

1°) - Ako su svi \vec{k}' specifikirani u 1BZ i \vec{k}'' se razlikuje od \vec{k}' i \vec{k}' za \vec{G}

$\vec{k} + \vec{k}' = \vec{k}'' + \vec{G} \mapsto$ U-proces!

2°) Ako su svi \vec{k}' specifikirani u paralelogramu i $\vec{k}'' = \vec{k} + \vec{k}' \Rightarrow$ N-proces!

Ako zadržimo primitivnu ćeliju distinkcija između U i N je nedvosmislena jer sudski fononski mišr ima jednoznačan prikaz \vec{k} u p. ćeliji.

Kako stvoriti N proces?

Izaberemo za p. onu koja sadržiava okolinu točke $\vec{k}=0$ i koja je dovoljno velika da obuhvati sudski \vec{k} s energijom $\hbar \omega_s(\vec{k}) \gg k_B T$. Očigledan izbor je 1BZ.

↑ značajan broj fonona

Vraćamo se električnim efektima.

VIII Ponašanje elektrona u magnetskom polju

Jednodžba gibanja u aproksimaciji efektivne mase:

$m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \vec{v} = e (\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B})$

tu se pojavljuje m^* - efektna masa
 Newtonovski član - efekt magnetskog polja
 relaksacije brzine (raspršenje na nečemu) - efekt
 → pretp. prosječnu unijeme \vec{B} za koje se elektron relaxira; prosječna akceleracija je $\frac{\vec{v}}{\tau}$

Jednodžba dobivena iz aproksimacije efektivnog $\mu \Rightarrow$ toliko je pojednostovljena da je to jednodžba za slob. elektron koji se raspršuje na nečemu.

To bi se trebalo dobiti iz poluklasičnog opisa

$H_{eff} = E^0(\vec{k} \rightarrow -i \frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} - \frac{e}{\hbar c} \vec{A}(\vec{r}_i)) + V(\vec{r}_i) \quad KH \mapsto QM$

$\Rightarrow H_{eff} = H_{eff} \left(-i \frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} - \frac{e}{\hbar c} \vec{A} \mapsto \vec{k} \right) \quad QM \mapsto KH$

$\Rightarrow \hbar \dot{\vec{k}} = e (\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B}) \quad \vec{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_{\vec{k}}}{\partial \vec{k}}$

U aprox eff. mose $m^* \vec{v}_z = \hbar \dot{\vec{k}}$

$\xi - \xi_0 = \frac{\hbar \dot{\xi}_0}{-i \omega_c} [e^{-i \omega_c t} - 1]$

Slučajevi:

$\vec{E} = \vec{0}, \vec{B} \parallel \vec{k}$ (duž z-osi); $\vec{E} = \{0, 0, 0\}, \vec{B} = \{0, 0, B\}$
 $\vec{v} = \{v_x, v_y, v_z\}$

$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = \hat{x} v_y B - \hat{y} v_x B$

$\Rightarrow m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) (v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z}) = \frac{eB}{c} (\hat{x} v_y - \hat{y} v_x)$

$\Rightarrow m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) v_x = \frac{eB}{c} v_y$
 $m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) v_y = -\frac{eB}{c} v_x$
 $m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) v_z = 0$

supstitucija $\xi = x + iy$
 $\dot{\xi} = v_x + i v_y$
 $(= \dot{x} + i \dot{y})$

$\Rightarrow \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \dot{\xi} = -i \frac{eB}{mc} \dot{\xi}$

frekvencija relaksacije $\omega_c \equiv \frac{eB}{mc}$ ciklotronska frekvencija

- pitanje hoće li napraviti puni krug prije nego se rasprši ili ne.

T = 300 K

U čistom bakru, u magnetskom polju 10 kgaussa mijenjajući T mijenja se odnos $\tau^{-1} \leftrightarrow \omega_c$ (mijenjajući T mijenjamu τ , rastom sve više raspršenja)

Pretpostavimo da radimo s jakim poljima (oko smo u režimu τ^{-1} zanemaru) tj. u režimu $\tau^{-1} \ll \omega_c$ ($\frac{\omega_c}{2\pi} \gg \frac{1}{\tau}$ točnije), pa se zanemaruje $\left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \dot{\xi} = -i \omega_c \dot{\xi}$

$\Rightarrow \frac{d}{dt} \dot{\xi} = -i \omega_c \dot{\xi} \Rightarrow \dot{\xi} = -i \omega_c \xi \Rightarrow \frac{d \dot{\xi}}{\dot{\xi}} = -i \omega_c dt$

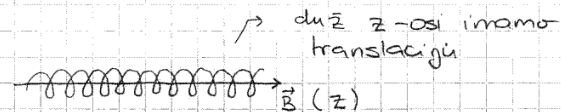
$\Rightarrow \dot{\xi} = \dot{\xi}_0 e^{-i \omega_c t} \Rightarrow |\dot{\xi}| = |\dot{\xi}_0| = cte$ počema brzina

$\xi = \frac{\dot{\xi}_0}{-i \omega_c} e^{-i \omega_c t} \Rightarrow |\xi| = \frac{|\dot{\xi}_0|}{\omega_c} = |\xi_0| = cte$ radijus ciklotronskog gibanja

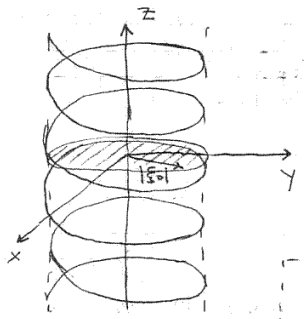
→ ovo opisuje kružno gibanje: $|\xi|$ je konstantan i zadržava početnu brzinu.

Još se duž z-osi giba jednoliko → ciklotronsko gibanje po kružnici radijusa $|\xi_0|$

$Z = v_{z0} t + z_0$



→ duž z-osi imamo translaciju



Ako je $\tau^{-1} > \omega_c \Rightarrow$ nema ciklotronskog gibanja

Ako je $\tau^{-1} < \omega_c \Rightarrow$ ima ciklotronskog gibanja

$\tau^{-1} \ll \omega_c$

Slobodni elektron $B = 10 \text{ kGauss} = 10^4 \text{ G} = 1\text{T}$
 $\omega_c = 1.8 \cdot 10^{11} \text{ rad/s}$

Lu (čisti)

sudari

a) $T = 300 \text{ K}$ (fononski utjecaj)

b) $T = 4 \text{ K}$ (nema fonona)

$\tau^{-1} = 5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ - nema ciklotronskog gibanja
 $\tau^{-1} > \omega_c$

$\tau^{-1} = 5 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$
 $\omega_c > \tau^{-1} \Rightarrow$ ciklotronsko gibanje

\Rightarrow Ciklotronsko gibanje uslovi znači da se elektron puno puta okrene prije nego što se sudari. (promjenom T idemo iz jednog režima u drugi)

$$\ddot{\xi} + \frac{\dot{\xi}}{\tau} = -i\omega_c \xi \Rightarrow \ddot{\xi} = -\left[\frac{1}{\tau} + i\omega_c\right] \dot{\xi} \Rightarrow \frac{d\dot{\xi}}{\dot{\xi}} = -\left[\frac{1}{\tau} + i\omega_c\right] dt$$

$$\Rightarrow \ln \frac{\dot{\xi}}{\dot{\xi}_0} = -\left[\frac{1}{\tau} + i\omega_c\right] t \Rightarrow \dot{\xi} = \dot{\xi}_0 e^{-i\omega_c t} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\Rightarrow \xi - \xi_0 = -\left[\frac{\dot{\xi}_0}{i\omega_c + \frac{1}{\tau}}\right] \left\{ e^{-i\omega_c t} e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right\}$$

Dodatok: podsjetimo se još jednom:

\rightarrow poluklasične jednačbe gibanja

$$\begin{cases} \vec{\pi} = \vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}} \\ \hbar \dot{\vec{k}} = e \frac{1}{c} \vec{v}(\vec{k}) \times \vec{B} \\ \vec{E} = 0 \end{cases}$$

oplaćuje sljedeći da su komponente k_x u smjeru magnetskog polja i energija $E(\vec{k})$ konstante gibanja (pokazat ćemo to kasnije)

Stohička magnetovodljivost

\rightarrow dodavamo električno polje $\vec{E} = \{E_x, E_y, E_z\}$
 $\vec{B} = \{0, 0, B\}$

$$m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) v_x = \frac{eB}{c} v_y + eE_x$$

$$m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) v_y = -\frac{eB}{c} v_x + eE_y$$

$$m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) v_z = eE_z$$

$\frac{d}{dt} \dots = 0 \Rightarrow$ stacionarnost

Tražimo stacionarno rješenje tih jednačbi \Rightarrow iz jednačbi micemo $\frac{d}{dt} \dots$ ($\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$) i dobivamo

algebarske jednačbe za v_i . $\hat{\sigma}$ -magnetovodljivost

$\vec{j} = \sigma_0 e \vec{v}$ + Ohmov zakon $\vec{j} = \hat{\sigma} \vec{E}$ \rightarrow tenzor

$$\sigma_0 = \frac{e^2 \tau \sigma_0}{m}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_x - \frac{eB\tau}{mc} v_y = \frac{\tau e}{m} E_x & / \cdot \sigma_0 e & e = -|e| \\ \frac{eB\tau}{mc} v_x + v_y = \frac{\tau e}{m} E_y & / \cdot \sigma_0 e & \omega_c = \frac{|e|B}{mc} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_z = \frac{\tau e}{m} E_z & / \cdot \sigma_0 e \end{cases} \Rightarrow \vec{j} = \sigma_0 \cdot A^{-1} \cdot \vec{E}$$

A matrica sustava

$$\Rightarrow \frac{1}{\sigma_0} \begin{pmatrix} 1 & \omega_c \tau & 0 \\ \omega_c \tau & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

Tražimo A^{-1} :

$$A^{-1} A = \mathbb{1} \quad \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \omega_c \tau & 0 \\ -\omega_c \tau & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a - \omega_c \tau b & \omega_c \tau a + b & c \\ d - \omega_c \tau e & \omega_c \tau d + e & f \\ g - \omega_c \tau h & \omega_c \tau g + h & j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - \omega_c \tau b = 1 \\ \omega_c \tau a + b = 0 \quad / \cdot \omega_c \tau \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{1 + (\omega_c \tau)^2} \\ b = -\frac{\omega_c \tau}{1 + (\omega_c \tau)^2} \\ c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d - \omega_c \tau e = 0 \quad / \cdot -\omega_c \tau \\ \omega_c \tau d + e = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e = \frac{1}{1 + (\omega_c \tau)^2} \\ d = \frac{\omega_c \tau}{(\omega_c \tau)^2 + 1} \\ f = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} g - \omega_c \tau h = 0 \\ \omega_c \tau g + h = 0 \quad / \cdot \omega_c \tau \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g = 0 \\ h = 0 \\ j = 1 \end{cases} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{1 + (\omega_c \tau)^2} \begin{bmatrix} 1 & -\omega_c \tau & 0 \\ \omega_c \tau & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + (\omega_c \tau)^2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{bmatrix} = \frac{\epsilon_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} \begin{bmatrix} 1 & -\omega_c \tau & 0 \\ \omega_c \tau & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + (\omega_c \tau)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_0 = \frac{e^2 \tau^2 n_0}{m}$$

$$\omega_c = \frac{|e| B}{m c}$$

ovo vrijedi za kubični kristal.

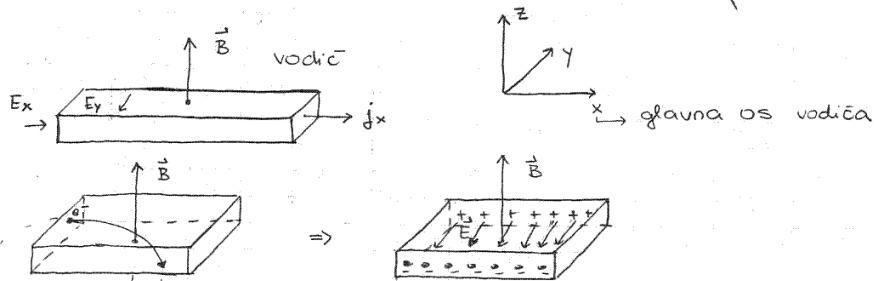
$\hat{\epsilon} \rightarrow$ tenzor magnetovodljivosti

\rightarrow koeficijent proporcionalnosti ovisan o magnetskom polju

\Rightarrow magnetsko polje se pojavilo kao unosilac anizotropije u sustavu (magnetsko polje se pojavilo na off-diagonalima, stija i električno polje neće biti paralelni \Rightarrow efekt mog. polja: unošenje anizotropije, m. polje je snižilo rotacijsku invarijantnost sustava: \hat{z} os istoknuta \Rightarrow anizotropizacija prostora za elektron (iako smo krenuli od izotropnog materijala))

\rightarrow pojava magnetovodljivosti $\hat{\epsilon} \rightarrow$ tenzor koji postaje dijagonalan za $\vec{B} = 0$.

Hallov efekt u vodiču



\rightarrow magnetsko polje savija putanje gibajućih naboja, "lijepi" ih uz jedan kraj vodiča. Na suprotnom kraju ostaju suprotni naboji (+) \Rightarrow stvara se električno polje između krajeva koje se suprotstavlja Lorentzovoj sili dok se ne izjednače...

E_y - transversalno polje (Hallov polje) \Rightarrow balans Lorentzove sile \Rightarrow rezultantni efekt: samo j_x

$j_y = 0$ (u stacionarnom stanju tj. u ravnoteži "Hallove" sile i Lorentzove sile)

$$j_y = \frac{\epsilon_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} (E_y + \omega_c \tau E_x) = 0 \Rightarrow E_y = -\omega_c \tau E_x = -\frac{|e| B \tau}{m c} E_x$$

(pojavljuje se polje duž y osi koje sprečava da stija teče duž y-osi)

$$E_y = -\frac{|e| B \tau}{m c} E_x \quad \text{Hallov napon (efekt)}$$

Napomena: $\omega_c \tau \ll 1 \Rightarrow \vec{j} \approx \parallel \vec{E}_x$ (kao da polja nema)

Ako je \vec{j} pod nekim kutem ϕ u odnosu na \vec{E}_x

$$E_y \phi = |E_x| = \omega_c \tau \rightarrow \text{Hallou kut}$$

Hallova konstanta

$$R_H = \frac{E_y}{j_x B} = \frac{1}{s_0 e c} < 0$$

opća konst. treba biti ako vode elektroni (tj. u metalima) (supljune $\Rightarrow +e$)

\downarrow za $e^- \quad e = -|e|$ (supljune $\Rightarrow +e$)

\downarrow gustoća

\rightarrow ovisi samo o vrsti i gustoći nosilaca

$$j_x = \frac{\epsilon_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} [E_x - \omega_c \tau E_y] = \frac{\epsilon_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} \left[-\frac{1}{\omega_c \tau} - \omega_c \tau \right] E_y$$

$$= -\frac{\epsilon_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} \frac{1 + (\omega_c \tau)^2}{\omega_c \tau} E_y = -\frac{\epsilon_0}{\omega_c \tau} E_y = + \frac{e^2 \tau^2 s_0}{m} \frac{m c}{|e| B \tau} E_y$$

$$= \frac{s_0 c e}{B} E_y \Rightarrow \frac{E_y}{j_x B} = \frac{B}{s_0 c e E_x} \cdot \frac{E_x}{B} = \frac{1}{s_0 c e} //$$

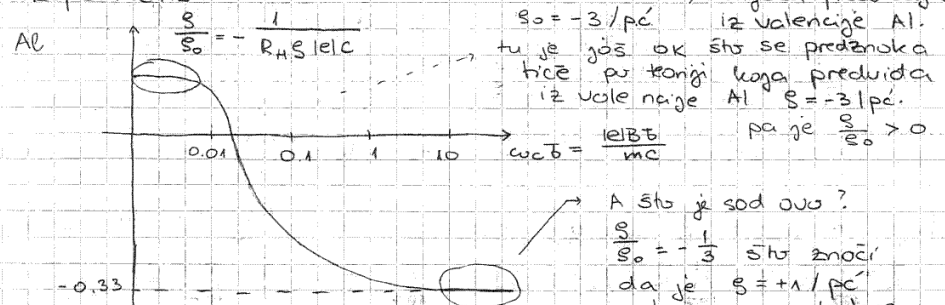
	R_H exp.	R_H teor.
Li	-1.9	-1.5
Na	-2.5	-2.6
K	-4.9	-4.9
Al	1.1	1.1
In	1.8	1.8

\rightarrow treba uspijet teorijski promijeniti predznak (\rightarrow pozitivni?)

pozitivni nosioci naboja

Što se dogodilo s aluminijem?

Ekspeniment:



\rightarrow teorijska predikcija $S_0 = -3/p_c$ iz valencije Al. tu je još ok što se predznaka neće pu konji koja predviđa iz valencije Al $S = -3/p_c$ pa je $\frac{S}{S_0} > 0$

A što je sad ovo? $\frac{S}{S_0} = -\frac{1}{3}$ što znači da je $S = +1/p_c$ a to nema nikakve veze sa teorijom iz ne senom do soda.

$$A_{12} \rightarrow B_{21} \rightarrow P_{12} \rightarrow S_{12} = -3$$

S_0 - gustota sl. elektrona je procijenjena sa kemig'skom valencijom (= -3) a vrijednost R_H ukazuje na 1 nosilac po p. celiji (to \oplus naboja! (za $\omega_c \tau > 10$)

Otkud to?

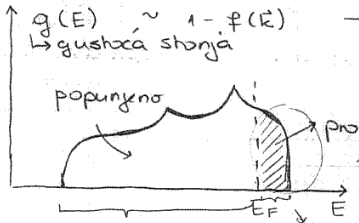
$$\vec{j} = e \sum_{\vec{k} \in 1BZ} \vec{v}_{\vec{k}} \cdot \vec{f}_{\vec{k}} = e \sum_{1BZ} \vec{v}_{\vec{k}} \cdot [\vec{f}_{\vec{k}} + 1] = e \sum_{1BZ} \vec{v}_{\vec{k}} \cdot (\vec{f}_{\vec{k}} - 1)$$

funkcija okupacije stanja u 1BZ dok imamo vanjsko polje (NE Fermi-Diracova raspodjela)

$\sum_{1BZ} \vec{v}_{\vec{k}} = 0$ (ne zbog centra sim kristala nego zbog invarijantnosti vremena)

$$= -e \sum_{1BZ} \vec{v}_{\vec{k}} (1 - f_{\vec{k}}) \Rightarrow \text{dobili smo da se struja naboja u punim stanjima može dobiti kao struja suprotnih naboja u praznim stanjima} \Rightarrow \text{supljine (h)}$$

Suma po praznim stanjima je proklična, kad su vrpce skoro popunjene \Rightarrow ne treba znati strukturu cijele vrpce.



$g(E) \sim 1 - f(E)$ \rightarrow uzima samo gustocu stanja iznad E_F

to nos zoni \rightarrow ima relativno jednostavan analitički oblik (aproksimativan) $\sim \sqrt{E}$ (naravno to ovisi o vrsti materijala tj. dokle je \vec{k} popunjeno)

sumirati odvje \rightarrow ili odvje po popunjenim stanjima po praznim stanjima

\Rightarrow možemo reći da vode supljine sa suprotnim nabojem od elektronskog. \rightarrow Diracova slika pozitrona. Ta nam priča sugerira uvođenje supljina sa suprotnim nabojem.

Ukupni moment \vec{k} cijelog sistema:

$$\vec{k} = \sum_{1BZ} \vec{k} f_{\vec{k}} = \sum_{1BZ} \vec{k} [f_{\vec{k}} + 1 - 1] = - \sum_{1BZ} \vec{k} [1 - f_{\vec{k}}] = \sum_{1BZ} (-\vec{k}) [1 - f_{\vec{k}}]$$

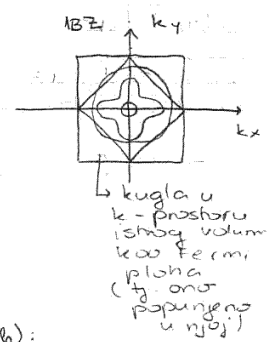
$$\Rightarrow \vec{k}_e = -\vec{k}_h \quad e^e = -e^h$$

(iako su elektroni oni koji vode struju možemo sve gledati preko npr. statističke čestice koje nose naboje supljine)

U području u kojem vrijedi aprox. efektivne mase:

Aprox. eff. mase $[m^* \vec{v} = \vec{k}]$

Fermijeva ploha aproksimiramo kuglom



Razvijamo energiju oko vrha vrpce (E_0)

$$E(\vec{k}) = E_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

$$m_e^* < 0 \quad (m_e^* \cdot \vec{v} = \vec{k})$$

$$E(\vec{k}) < E_0$$

Vidimo da može postojati elektron (e) i supljina (h):

$$\vec{k}_e = -\vec{k}_h$$

$$\vec{v}_e = \vec{v}_h$$

$$m^* \vec{v} = \vec{k}$$

$$\vec{v}_e = \vec{v}_h \Rightarrow \vec{k}_e = -\vec{k}_h$$

$$m_e^* = -m_h^*$$

$$e^e = -e^h$$

\rightarrow vrijedi kvadratni razvoj oko vrha ali prema dolje
- elektron se ponaša kao da ima negativnu masu
- pozitron se ponaša kao da ima pozitivnu masu
 \Rightarrow opis i cijelu priču možemo objasniti kao da vode čestice pozitivne mase s pozitivnim nabojem - supljine \rightarrow dobije se slaganje s eksperimentom

Supljina je čestica pozitivne (efektivne) mase i naboja, analogon pozitrona u Diracovoj teoriji

* Dodatak [A-H (225.)]

Supljine

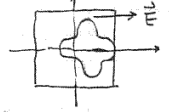
3 točke važne za razumijevanje:

Ⓛ Dopinos vodljivosti

$$\vec{j} = -|e| \int_{occ} \frac{d\vec{k}}{4\pi^3} \vec{v}(\vec{k})$$

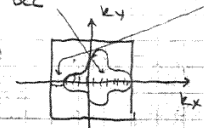
za elektrone! \rightarrow po okupiranim stanjima

- to ne mora biti integral do k_F jer se možemo naći u neravnotežnom stanju uzrokovanom v. poljem (čok na $T=0$)



\Rightarrow jer potpuno zaposjednuta vrpca ne vodi struju:

$$0 = \int_{1BZ} \frac{d\vec{k}}{4\pi^3} \vec{v}(\vec{k}) = \int_{occ} \frac{d\vec{k}}{4\pi^3} \vec{v}(\vec{k}) + \int_{noocc} \frac{d\vec{k}}{4\pi^3} \vec{v}(\vec{k})$$



Šupljine (nužno & dovoljno)

Hallov efekt u Al; In pokazuje nam je da ne znamo sve o štiji. Kako sad, uz pp da je naš dosadašnji model dobar, pronaći uzroke anomaliji?

① Definicija štije:
$$\vec{j} = e \sum_{\vec{k} \in \text{BZ}} \vec{v}_{\vec{k}} f_{\vec{k}} = e \sum_{\vec{k} \in \text{BZ}} \vec{v}_{\vec{k}} - e \sum_{\vec{k} \in \text{BZ}} \vec{v}_{\vec{k}} (1 - f_{\vec{k}})$$

 = $-e \sum_{\vec{k} \in \text{BZ}} \vec{v}_{\vec{k}} (1 - f_{\vec{k}})$ ovo su prazna stanja

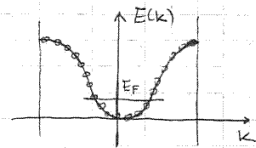
Iz jednadžbe za štiju vidi se da je moguće i „vođenje“ preko praznih stanja. Takvo prazno stanje može se opisati prisutnošću kvazičestice, suprotnog naboja elektronu => šupljina (h). Jer je j suprotnog predznaka, vidi se da je smjer gibanja h u v. polju, suprotan smjeru gibanja elektrona (ke = -kh).

$$\vec{k} = \sum_{\text{BZ}} \vec{k} f_{\vec{k}} = \sum_{\text{BZ}} (-\vec{k})(1 - f_{\vec{k}}) \Rightarrow \vec{k}_e = -\vec{k}_h$$

② Pogledajmo dalje fazni prostor. Determinizam semiklasičnih jednadžbi zahtjeva da za dani $\vec{k}(t=0)$ i $\vec{r}(t=0)$ imamo jednoznačno određenu cijelu orbitu, tj. dugo različite orbite nemaju zajedničkih točaka. Zato orbite možemo separirati u okupirane i neokupirane i one tokuće astogu zauvijek (ov znači da je odziv „h“ vanjskom polju jednak odzivu „e“)

③ Mase elektrona i šupljina

a) Promatramo slobu popunjenu vrpcu i razvijamo oko minimuma. (razvoj dobar za $k \approx k_{min}$)



$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_{min}) + (\vec{k} - \vec{k}_{min}) \frac{\partial E}{\partial \vec{k}} \Big|_{\vec{k}=\vec{k}_{min}} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial \vec{k} \partial \vec{k}} \Big|_{\vec{k}=\vec{k}_{min}} (\vec{k} - \vec{k}_{min})^2$$

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial \vec{k} \partial \vec{k}}$$

$$\Rightarrow E(\vec{k}) = E(\vec{k}_{min}) + \frac{1}{2} \sum_{ij} \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \Big|_{\vec{k}=\vec{k}_{min}} (\vec{k} - \vec{k}_{min})^2$$

 => komponente tenzora efektivne mase
$$m_{ij}^* = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j}$$

=> u sustavu glavnih osi kristala taj tenzor je dijagonalan.

$$\frac{1}{m_{d_i}^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_i^2} \quad d_i = 1, 2, 3$$

[jer glavne osi sim. kristala, npr. $k_x \rightarrow -k_x$ $E(k_x, k_y, k_z) = E(-k_x, k_y, k_z)$
 => $\frac{\partial^2 E}{\partial k_x \partial k_y} = -\frac{\partial^2 E}{\partial k_y \partial k_x} \Rightarrow \frac{\partial^2 E}{\partial k_x \partial k_y} = 0$ itd.]

Veličina efektivne mase određuje ubrzanje čestice u polju: što je ona veća teže je ubrzati česticu.

$$\dot{\vec{r}} = \frac{\partial H}{\partial \vec{p}} \quad \dot{\vec{p}} = -\frac{\partial H}{\partial \vec{r}} \quad \vec{v} = \frac{\partial H}{\partial \vec{p}} = \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \{ E(\vec{p}/\hbar) + U(\vec{r}) \}$$

$$= \frac{\partial E(\vec{p}/\hbar)}{\partial \vec{p}} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}}$$

$\hbar \dot{\vec{k}} = \dot{\vec{p}}$

Akceleracija:
$$\dot{\vec{v}} = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}} \right\} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}} \right\} \frac{\partial \vec{k}}{\partial t}$$

$$= \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial \vec{k} \partial \vec{k}} \cdot e \left[\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B} \right]$$

=> $\frac{1}{m} \rightarrow \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial \vec{k} \partial \vec{k}}$ Lorentzova sila
 < kvaziklasična dinamika

Za kubične kristale; smjerovi su ekvivalentni: $m_1^* = m_2^* = m_3^* = m^*$

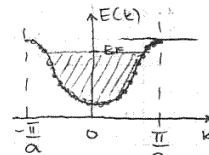
=> $E(\vec{k}) = E(\vec{k}_{min}) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$

$\vec{k}_{min} = \vec{0}$ do na odčitunu konstantu $m^* = m \cdot e$

Obzirom da se nalazimo u minimumu $m^* > 0$!

Razvijamo energiju oko maksimuma: mnogo okupiranih stanja

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_{max}) + \frac{1}{2} (\vec{k} - \vec{k}_{max})^2 \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial \vec{k} \partial \vec{k}} \Big|_{\vec{k}=\vec{k}_{max}}$$



< 0 jer se radi o II. derivaciji funkcije u maksimumu

Za kubične kristale prethodno prelazi u:

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_{max}) + \frac{\hbar^2 (E - E_{max})^2}{2m^*}$$

S obzirom da se nalazimo u maksimumu $m^* < 0$.

Odvojenost orbita ukazuje nam da je dovoljno promatrati gibanje elektrona u vanjskom polju (jer se šupljine jednako ponašaju) ovisno o predznaku e akceleracija je paralelna ili antiparalelna E

$$\hbar \dot{\vec{k}} = e (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \equiv m \vec{a}$$

Akceleracija elektrona u blizini maksimuma: ($m^* < 0 \rightarrow m^* = -|m^*|$)

$$v(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial \vec{k}} = -\frac{\hbar (\vec{k} - \vec{k}_{max})}{|m^*|} \quad (\text{jer } m^* < 0) \quad \Big| \frac{\partial}{\partial t}$$

 ↳ razvoj E(k)

$$\vec{a} = -\frac{\hbar}{|m^*|} \dot{\vec{k}} \Rightarrow -|m^*| \vec{a} = \hbar \dot{\vec{k}} \Rightarrow \text{gibanje } \vec{F} = m \vec{a}$$
 uvrstimo u jednadžbu

=> $-|m^*| \cdot \vec{a} = e (\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B})$ => pokratimo „-“ i dobivamo 208
 jednadžbu gibanja za „+“
 dobivamo nabijenu česticu „+“ mase => šupljina (h) (iz tog a sledi $\vec{v}_h = \vec{v}_e$)
 „elektron“ s negativnom masom

$$|m^*| \vec{a} = +|e| \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B} \right)$$

↑ > 0 ↓ > 0

Jednodžba za \vec{J} prelazi u:

$$\vec{J} = +|e| \int_{\text{neocc}} \frac{d\vec{k}}{4\pi} \vec{v}(\vec{k})$$

↳ javlja se naboj suprotn elektronu

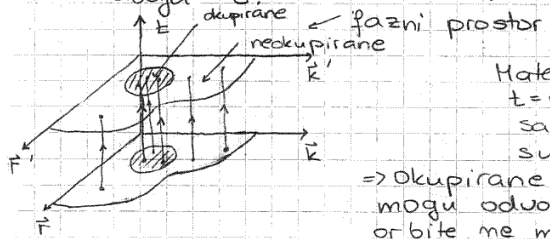
Struja nastala od e^- koji zoposjedaju određene nivoe ista je kao i struja koja je:

- 1°) dobivena kao da e^- nivoi nisu zoposjednuti
- 2°) svi su ostali nivoi zauzeti ali česticama suprotnog predznaka - supljina

Zaključujemo: h^- ovi se ponašaju istovjetno elektronim ali suprotnog naboja i mase (za vrh vrpce). Elektron je u vrhu vrpce ima $-|m^*|$ i $-|e|$, a supljina ima $+|m^*|$ i $+|e|$!

↑ supljina

Ⓜ Nezaoposjednuta stanja u vrpici evoluiraju u vremenu pod utjecajem polja kao da su zoposjednuta elektronima naboja $-e$



Matematički: Za neki \vec{k} i \vec{r} u $t=0$ 6 jednodžbi: 1. reda sa 6 varijabli \Rightarrow jednodžna su određeni \vec{r} , \vec{k} u $t \neq 0$

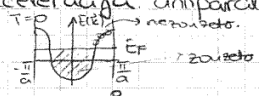
\Rightarrow okupirane i neokupirane orbite se mogu odvojiti (jer se druge različite orbite ne mogu spojiti \rightarrow to bi uništilo determinizam). Znači u $t \neq 0$ okupirani nivoi leže na okupiranim orbitama obrnuto!

Ⓜ Zato je dovoljno ispitati ponašanje elektrona u polju

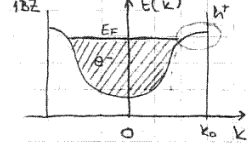
$$\vec{k} \vec{k} = -|e| \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B} \right)$$

(za supljine je sve isto osim što je akceleracija antiparalelna sa \vec{k})

Zasto je \vec{a} antipar. \vec{k} (za supljine)?



U ekvilibriju (i na $T=0$), nezauzeta stanja su na vrhu vrpce:



→ Tu još jednom naglašavamo da je rešen preko supljina dobar kod vrha puna skoro do vrha

Razvijamo energiju oko $\max(k_0)$:

$$E(\vec{k}) \approx E(\vec{k}_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j} \Big|_{\vec{k}=\vec{k}_0} (\vec{k} - \vec{k}_0)^2$$

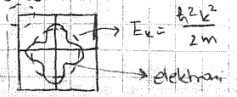
Def. efektivna masa m^* (supljina)

$$\frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j} \Big|_{\vec{k}=\vec{k}_0} \equiv m^*$$

$m^* < 0$ za razvoj oko \max

$$\Rightarrow E(\vec{k}) \approx E(\vec{k}_0) + (\vec{k} - \vec{k}_0)^2 \frac{1}{2m^*} \quad m^* < 0$$

\Rightarrow uz approx efektivne mase Fermi plinu



$$\vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_{\vec{k}}}{\partial \vec{k}} \approx - \frac{\hbar (\vec{k} - \vec{k}_0)}{|m^*|} \quad (\text{brzina}) \Rightarrow \vec{a} = \frac{d}{dt} \vec{v}(\vec{k}) = - \frac{\hbar}{|m^*|} \dot{\vec{k}} \Rightarrow \text{akceleracija je suprotna } \dot{\vec{k}}!$$

Ako se to uvrsti u jednodžbe gibanja (uz ujet $k = k_0$ zbog razvoja) e odgovara na pobudu kao da mu je masa negativna. Ako to odokrenemo predznake na obje strane jednodžbe dobivamo jednodžbe gibanja za česticu pozitivne mase i naboja \rightarrow supljina: $+|m^*| \vec{a} = +|e| \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B} \right)$
 $-|m^*| \vec{a} = -|e| \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B} \right)$

Prethodna tri argumenta (I, II, III) pokazala su istovjetnost ponašanja e^- i h^- .

Efektivna masa supljina / elektrona

↳ određuje dinamiku supljina blizu maksimuma vrpce (važno je da je geometrija nepunog prostora visoke visoke simetrije, inoče model supljina ne radi)

Tenzor efektivne mase (recipročne efektivne mase):

za elektrone: $\frac{1}{m_{ij}^e} = \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j} \right) \Big|_{E=E_{\text{dno}}}$

→ tako se definira tenzor recipročne eff. mase elektrona za vrpce kod kojih je $k=0$ dno vrpce

za supljine: $\frac{1}{m_{ij}^h} = \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j} \right) \Big|_{E=E_{\text{vrh}}}$

→ def. tenzora recipročne eff. mase supljina za vrpce kod kojih je $k=0$ vrh vrpce.

tenzor $[\hat{m}^*(\vec{k})]_{ij}^{-1} = \pm \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j} = \pm \frac{1}{\hbar} \frac{\partial v_i}{\partial k_j}$
 $- \Rightarrow$ maximum vrpce (h^-)
 $+ \Rightarrow$ minimum vrpce (e^-)

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \pm [\hat{m}^*(\vec{k})]^{-1} \hbar \dot{\vec{k}} \Rightarrow \hat{m}^*(\vec{k}) \vec{a} = \mp |e| \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v}(\vec{k}) \times \vec{B} \right)$$

($a_i = \pm \hbar \sum_j m_{ij}^{* -1} \dot{k}_j$)
 - jednodžba gibanja za određivanje dinamike oko anizotropnog maximuma (h^-) ili minimuma (elektroni)

Semiklasični opis gibanja u magnetskom polju

Kanonske jednodžbe:

$$\vec{B} \parallel k_z \quad \uparrow k_z$$

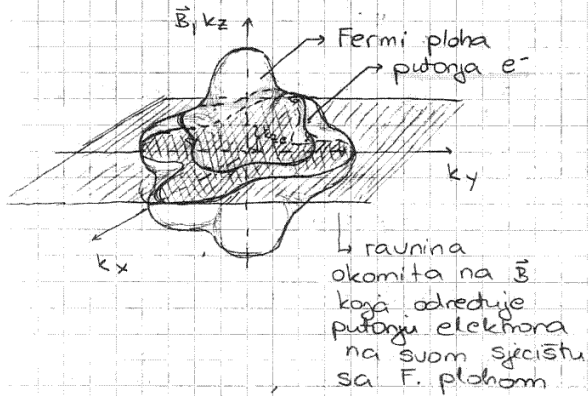
$$\vec{r} = \vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}} \quad (1)$$

$$\hbar \dot{\vec{k}} = -|e| \frac{1}{c} \vec{v}(\vec{k}) \times \vec{B} \quad (2)$$

konstante gibanja su: \vec{k}_{\perp} i $E(\vec{k})$ je sačuvana jer nema disipacije
 ↳ impuls u smjeru polja \vec{B} se ne mijenja

→ to određuje zakone: sačuvanja, sačuvan je k_z ($\vec{B} \parallel k_z$); $E(\vec{k})$ (određena Fermijevom plohom) \Rightarrow troktonje su skupovi točaka gdje su k_z i $E(\vec{k})$ očuvane, a to su presjeka k_z ravnine i Fermi plohe.

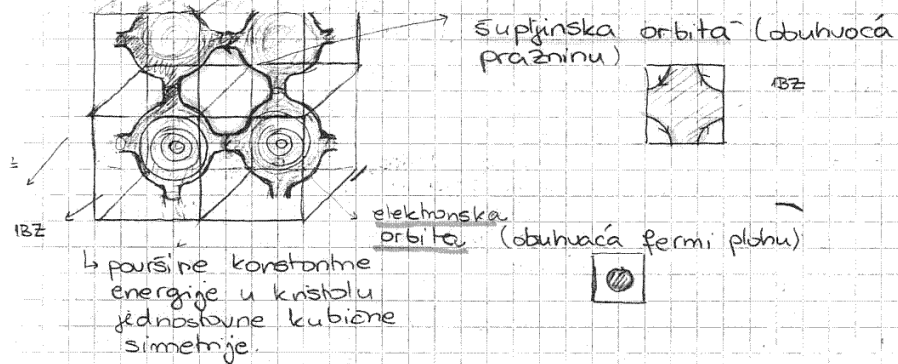
Orbite elektrona leže na sjecištima Fermi ploha s ravninom okomitom na \vec{B} .



- smjer putanje
=> smjer m. polja

[A-H 225]

Kristal (\vec{k} -prostor)



Projekcija na xy ravninu (realna orbita u \vec{r} -prostoru)

$$\vec{r}_\perp = \vec{r} - \frac{\hat{B}(\hat{B} \cdot \vec{r})}{|\vec{B}|^2} \quad \vec{r} = \vec{r}_\perp + \vec{r}_\parallel$$

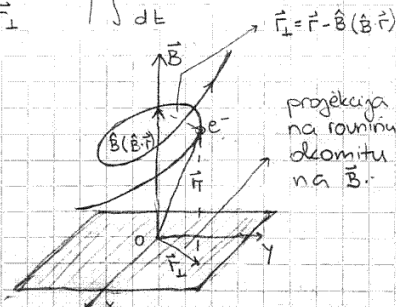
Jednadžba gibanja: $\hbar \dot{\vec{k}} = -\frac{e\hbar}{c} \vec{v} \times \vec{B}$

$$\hat{B} \times \hbar \dot{\vec{k}} = -\frac{e\hbar}{c} (\dot{\vec{r}} - \hat{B}(\hat{B} \cdot \dot{\vec{r}})) = -\frac{e\hbar}{c} \dot{\vec{r}}_\perp \quad \int dt$$

$$\vec{r}_\perp(t) - \vec{r}_\perp(0) = -\frac{\hbar c}{e\hbar B} \hat{B} \times (\vec{k}(t) - \vec{k}(0))$$

↳ odatle se vidi da je projekcija realne orbite na xy ravninu jednaka orbiti u \vec{k} -prostoru zadržanoj za 90° (zbog $\hat{B} \times (\vec{k} \dots)$) oko z-osi i pomnoženog sa $(\frac{\hbar c}{e\hbar B})$.

(ustvari \vec{k} -orbita je okomita na \vec{r} orbitu i maj \vec{B} jer su vezani s $\vec{r} \sim \vec{B} \times \vec{k}$)



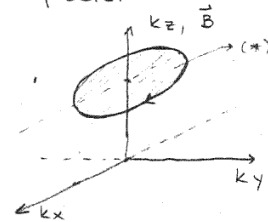
Komponenta realne orbite || z-osi:

$$z(t) = z(0) + \int_0^t v_z(t) dt \quad v_z = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k_z}$$

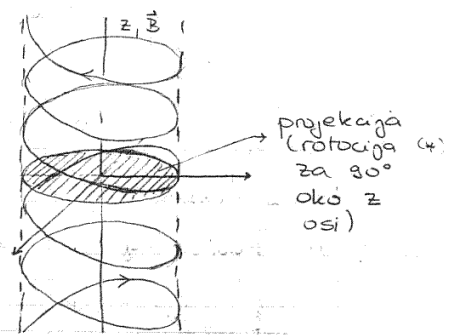
Problem: v_z ne mora biti konstantna, pa gibanje ne mora biti uniformno.

Skica orbite:

\vec{k} -prostor



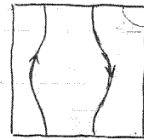
\vec{r} -prostor, r_\perp



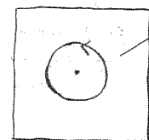
- ono što radi magnetsko polje jest vrhija dlane točke oko osi || \vec{B} bez promjene energije!

Ekvivalentna površina (bez magnetskog polja), ne mora biti zatvorena, može biti otvorena orbita

elektroni putuju iz zone u zonu u nog. polju



↳ E otvorene orbite



orbita kružnica (za $|\vec{k}| \ll$ ili u aprox. eff. mose)

en. e^- se u magn. polju ne mijenja

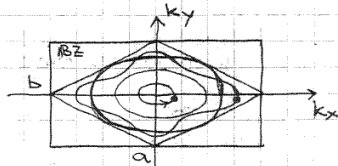
(zatvorena orbita)

Tu vidimo razliku s obzirom na slobodne elektrone: $E = \hbar^2 k^2 / 2m$, Fermijeve plohe su kugle, a sjecišta sa ravninom su kružnice. U \vec{r} prostoru opet dobivamo kružnice (jer rotacijom kružnice nastoje kružnica) za projekciju. (Moždaće su i otvorene kružnice (a o tome kasnije).)

Ciklotronska masa

Vidjeli smo da je za kristal bez kubične simetrije Fermijeva ploha za $|\vec{k}| \ll$ elipsoid \rightarrow ne vrijedi aproks. eff. mase (ustvari imamo anizotropnu eff. masu)

$$3D: E = \frac{\hbar^2}{2} \left[\frac{k_x^2}{m_x^*} + \frac{k_y^2}{m_y^*} + \frac{k_z^2}{m_z^*} \right]$$



diagonalne komponente tenzora eff. mase

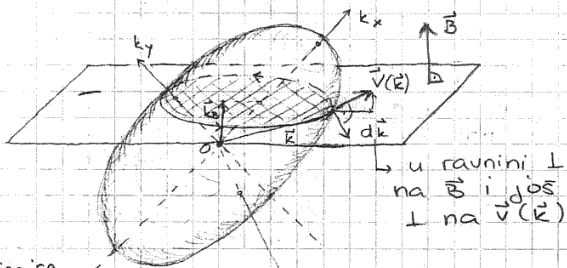
Proračun ciklotronske mase

$$\dot{\vec{k}} = \frac{e}{\hbar c} \vec{v}(\vec{k}) \times \vec{B} \rightarrow \text{promjena v. vektora je } \perp \text{ na } \vec{v}(\vec{k}), \vec{B}$$

(kvaziklasična jednačina)

$$\Rightarrow d\vec{k} \perp \vec{v}(\vec{k}), \vec{B} \Rightarrow d\vec{k} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{B} = \text{cte} \quad \vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla E(\vec{k})$$

je \perp na ekvivalentnu plohu $E(\vec{k}) = \text{cte}$, $\vec{v}(\vec{k}) \perp$ na Fermi plohu.



u ravnini \perp na \vec{B} i \perp na $\vec{v}(\vec{k})$

ekvivalentna ploha ($E = \text{cte}$) (nije nužno Fermijeva)

Energija se ne mijenja s promjenom \vec{k} tj. mas. poje ne mijenja energija čestice.

Konstante gibanja:

$$\vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial \vec{k}} \quad \left| \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} \right|$$

$$\frac{\partial \vec{k}}{\partial t} \cdot \vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} \cdot \frac{\partial E}{\partial \vec{k}}$$

$$\perp \Rightarrow 0 = \hbar \vec{k} \cdot \vec{v}(\vec{k})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial E}{\partial E} = 0 \Rightarrow \text{vrijedi u } \text{zoE}$$

energija je u vremenu sačuvana

\Rightarrow konstante gibanja: $E = \text{cte}$ i $(d\vec{k} \perp \vec{B}) \Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{B} = \text{cte}$.

Pretpostavimo da nema raspršenja. Tada je vrijeme ophoda takve orbite (u \vec{k} -prostoru) dano s:

$$\text{jedn. gibanja: } \hbar \dot{\vec{k}} = \frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \frac{|\dot{\vec{k}}|}{dE} = \frac{e}{\hbar c} v_{\perp} B \Rightarrow dt = \frac{\hbar c}{eB} \frac{|d\vec{k}|}{v_{\perp}}$$

$$T = \frac{\hbar c}{eB} \oint_{\text{orbita}} \frac{|d\vec{k}|}{v_{\perp}} \equiv \frac{2\pi}{\omega_c}, \quad v_{\perp} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE(k)}{dk_{\perp}}$$

\hookrightarrow -1el elektron, +1el šupljine

Za slobodne elektrone $m\vec{v} = \hbar\vec{k}$ ili aproks. eff. mase za kubične kristale (Fermi plohe su \approx kugle) $m^*\vec{v} = \hbar\vec{k}$

$$\oint \frac{|d\vec{k}|}{v_{\perp}} = \frac{m^*}{\hbar} \oint \frac{d\vec{k}}{k_{\perp}} = \frac{m^*}{\hbar} \frac{1}{k_{\perp}} \int_0^{2\pi} k_{\perp} dk_{\perp} = \frac{2\pi m^*}{\hbar}$$

$\hookrightarrow k_{\perp} = \text{cte}$ na kružnici $\Rightarrow \omega_c = \frac{eB}{m^*c}$

Definiramo ciklotronsku masu kao:

$$\omega_c \equiv \frac{eB}{m_c c} \Rightarrow m_c \equiv \frac{eB}{\omega_c c}$$

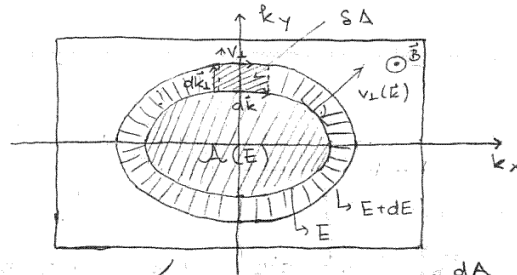
$$\Rightarrow m_c = \frac{\hbar}{2\pi} \oint \frac{|d\vec{k}|}{v_{\perp}(\vec{k})}$$

Ona nije jednaka dinamičkoj masi elektrona nego je svojstvo orbite!

Traektorije u \vec{k} -prostoru:

$d\vec{k}_{\perp}$ je \perp na ekvipot. plohu dE je čta integracije

$$v_{\perp} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k_{\perp}}$$



$A(E)$ - površina presjeka elipsoida s ravninom \perp na \vec{B} (ili površina obuhvaćena orbitom u ravnini \perp na \vec{B})

$$m_c = \frac{\hbar}{2\pi} \oint \frac{|d\vec{k}|}{v_{\perp}} = \frac{\hbar^2}{2\pi} \oint \frac{dA}{dE(\vec{k})} = \frac{\hbar^2}{2\pi} \frac{\partial A(E)}{\partial E}$$

$$m_c = \frac{\hbar^2}{2\pi} \frac{\partial A(E)}{\partial E} \quad \text{CIKLOTRONSKA MASA}$$

m_c je čta., ne ovisi o presjeku jer su elektroni jednako doprinose.

Ciklotronska rezonancija

- periodičko gibanje elektrona \Rightarrow rezonancija s EM poljem pogodne frekvencije
- Jedini uvjet: mora napraviti bar jedan ophod prije raspršenja \Rightarrow ℓ (srednji slobodni put) ne smije biti premalen tj. relaksacijsko vrijeme mora biti dovoljno veliko! ($\omega \tau \gg 1$)

\hookrightarrow Možemo ga povećati sniženjem T i uzimanjem čistih uzoraka (malo fonona i nečistoća)

$$\left. \begin{array}{l} m^* \sim 10^{-30} \text{ kg} \\ B \sim 1 \text{ T} \end{array} \right\} \omega_c \sim 10^{11} \text{ Hz} \Rightarrow \tau \sim 10^{-15} - 10^{-17} \text{ s}$$

\Rightarrow na sobnoj temp. Za poluvodiče $\tau \sim 10^{-8} \text{ s}$ za udice

Metoda rada:

Uzmemo kulturno polarizirani EM val, paralelan magnetskom polju. Definiramo parametre:

- 1) $E(\vec{k})$ (pri konstantnom polju B)
- 2) \vec{k}_{\parallel} (paralelan \vec{B}) = const
- 3) faza $\phi = \omega t = \omega_c \frac{c\hbar}{eB} \oint \frac{|d\vec{k}|}{v_{\perp}}$ ($\phi = 2\pi$ za puni ophod)

Imamo vremenski zavisno polje $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$ (konstantno u prostoru). Utjecaj na elektrone: dodatna vrtnja oko orbite s frekvencijom primjenjivog polja.

Ulazak u fazu: $\omega = \omega_c \Rightarrow$ CIKLOTRONSKA REZONANCIJA

Tod se metal ponaša kao da mu je vodljivost:

$$\zeta(\omega) = \zeta_0 \frac{1 - i(\omega_c - \omega)\tau}{1 + (\omega_c - \omega)^2 \tau^2}$$

(može se izvesti) ω_c je prirodna frekvencija sustava u mag. polju

↳ način mjerenja ω_c (mc) \rightarrow 3 smjera polja u prostoru + možemo odrediti Fermi površinu

• AC električna vodljivost metala

- računamo struju induciranu u metalu vremenski promjenjivim električnim poljem koje pišemo u obliku:

$$\vec{E}(t) = \text{Re}[\vec{E}(\omega) e^{-i\omega t}]$$

Jednadžba gibanja: $\frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{\vec{p}}{\tau} - |e|\vec{E}$

Stacionarno rješenje tražimo u obliku:

$$\vec{p}(t) = \text{Re}[\vec{p}(\omega) e^{-i\omega t}]$$

$$e = -|e|$$

$$\Rightarrow -i\omega \vec{p}(\omega) = -\frac{\vec{p}(\omega)}{\tau} - |e|\vec{E}(\omega) \quad \vec{p} = -|e| \frac{\vec{p}}{m}$$

$$\Rightarrow \vec{j}(t) = \text{Re}[\vec{j}(\omega) e^{-i\omega t}] \Rightarrow \vec{j}(\omega) = -\frac{n|e|\vec{p}(\omega)}{m} = \frac{(ne^2 m)\vec{E}(\omega)}{(1/\tau) - i\omega}$$

$$\vec{j}(\omega) = \zeta(\omega) \vec{E}(\omega)$$

$$n = g$$

$$\Rightarrow \zeta(\omega) = \frac{\zeta_0}{1 - i\omega\tau} \quad \zeta_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$$

$$\text{tj. } \zeta(\omega) = \frac{\zeta_0(1 + i\omega\tau)}{1 + \omega^2\tau^2}$$

• Magnetovodljivost za vremenski promjenjivo polje \rightarrow ne ovisi o t

$$\vec{E} = \vec{E}(\omega) e^{i\omega t} \quad \vec{E} = \{E_x, E_y, E_z\} \quad \vec{B} = (0, 0, B)$$

$$m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) v_x = \frac{eB}{c} v_y + e E_x(\omega) e^{i\omega t}$$

$$m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) v_y = -\frac{eB}{c} v_x + e E_y(\omega) e^{i\omega t}$$

$$m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) v_z = e E_z(\omega) e^{i\omega t}$$

$$\left. \begin{aligned} E(\omega) &= E_x(\omega) + i E_y(\omega) \\ \xi &= v_x + i v_y \end{aligned} \right\} +$$

$$\dot{\xi} = -\xi - i\omega_c \tau \xi + \frac{eB}{m} E(\omega) e^{i\omega t}$$

$$\omega_c = \frac{eB}{\hbar m}$$

$$\vec{j} = j_{\xi} [i\omega_c \tau - 1] + \zeta_0 E(\omega) e^{i\omega t}$$

$$j_{\xi} = j_{\xi}(\omega) e^{i\omega t}$$

$$\Rightarrow [i\omega\tau + i\omega_c\tau + 1] j_{\xi}(\omega) = \zeta_0 E(\omega) \Rightarrow j_{\xi}(\omega) = \frac{\zeta_0}{1 + i(\omega_c - \omega)\tau} E(\omega)$$

$$\text{tj. } j_{\xi}(\omega) = \zeta_0 \frac{1 - i(\omega_c - \omega)\tau}{1 + (\omega_c - \omega)^2 \tau^2} E(\omega) \Rightarrow (*)$$

$$j_x(\omega) + i j_y(\omega)$$

$$E_x(\omega) + i E_y(\omega)$$

Ekspenimentalno opažamo pojavu površinskog otpora, apsorpcije itd. \Rightarrow pojavljuje se peak na $\omega = \omega_c$, širine $1/\tau$.

(Za polje polarizirano u suprotnom smjeru ($-\omega \rightarrow \omega$) nema rezonancije)

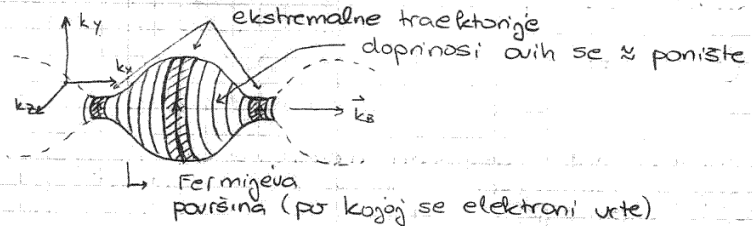
$$\text{Iz vrijednosti } \omega_c \text{ dobivamo } m_c : \omega_c = \frac{eB}{c m_c}$$

Vrijednost ω_c (tj. m_c) ovisi o orbiti. Općenito za Fermi površinu, ona nije jednaka ni za orbite koje leže na paralelnim ravninama. Doprinosi raznih orbita nisu u fazi pa proračun eg zakrtog oblika rezonantne krivulje postaje kompliciran.

Može se pokazati da glavni doprinos (periodu ili $m_c - \omega$) dolazi od podniveja gdje je m_c stacionaran \Rightarrow EKSTREMALNE ORBITE (u bližini ekstrema

faza se polako mijenja pa se u sumarnom efektu ne ponište. Te traektorije definiraju dominantni ω_c koji se pojavljuje u spektroskopiji (vidjeti Ziman 253.)

Formula $m_c = \frac{\hbar^2}{2\pi} \frac{\partial A}{\partial E}$ je zgodna baš za komplicirane orbite.



Može se pokazati zašto je doprinos ekstremalnih orbita maksimalan (jer je $\partial A / \partial E$ najveće). Sustina je u tome da se tu faza sporo mijenja (stacionarnost) pa je moguć sumarni doprinos, za razliku od ostalih orbita gdje se faza brzo mijenja pa se doprinosi ponište.

Ovisno o obliku Fermi ploha postoje i dijelovi čiji presjek sa ravninom \perp na B nije zatvorena krivulja. \Rightarrow "Orbite" su otvorene, k ide u " ∞ " u ponovljenoj zonskoj shemi \rightarrow OTVORENE ORBITE.

Otvorene orbite važne su za magnetotoppor. Transverzalni magnetotoppor raste $\sim B^2$ u smjeru otvorene orbite i ne ulazi u saturaciju.

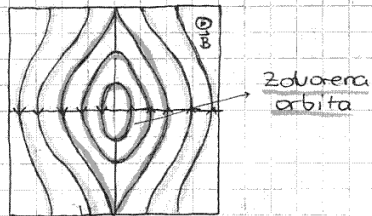
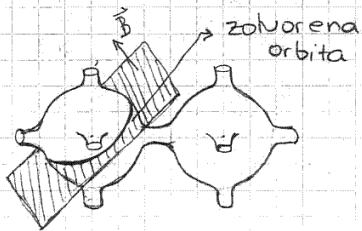
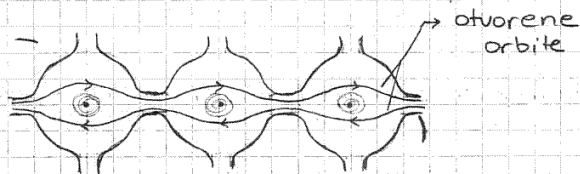
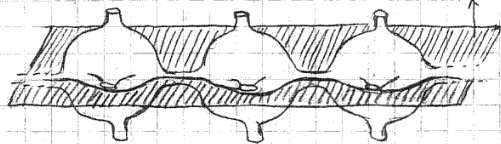
Ovaj efekt omogućava uvid u oblik F. površine; mjerenje otpora i ako on ne uđe u saturaciju, znači da Fermi ploha mora biti spojena iz zone u zonu u ponuđenom zonskom shemi.

(Žiman str. 251. magnetotoppor $S = \frac{(\vec{j} \cdot \vec{E})}{j^2}$ $S_0 \rightarrow$ otpor u odsutnosti mogn. polja $\frac{\Delta S}{S} = \frac{S - S_0}{S_0} \sim \frac{a B^2}{c + \mu B^2}$)

$\Delta \varphi$ je proporcionalan B^2 za mala polja, ali saturira za veća polja ako je orbita zatvorena, ako je otvorena nema saturacije)

Npr.

ako ravninom $\perp \vec{B}$ presječemo baš spojnicu Fermi površina \Rightarrow imamo otvorenu orbitu



↳ otvorena orbita

Vidjeli smo na koji način se mogu rekonstruirati Fermijeve površine. Važno je eliminirati trijivijalne efekte (jednoelektronske efekte) i ostale anomalije.

Najbolje je raditi s čistim uzorcima na niskim T.

Okvirne veličine:

sobne T

$$\left. \begin{array}{l} m^* \approx 10^{30} \text{ kg} \\ B \sim 1 \text{ T} (10^4 \text{ G}) \end{array} \right\} \omega_c \sim 10^{11} \text{ Hz}$$

$$\left. \begin{array}{l} \tau \sim 10^{-15} - 10^{-13} \text{ s} \text{ - poluvodiči} \\ \tau \sim 10^{-8} \text{ s} \text{ - vodiči} \end{array} \right\}$$

$$\omega_c \gg 1$$

Fermiologija \rightarrow određivanje Fermijeve površine prije 20 tok godina