17. Interferencija i difrakcija

Interferencija i difrakcija su dvije pojave utemeljene na principu superponiranja valova. Kako u kvantnoj fizici kvanti manifestiraju i valnu prirodu, jasno je da interferencija i difrakcija postoje i u kvantnom svijetu. U prošlosti je bilo velikog razlikovanja ta dva fenomena među kojima suštinske razlike nema. Naime kod interferencije se naglašava rezultat superpozicije titranja dva vala koji titraju sinkrono uz neku razliku u fazi. Kod difrakcije se gleda rezultat superpozicije i kontinuuma valova i/ili izvora koji su ponovno sinkroni i imaju određene fazne odnose.

17.1 Interferencija valova dvaju koherentnih točkastih izvora

POKUSI
Demonstrirat će se interferencija valova na vodi, akustičkih valova i svjetlosnih valova nastala sinkronim titranja dva izvora.

Polazimo od rada dva izvora titranja koji imaju iste frekvencije i identične faze:

$$\omega_1 = \omega_2 \quad i \quad \varphi_1 = \varphi_2 \tag{17.1}$$

Općenito točka promatranja je različito udaljena od ta dva izvora, a i postoje razlike u fazi s kojom titranje iz ta dva izvora dolazi do točke promatranja. Valovi se u točki promatranja superponiraju. Kod konstruktivne interferencije dva vala imaju istu fazu pa im se amplitude titranja zbrajaju u rezultantnom titranju . Ako su faze suprotne (razlika faza u točki promatranja je π) tada je rezultantna amplituda razlika amplituda koje u točki promatranja proizvode izvori. Tada imamo destruktivnu interferenciju. Interferencijski efekti se matematički prate naročito u uvjetima takozvanog dalekog interferencijskog polja. To podrazumijeva da su amplitude titranja koje dolaze od dva izvora jednake (praktički) i da interferencijski efekti potječu isključivo od razlike faza među titranjima prispjelim od dva različita izvora. Ovaj uvjet rada u aproksimaciji dalekog polja se i matematički formulira a uz pomoć trokuta kojeg čine mala udaljenost među izvorima 1 i 2 označena kao d i individualne udaljenosti dvaju izvora od točke promatranja $l_1 \; i \; l_2$. Nadalje se pretpostavlja da je dužina d okomita na l_1. Kako ne bi bilo značajne razlike u amplitudi titranja, treba razlika udaljenosti biti do polovice valne duljine titranja:

$$l_2 - l_1 < \frac{\lambda}{2} \tag{17.2}$$

Uz pravokutnost trokuta imamo

$$d^2 = l_2^{\,2} - l_1^{\,2} = (l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = \lambda l \tag{17.3}$$

Gdje je l srednja vrijednost udaljenosti. Izraz (17.3) je formulacija uvjeta dalekog interferencijskog polja.

Grubi rezultat o maksimumima i minimumima zračenja u uvjetima (17.3) dobit ćemo promatranjem slike u kojoj je položaj izvora razmaknut d a mi promatramo fenomene u smjeru okomitom na d, s time da dozvoljavamo mali odmak smjera promatrane točke u kojoj procjenjujemo intenzitet za kut ϑ. Ako je udaljenost okomice iz točke promatranja na nulti smjer od izvora, tada je udaljenost točke promatranja od nultog smjera $l\,tg\vartheta$. Razlika optičkih putova za dolazak titranja iz dva izvora je $d\sin\vartheta$. Kad izvori titraju u fazi tada je uvjet maksimuma:

$$d \sin \vartheta = n\lambda \quad \text{ili} \qquad kd \sin \vartheta = n2\pi \tag{17.4}$$

Uvjet minimuma je očito kada titranja iz dva izvora dolaze s razlikom od pola valne duljine:

$$d \sin \vartheta = (n + 1/2)\lambda \quad \text{ili} \qquad kd \sin \vartheta = (n + 1/2)2\pi \tag{17.5}$$

O potankostima prostorne raspodjele zračenja u uvjetima dalekog polja možemo doznati iz kvantitativnije analize. Pođimo od opisa polja titranja u uvjetima dalekog polja (amplitude titranja koje od dva izvora dolaze su iste) za pojedini izvor:

$$A_i = A\cos(\omega t_i) \tag{17.6}$$

gdje je t_i vrijeme potrebno da signal dođe iz i-tog izvora u točku promatranja. Udaljenosti izvora su r_i. Ukupni opis superponiranih titranja tako postaje :

$$\begin{aligned} A(r,\vartheta,t) &= A\cos(\omega t - kr_1) + A\cos(\omega t - kr_2) = \\ &= 2A(r)\cos(\frac{kd\sin\vartheta}{2})\cos(\omega t - kr) \end{aligned} \tag{17.7}$$

U gornjem izrazu je r srednja vrijednost radijusa za dva izvora. Faktor drugog kosinusa opisuje vremensku, titrajuću ovisnost. Cijeli ostali faktor je oblik prostorne modulacije signala i nije vremenski zavisan.

17.2 Svojstva interferentnog uzorka

Iz izraza (17.7) vidimo da se njime ne samo potvrđuju relacije za minimume i maksimume (17.4) i ((17.5) nego sada imamo izraz za amplitudu svjetla za bilo koji smjer. Dok vrijedi aproksimacija malih kutova, razmaci među smjerovima s istom rezultantom su ekvidistantni. Nadalje, ako su izvori pukotine, imamo u toj situaciji poznate ekvidistantne interferencijske pruge. Taj rezultantni uzorak uzimao se kao „potpis“ fenomena interferencije. Pri pisanju (17.6) nismo spomenuli koje je dinamičko porijeklo izvora vala. Kod EM valova to bi na primjer bio Poytingov vektor u točki promatranja. Kod akustičkih valova to bi bio akustički nadtlak a kod dvodimezionalnih ili vodenih valova to bi bila lokalna amplituda proizvedena jednim od dva sinkrona izvora. No bit fenomena interferencije jest da se rezultantno titranje formira na jedinstven način.

Moguće je da studente zbuni pitanje očuvanja energije. Naime , mi smo pokazali i kod mehaničkih titranja (što uključuje i akustičke) i kod EM valova (preko Poyntingovog vektora) da je tok energije proporcionalan kvadratu amplitude titranja (medija,tlaka ili EM polja). Privid problema nastaju pri pojednostavljenom razmatranju minimuma i maksimuma. Ako uzmemo da je doprinos svakog izvora jedinična amplituda, tada prema (17.7) njihov interferencijski zbroj može biti za maksimum: $(1+1)^2 = 4$ a za minimum: $(1-1)^2 = 0$. Kako to usuglasiti sa zakonom očuvanja energije. Odgovor je jednostavan. Pri interferenciji nastaje reorganizacija distribucije energije. U slučaju (17.7) s istim jediničnim iznosom amplitude, izraz za tok energije postaje:

$$[\ 2\cos(\frac{kd\sin\vartheta}{2})\ ]^2$$

Ako to usrednjimo po smjerovima dobivano ispravan rezultat:

$$< tok\ energije > = < [\ 2\cos(\frac{kd\sin\vartheta}{2})\ ]^2 > = 4 < \cos^2(\frac{kd\sin\vartheta}{2}) > = 2 \tag{17.8}$$

To je u potpunom skladu s očekivanjem da dva jedinična toka daju zbroj dvostruki jedinični tok.

17.3 Granice veličine točkastog izvora

U gornjem tekstu smo radi jednostavnosti pretpostavljali apsolutnu koherenciju izvora u smislu da se titrali ne samo istom frekvencijom nego da među njima nije bilo faznih razlika. Međutim interferencijski uzorak će nastati i ako je među njima i neku drugi, ali strogo definirani fazni odnos. Posljedica drugačijeg faznog odnosa će biti translacija rezultantnog interferencijskog uzorka ovisna o njihovoj faznoj relaciji. Postavlja se pitanje pod kojim uvjetima možemo osigurati da dva izvora budu koherentni. Pri upotrebi laserskih snopova koji obasjavaju istovremeno dvije (na smjer laserskog snopa okomito postavljene) pukotine (simetričnih položaja) prividno tog problema nema. Razmotrit ćemo pažljivije uvjete pod kojima neki izvor možemo smatrati podobnim izvorom za proizvodnju dva izvora koherentnog titranja. Naša je namjera na dvije pukotine razmaknute za već definirani razmak izvora d, osigurati da titranja koje dolazi iz izvora I (koji je razmazan u prostoru) svaka njegova točka daje na izvoru otprilike isti fazni odnos kao i centralna točka razmazanog izvor. Radi jednostavnosti postavljamo centralnu točku izvora na okomicu razmaka interferencijskih otvora. Jasno je da centralna točka izvora, koja je na okomici daje identične faze na dvije pukotine. Zapravo isto svojstvo imaju i druge točke izvora smještene na okomici razmaka pukotina. Postavlja se pitanje, za koji kut (pod kojim središte interferencijskih izvora vidi točku I1 koja leži izvan centralne zrake) ta točka daje na interferencijskim izvorima otprilike isti odnos faza kao i centar izvora? Za izvor koji je mnogo udaljeniji od interferencijskih pukotina nego što je razmak pukotina sve točke izvora vide razmak među pukotinama pod istim kutom. Ako je kut koji karakterizira položaj I1 ϑ, tada je razlika putove između I1 i dvaju otvora $d \sin\vartheta$; Interferencijski uzorak se gubi ako ta veličina postane bliska polovici valne duljine titranja. Sinus kuta pod kojim se vidi izvor I1 iz područja interferencijskih otvora je u aproksimaciji malih kutova odmak o od centralne zrake podijeljen s udaljenošću L izvora od interferencijskih otvora. Tako je konačni uvjet za koherenciju dijelove izvora na otvorima:

$$d\frac{o}{L} << \lambda \tag{17.9}$$

17.4 Usnopljavanje valova

Ovdje razmatramo nastojanje da stvorimo snop titranja , na primjer svjetla, no primjenjuje se i na sve druge valove, koji bi se bez povećanja poprečnog presjeka širio medijem. Lako ćemo se uvjeriti da to nije moguće. Prva pomisao nam je da uzmemo daleki izvor i na zastoru koji sprečava širenje titranja načinimo otvor. Što je otvor manji u odnosu na udaljenost izvora, snop koji prolazi iza zastora je sve paralelniji. No u tome postoji granica. Naime krajevi otvora mogu se smatrati izvorima interferencije; jasno je da nastaju interferencijske pruge koje proizvode titranje i izvan željenog smjera. Snop ima prirodnu divergenciju određenu razmakom krajeva otvora. Procjena divergencije može se načiniti upravo obratom (17.9). Kutni otvor snopa je reda veličine

$$\Delta\vartheta = \lambda / d \tag{17.10}$$

Zasada , dakle možemo snop svjetla smatrati interferencijskim maksimumom. Kod razmatranja difrakcije pokazat će se da je preciznije riječ o difrakcijskom maksimumu. No rezultat (17.10) ostaje nepromijenjen.

17.5 Općenito o difrakciji

Kao što smo već spomenuli, kod difrakcije razmatramo rezultat superpozicije kontinuuma različito smještenih izvora identične frekvencije fazno koherentnih izvora. Ponovno ćemo koristiti u proračunu aproksimaciju u kojoj su dimenzije izvora i/ili otvora kroz koje propuštamo zračenje male u odnosu na udaljenost na kojoj razmatramo rezultat fenomena difrakcije. U našim proračunima posebnu intuitivnu pomoć pruža Hygensov princip. Već smo upotrebljavali koncept valne fronte kao područja povezanih mjesta u kojima je stanje titranja identično. Hygensov princip izjavljuje da sve te točke valne fronte možemo smatrati izvorima vala koji koherentno titraju. Na primjer, ako imamo zastor koji je zapreka širenju vala i na njemu načinimo mali otvor, sve točke iste faze između rubova otvora su koherentni izvori novog vala. Prirodno, ako je originalni izvor titranja dovoljno daleko u smislu kriterija točkastog izvor izraza (17.9), tada se točke spojnice krajeva otvora mogu smatrati sinkronim izvorima titranja za fenomen difrakcije. Na ovom mjestu je najzgodnije upozoriti na dvije moguće varijante zastora , čije je razlika u temeljnom fizikalnom funkcioniranju. Zastor kao ideja nema fizikalno utemeljenje dok se ne pruži fizikalni mehanizam funkcioniranja. Mi smo već diskutirali međudjelovanje elektrona u atomu s titrajućim EM poljem. Vidjeli smo dva važna modusa rezultata. U jednom od njih dominira apsorpcijska komponenta za EM val. EM val vrši rad na elektronu; zračenje se apsorbira i promatrajući val u dubinu vidimo njegovo trnjenje u materijalu. Takav zastor je crni zastor; EM val ga grije i iza zastora ga nema. Kod reflektirajućeg zastora elektronova brzina je za 90 stupnjeva različita od amplitude električnog polja u fazi. Stoga se na elektronu ne vrši rad, ali elektron poništava svojim zračenjem EM polje iza zastora.

17.6 Primjena Hygensovog principa na pukotinu u neprolaznom zastoru

Neka je originalni izvor dovoljno daleko u smislu točkastog izvora relacije (17.9) i neka je otvor konačnih dimenzija (više valnih duljina titranja. Promotrimo električno polje koje se stvara postojanjem izvora I zastora Z i otvora u zastoru O. Neka su titranja pojedinih polja označena na slijedeće načine:

Titranje izvora: E_I

Titranje zastora: E_Z

Titranje dijela zastora koji bi zatvorio zastor do kraja: E_O

Tada je rezultantno titranje:

$$E = E_I + E_z = E_I + E_Z + E_O - E_O = 0 - E_O = -E_O \qquad (17.11)$$

Otvor možemo tretirati kao novi izvor zračenja faze suprotne onoj, koja poništava doprinos od izvora. Dakle iste faze kao i izvor! No, što je najvažnije, doprinosi iz izvora su koherentni! Sada možemo ovu pukotinu razdijeliti u N jednakih segmenata. Označit ćemo makroskopsku duljinu pukotine s D. Tada su dimenzije malih segmenata d=D/N . Računat ćemo superpozicijsku rezultantu doprinosa svih segmenata u uvjetima dalekog polja. Doprinosi svih izvora imaju istu amplitudu $A(r)$ gdje je r srednja udaljenost pukotine od točke promatranja fenomena difrakcije. Rezultantno polje je:

$$E(r,\vartheta,t) = A(r)\left[\cos(kr_1-\omega t)+\cos(kr_2-\omega t)+\ldots\cos(kr_N-\omega t)\right]=$$

$$= A(r)\,\mathrm{Re}\left[e^{-i\omega t}(e^{ikr_1}+e^{ikr_2}+\ldots+e^{ikr_N})\right]=$$

$$= A(r)\,\mathrm{Re}\left[e^{i(kr_1-\omega t)}\frac{e^{i(Nkd\sin\vartheta)/2}}{e^{i(kd\sin\vartheta)/2}}\frac{\sin(\frac{N}{2}kd\sin\vartheta)}{\sin(\frac{kd\sin\vartheta}{2})}\right]=A(r)\frac{\sin(\frac{N}{2}kd\sin\vartheta)}{\sin(\frac{kd\sin\vartheta}{2})}\cos(kr-\omega t)$$

(17.12)

Ovo je rezultat dobiven dijeljenjem izvora u N segmenata.

POKUS
Demonstrirat će se rezultat obasjavanja optičke rešetke koherentnim laserskim snopom.

Kada želimo rezultat za kontinuiranu pukotinu primjenjujemo proceduru koja je matematički ekvivalentna onoj kojom smo od (12.16) preko (12.19)i (12.20) došli do (12.21). Tako je konačni izraz za difrakcijsku amplitudu na pukotini:

$$E(r,\vartheta,t) = A(r,\vartheta=0)\frac{\sin(\frac{1}{2}kD\sin\vartheta)}{\frac{1}{2}kD\sin\vartheta}\cos(kr-\omega t) \tag{17.13}$$

Intenzitet zračenja (kvadrat amplitude usrednjen po periodu) jest:

$$I(r,\vartheta) = I(r,0)\frac{\sin^2(\frac{kD\sin\vartheta}{2})}{(\frac{kD\sin\vartheta}{2})^2} \tag{17.14}$$

Iz izraza (17.14) crtanjem ili analizom možemo procijeniti kutnu širinu difrakcijskog snopa. Naime, intenzitet pada na nulu svaki puta kada argument sinusa ima vrijednost π. Također je jasno da i lokalni maksimumi imaju daleko manja vrijednosti od maksimuma u centralnom smjeru. Stoga procjenjujemo (a to ćemo i neposredno verificirati) da se zračenje koncentrira u smjerove u kojima je

$$\frac{1}{2}kD\sin\vartheta \le \frac{\pi}{2} \tag{17.15}$$

Neposrednim uvrštavanjem baš graničnog slučaja možemo verificirati da već tamo intenzitet pada na 0.4 dijela glavnog maksimuma. U (17.15) možemo vidjeti još jedno svojstvo koje smo uočili na jednodimenzionalnom valnom paketu. Tamo su dimenzije paketa bile ograničene širinom područja valnog broja; njihov umnožak je bio stalan. Vrijednost $k\sin\vartheta$ možemo interpretirati kao neodređenost transverzalne komponente valnog vektora k_y : Δk_y S druge strane je D neodređenost položaja u smjeru y: Δy. Tako su dvije neodređenosti povezane potpuno analogno vezi (12.23) :

$$\Delta y \Delta k_y \approx 2\pi \tag{17.16}$$

Štoviše u ovoj konfiguraciji jasno vidimo posljedice „stiskanja“ snopa u y smjeru na njegovo širenje u istom smjeru: što je manji D (uži snop) to je veći kut ϑ do kojeg snop odstupa od originalnog smjera 0 .

POKUS
Demonstrirat će se rezultat obasjavanja pukotina
raznih širina koherentnom svjetlošću

17.7 Usporedba realnog razlučivanja ljudskog oka i teorijski limit za razlučivanje

Najprije ćemo formulirati primjenu Rayleighevog kriterija za razlučivanje eksperimentalnih vrhova u analizi podataka. Neka u podacima imamo dva vrha u raspodjeli. Njih možemo razlučiti ako su toliko razmaknuti da je vrh drugog efekta bar tako daleko da je pao na minimum raspodjele prvog vrha. Difrakcijski vrh nastao zjenicom oka možemo procijeniti iz (17.15) u aproksimaciji malih kutova:

$$\Delta\vartheta \approx \frac{\lambda}{D} \qquad (17.17)$$

Procjenjujemo idealno moguće razlučivanje ljudskog oka na temelju (17.6) u aproksimaciji malih kutova: promjer zjenice: 2mm, valna duljina svjetla $\lambda \approx o.55\mu m$. Tako dobivamo procjenu:

$$\Delta\vartheta_{idelano} \approx \frac{\lambda}{D} = \frac{1}{4000} \qquad (17.18)$$

Dobro oko (mladog čovjeka) može razlučiti dimenziju od 1 mm na udaljenosti od 2m. To znači da je realna rezolucija

$$\Delta\vartheta_{rea\ln o} = \frac{1}{2000} \qquad (17.19)$$

Očito su dimenzije i raspored senzora (štapića i čunjića) takvi da oko ima praktički optimalnu kutnu rezoluciju.

17.7 Specificiranje uvjeta dalekog polja za koherenciju svih točaka unutar poprečnog presjeka difrakcijske pukotine

Nacrtamo li točkasti izvor I i pukotinu promjera D postavljenu poprečno na spojnicu izvora i položaja pukotine, ovako ćemo procijeniti da li je zračenje koje započinje s otvorom pukotine koherentno. Najugroženiji za zaostajanje u fazi su rubovi pukotine. Ako uzmemo za temeljnu udaljenost razmak ruba pukotine od izvora L , tada je put od izvora do ruba pukotine duži od puta od izvora do centra pukotine za iznos:

$$L - L\cos\alpha = 2L\sin^2\frac{\alpha}{2} << \frac{\lambda}{2} \qquad (17.20)$$

α je kut od spojnice izvora i središta pukotine do spojnice izvora i ruba pukotine. Nejednadžba pak ističe da razlika putova mora biti znatno manja od pola valne duljine kada nastupa negativna interferencija. Za male kutove se sinusni član u (17.20) može aproksimirati:

$$\sin^2\alpha \approx \frac{\alpha^2}{4} \approx (\frac{1}{2}\frac{D/2}{L})^2 \qquad (17.21)$$

Uvrštavanjem (17.21) u (17.20) i sređivanjem konačno dobivamo

$$\lambda L >> (\frac{D}{2})^2 \qquad (17.22)$$

Stručna terminologija ovaj uvjet dalekog polja zove uvjetom Fraunhoferove difrakcije.

17.8 Difrakcijska amplituda i Fourierova konstrukcija rezultata iz oblika izvora polja

Usporedbom opisa polja zračenja (pravokutnik s osi y kao varijablom i stalnom amplitudom zračenja duž y dimenzije) i pravokutnom raspodjelom amplituda titranja u vremenu vidimo da su rezultati također u punoj analogiji. Analitički opis frekventnog sastava (13.35) u suštini je identičan analitičkom opisu (17.13) za raspodjelu rezultantnog zračenja po smjerovima. Vremenskoj varijabli odgovara poprečna koordinata, a frekvencijskoj varijabli odgovara u suštini $k\sin\vartheta = k_y$. Zapravo, ako pažljivo pratimo korake u izvodu (17.12) – (17.13) vidimo da je proračun difrakcijskog rezultata u suštini Fourierov transformat polja zračenja! U slijedećem semestru ćemo se susresti s difrakcijom zračenja na kristalnim strukturama; tako je gornja konstatacija i priprema za takve proračune. S druge strane sada je temeljna podloga za analogiju relacija „neodređenosti“ (12.23) , (12.36) i (17.16) potpuno jasna. Sve su dobivene preko Fourirerove transformacije pridruženih varijabli: vrijeme i frekvencija ili koordinata i valni broj/vektor .

17.9 Istovremena manifestacija interferencije i difrakcije

Površnim pogledom na tipični interferencijski eksperiment lako uviđamo da je naš prvi tretman u stvari nerealna idealizacija. Naime interferencijski izvori moraju imati konačne dimenzije. Stoga se unutar svakog od njih događa difrakcija. Potom dva difraktivna uzorka još interferiraju. Obradit ćemo taj slučaj; generalizacija na rad optičke rešetke, u kojoj također kombiniramo kontinuiranu difrakciju unutar jednog rebra rešetke s diskretnim doprinosima mnogo rebara čini se kasnije u studiju rada optičkog spektroskopa. U ovom kolegiju ćemo naznačiti ipak kakav rezultat i tada očekujemo.

Ako imamo dva konačna otvora kroz koja prolazi koherentno titranja, na svakom od njih nastaje difrakcijski raspored amplituda oblika (17.13) , s tim da svaki doprinos u argumentu kosinusa ima drugu vrijednost udaljenosti od točke promatranja. Utjecaj različitih udaljenosti od izvora unutar A(r,0) možemo zanemariti jer su te razlike neznatne u usporedbi s dimenzijom r. Tako je ukupni doprinos dva difraktivna uzorka :

$$A_{rezult} = A(r,0)\frac{\sin(\frac{1}{2}kD\sin\vartheta)}{\frac{1}{2}kD\sin\vartheta}\left[\cos(kr_1-\omega t)+\cos(kr_2-\omega t)\right] \tag{17.23}$$

Kako je razlika putova :

$$r_1 - r_2 = d\sin\vartheta \tag{17.24}$$

gdje je d razmak dvije difrakcijske pukotine svake širine D, to se primjenom izraza za sumu kosinusa u (17.23) i upotrebom (17.24) dobiva za rezultantnu amplitudu:

$$A_{rezult} = A(r,0)\frac{\sin(\frac{1}{2}kD\sin\vartheta)}{\frac{1}{2}kD\sin\vartheta}2\cos\left[\frac{1}{2}(kd\sin\vartheta)\right]\cos(k\frac{r_1+r_2}{2}-\omega t) \tag{17.25}$$

Proračun intenziteta činimo kao i prije kvadriranjem i računanjem prosjeka po periodu titranja:

$$I(\vartheta) = I_0 \frac{\sin^2(\frac{1}{2}kD\sin\vartheta)}{(\frac{1}{2}kD\sin\vartheta)^2}\cos^2(\frac{1}{2}kd\sin\vartheta) \qquad (17.26)$$

Sada možemo uspoređivati rezultat kombiniranja difrakcije i interferencije uspoređujući (17.26) s rezultatom (17.14) za difrakciju i (17.7) za interferenciju (koji još doduše treba kvadrirati i ukloniti mu vremensku zavisnost pravljenjem vremenskog prosjeka). Vidimo da dva efekta ulaze u konačni izraz u obliku produkta. Prvi modulacijski faktor dolazi od difrakcije a faktor kosinusa na kvadrat od interferencije. Pojavno to znači da će se jednako razmaknute interferencijske pruge dodatno modulirati ovojnicom difrakcijskog oblika (17.14).

Nadalje, možemo predvidjeti i izgled kombiniranja difrakcijskih elemenata konačno mnogo rebara difrakcijske rešetke. Ako bismo generalizirali proceduru korištenu za dobivanje (17.23) i dodali ne samo dva difrakcijska izvora, trebali bismo sumirati kosinuse u kojima su radiusvektori r_i jedan od drugog veći za uvijek jednako povećanje razmaka (17.24). rezultat tog sumiranja bi bio faktor oblika kakav ima faktor nezavisan o vremenu u (17.12) to jest:

$$I_N(\vartheta) = I_0 \frac{\sin^2(\frac{1}{2}kD\sin\vartheta)}{(\frac{1}{2}kD\sin\vartheta)^2}\frac{\sin^2(\frac{N}{2}kd\sin\vartheta)}{\sin^2(\frac{kd\sin\vartheta}{2})} \qquad (17.27)$$

gdje je N broj difrakcijskih izvora širine D , a međusobnog razmaka susjednih izvora d .
Izraz (17.27) je temelj operiranja optičkih spektroskopa. Naime različiti valni brojevi daju svoje maksimume (osim za nulti smjer) na različitim kutovima. To znači da nam (17.27) pruža mogućnost spektralne analize upadnog zračenja. Doista, diskretne linije atomskih spektara Fraunhofer je otkrio upravo difrakcijskom rešetkom, ključnim instrumentom i današnjih najmodernijih spektroskopa.

17.10 Difrakcija zamućuje sjenu neprozirnih zapreka

Analizom prolaska koherentnog svjetla kroz otvore smo naučili da difrakcija proširuje područje osvjetljenja izvan očekivanih 0^0 karakterističnim rasporedom intenziteta po kutovima ϑ. Prirodno možemo slutiti da se isti fenomen javlja kod svake zapreke. Upotrijebit ćemo argumentaciju analognu onoj oko izraza (17.11) , gdje smo ilustrirali primjenu Hygensovog principa na prolaz svjetla kroz otvor. Naime počinjemo s dolaskom koherentnog ravnog vala na prepreku konačnih dimenzija (i oštrih rubova). Opet zatvaramo prolaz svjetla iz izvora I koherentnog vala: E_I, sa zračenjem objekta prepreke: E_o, i zračenjem zastora koji zastire cijelo područje (osim onog koji zastire objekt): E_Z. U konfiguraciji kada postoje svi zastori, iza njih je rezultantno polje jednako nuli.

$$E_I + E_o + E_Z = 0 \qquad (17.28)$$

Ako uklonimo zastore, preostalo je superponiranje

$$E_{rezult} = E_I + E_O \qquad (17.29)$$

Za E_O znamo brojna svojstva. Analitički opis je sažet u (17.13) . Kod EM vala amplituda u (17.13) pada obrnuto proporcionalno udaljenosti. Neposredno iz zastora je faza vala emitiranog zaprekom suprotna onoj ulaznog vala , tako da je iza zapreke, a blizu njoj rezultanata nula i nastupa prava sjena. Međutim u daljini, gledajući poprečno na širenje zračenja, blizu paralele s produžetkom zapreke nastaju negativne i pozitivne superpozicije ulaznog vala i vala emitiranog od zapreke. Tako se u očekivanom području ruba sjene ne javlja oštra sjene nego naizmjenično pojačavanje i slabljenje rezultante titranja. Međutim, kako se sve više udaljavamo od zapreke , njen doprinos slabi dok je doprinos izvora praktički stalan tako sjena postepeno nestaje. Figurativno se konstatiralo da svjetlost svija putanju iza prepreka. Prestanak sjene možemo i ovako procijeniti. Kutni rasap sjene je procijenjen za male kutove u (17.11) . Ako s L označimo udaljenost na kojoj taj rasap dostiže poprečnu dimenziju prepreke D, mora biti ispunjeno:

$$L\frac{\lambda}{D} = D \qquad (17.30)$$

Za udaljenosti koje su mnogo veće od udaljenosti L dobivene izrazom (17.30) sjene više nema!