
| 3 | 123445799          |
| 2 | 012334444566777888 |
| 1 | 0111133466799      |
| 0 | 69                 |

### HISTOGRAMI

**Diskretna varijabla** - ona za koji je skup mogućih vrijednosti konačan ili prebrojiv

-najčešće se radi o prebrojavanju

**Kontinuirana varijabla** - skup mogućih vrijednosti jest cijeli interval na brojevnom pravcu

-najčešće rezultat mjerenja

### Bodovi na testu provjere znanja

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 11 | 16 | 9  | 10 | 15 | 17 | 10 | 20 |
| 10 | 16 | 11 | 14 | 11 | 17 | 11 | 12 |
| 17 | 12 | 10 | 16 | 15 | 12 | 13 | 16 |
| 14 | 17 | 14 | 4  | 15 | 14 | 7  | 14 |
| 15 | 17 | 15 | 10 | 15 | 18 | 15 | 16 |
| 15 | 9  | 13 | 16 | 11 | 18 | 11 | 6  |

Def.: **Frekvencija**  $f_i$  neke određene vrijednosti  $x_i$  varijable  $X$  jest broj pojavljivanja te vrijednosti u promatranom skupu podataka.

11 16 9 10  
15 17 10 20  
10 16 11 14  
11 17 11 12  
17 12 10 16  
15 12 13 16  
14 17 14 4  
15 14 7 14  
15 17 15 10  
15 18 15 16  
15 9 13 16  
11 18 11 6

| $x_i$ | $f_i$ |
|-------|-------|
| 1     | 0     |
| 2     | 0     |
| 3     | 0     |
| 4     | 1     |
| 5     | 0     |
| 6     | 1     |
| 7     | 1     |
| 8     | 0     |
| 9     | 2     |
| 10    | 5     |
| 11    | 6     |
| 12    | 3     |
| 13    | 2     |
| 14    | 5     |
| 15    | 8     |
| 16    | 6     |
| 17    | 5     |
| 18    | 2     |
| 19    | 0     |
| 20    | 1     |

raspodjela frekvencija

Def.: **Relativna frekvencija**  $f_{ri}$  neke određene vrijednosti  $x_i$  varijable  $X$  jest frekvencija podijeljena s ukupnim brojem podataka:

$$f_{ri} = \frac{f_i}{N}$$

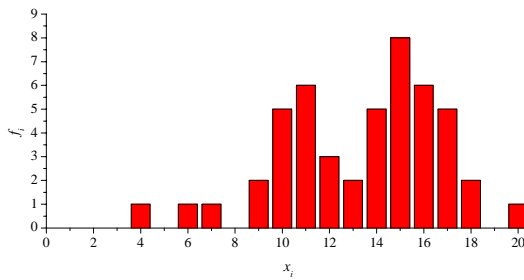
| $x_i$ | $f_i$ |
|-------|-------|
| 1     | 0     |
| 2     | 0     |
| 3     | 0     |
| 4     | 1     |
| 5     | 0     |
| 6     | 1     |
| 7     | 1     |
| 8     | 0     |
| 9     | 2     |
| 10    | 5     |
| 11    | 6     |
| 12    | 3     |
| 13    | 2     |
| 14    | 5     |
| 15    | 8     |
| 16    | 6     |
| 17    | 5     |
| 18    | 2     |
| 19    | 0     |
| 20    | 1     |

$N = 48$

| $x_i$ | $f_i$ | $f_{ri}(\%)$ |
|-------|-------|--------------|
| 1     | 0     | 0            |
| 2     | 0     | 0            |
| 3     | 0     | 0            |
| 4     | 0.021 | 2.1          |
| 5     | 0     | 0            |
| 6     | 0.021 | 2.1          |
| 7     | 0.021 | 2.1          |
| 8     | 0     | 0            |
| 9     | 0.042 | 4.2          |
| 10    | 0.104 | 10.4         |
| 11    | 0.125 | 12.5         |
| 12    | 0.063 | 6.3          |
| 13    | 0.042 | 4.2          |
| 14    | 0.104 | 10.4         |
| 15    | 0.167 | 16.7         |
| 16    | 0.125 | 12.5         |
| 17    | 0.104 | 10.4         |
| 18    | 0.042 | 4.2          |
| 19    | 0     | 0            |
| 20    | 0.021 | 2.1          |

Crtanje histograma (za diskretnu raspodjelu):

1. odredi frekvencije ili relativne frekvencije
2. na apscisi označi moguće vrijednosti varijable  $X$
3. nacrtaj pravokutnik visine  $f_i$  ili  $f_{ri}$ .

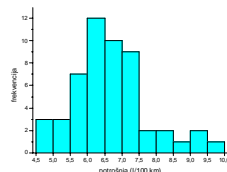
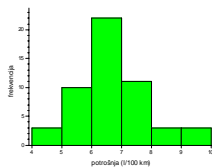


potrošnja goriva

|      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|
| 6,25 | 5,93 | 7,8  | 4,95 | 9,2  | 8,57 |
| 6,82 | 7,43 | 5,78 | 5,46 | 6,54 | 7,02 |
| 6,78 | 4,75 | 5,32 | 7,11 | 5,66 | 5,99 |
| 6,87 | 8,35 | 7,66 | 7,23 | 6,58 | 6,92 |
| 6,32 | 7,08 | 5,98 | 6,25 | 5,45 | 6,72 |
| 6,38 | 6,9  | 9,87 | 6,23 | 6,52 | 6,43 |
| 6,12 | 5,81 | 6,37 | 7,23 | 7,46 | 8,06 |
| 6,09 | 5,82 | 4,99 | 6,32 | 6,51 | 6,49 |
| 9,49 | 6,39 |      |      |      |      |

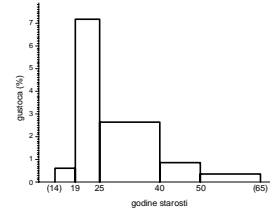
Konstrukcija histograma:

1. Podijelimo apscisu na prikladan broj razreda (ekvidistantno ili neekvidistantno)
2. odredimo frekvencije
3. crtamo pravokutnike
  - za ekvidistantne razrede visina =  $f_{ri}$
  - za neekvidistantne razrede visina =  $f_i$ /širina



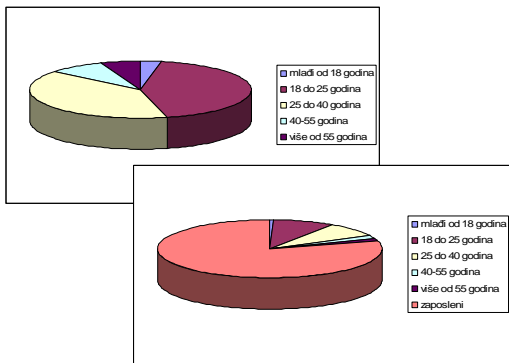
Osobe prijavljene zavodima za zapošljavanje u Hrvatskoj 1990:

| dob     | broj osoba (u tisućama) | $f_{ri}(\%)$ |
|---------|-------------------------|--------------|
| (14)-19 | 6,1                     | 3,12         |
| 19-25   | 84,0                    | 42,99        |
| 25-40   | 77,5                    | 39,66        |
| 40-50   | 16,6                    | 8,50         |
| 50-(65) | 11,2                    | 5,73         |
| UKUPNO  | 195,4                   | 100,00       |

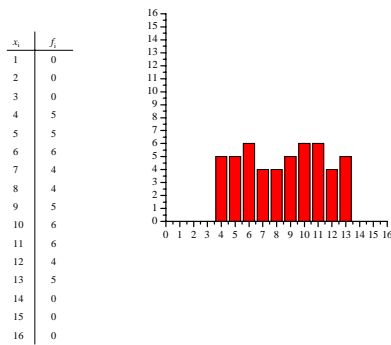


Oblik:  
unimodalan,  
pozitivno nagnut

### Kružni (tortni) dijagram (pie chart)

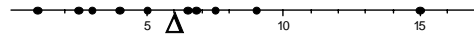


## MJERE POLOŽAJA



Def.: Srednja vrijednost  $\bar{x}$  uzorka  $x_1, x_2, \dots, x_n$  je

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

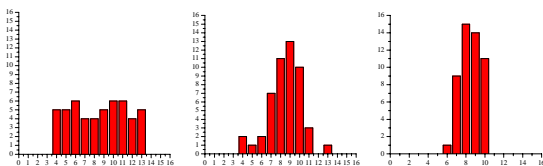


Def.: Srednju vrijednost populacije označavamo s  $\mu$ .

Def.: **Medijan**  $\tilde{x}$  određujemo tako da sva opažanja poredamo po veličini. Ako je broj opažanja neparan, medijan je vrijednost  $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ -tog opažanja. Ako je broj opažanja paran, medijan je srednja vrijednost  $\left(\frac{n}{2}\right)$ -tog i  $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ -og opažanja.

ošišani prosjek: ....

## MJERE RASPRŠENJA



Def.: **Raspon uzorka** - razlika između najveće i najmanje vrijednosti u uzorku

Ovisi samo o ekstremima

kvantili; percentili; ....

Def.: **Odstupanje od prosjeka** pojedine vrijednosti u uzorku:  $x_i - \bar{x}$

$$\text{prosječno odstupanje} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})$$

$$\text{prosječno apsolutno odstupanje} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

|   |  |
|---|--|
| Def.: <b>Varijanca uzorka</b>             | $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ |
| Def.: <b>Standardna devijacija uzorka</b> | $s = \sqrt{s^2}$                                     |
| Def.: <b>Varijanca populacije</b>         | $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$  |
| gdje je $\mu$ prosjek populacije.         |  |

Posjetiti <http://meteo.hr>

## TEORIJA VJEROJATNOSTI

Terminologija

**Pokus** = bilo koji postupak ili proces koji rezultira opažanjem.

**Ishod** = rezultat pokusa.  
Ishodi su nerazloživi i međusobno se isključuju!

**Slučajni pokus**

**Prostor elementarnih događaja  $\Omega$**  = skup svih ishoda nekog pokusa.

**Događaj** = svaki podskup od  $\Omega$ .

**Elementarni događaj** = jednočlani podskup

**Složeni događaj** = višečlani podskup

**Sigurni događaj** =  $\Omega$

**Nemogući događaj** =  $\emptyset$  (prazan skup)

## VENNOVI DIJAGRAMI

**Definicije vjerojatnosti**

**Definicija a priori:**

Neka imamo slučajni pokus s konačno mnogo elementarnih događaja i neka su svi ti elementarni događaji jednako mogući. Tada je vjerojatnost proizvoljnog događaja  $A$  vezanog uz taj pokus dana brojem elementarnih događaja povoljnih za taj događaj  $n_A$  podijeljenim s ukupnim brojem elementarnih događaja  $n$ :

$$n = k(\Omega) ; n_A = k(A) \Rightarrow P(A) = \frac{n_A}{n}$$

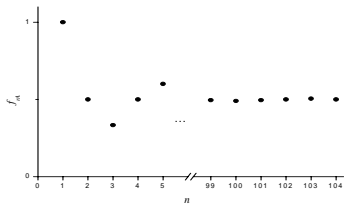
Manjkavosti:

- samo konačni skupovi
- kružna definicija

## Frekvencija

Ponovimo slučajni pokus  $n$  puta. Neka se događaj  $A$  pojavio točno  $n_A$  puta. Tada broj  $n_A$  nazivamo **frekvencijom** događaja  $A$  ( $f_A$ ), a broj  $f_{rA} = \frac{n_A}{n} = \frac{f_A}{n}$  je **relativna frekvencija** tog događaja. Vrijedi  $0 \leq f_{rA} \leq 1$

## Statistička stabilnost relativnih frekvencija



## Definicije vjerojatnosti

### Definicija a posteriori:

Ako slučajni pokus zadovoljava uvjet statističke stabilnosti relativnih frekvencija, onda se **vjerojatnost a posteriori** proizvoljnog događaja  $A$  definira kao realan broj

$$P(A) \in [0,1]$$

oko kojeg se grupiraju relativne frekvencije tog događaja.

Manjkavosti:

- kako provjeriti stabilnost?
- Vjerojatnost jednog događaja?