

Statistika i osnovna mjerenja

Grafički prikaz rezultata

M. Makek
2017/2018

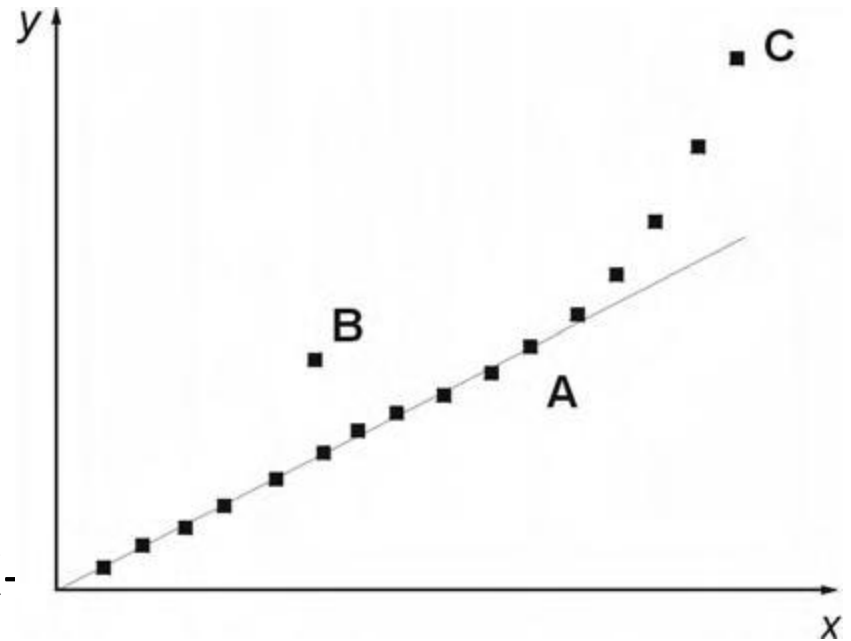
GRAFIČKI PRIKAZ REZULTATA

X-Y graf

Histogram

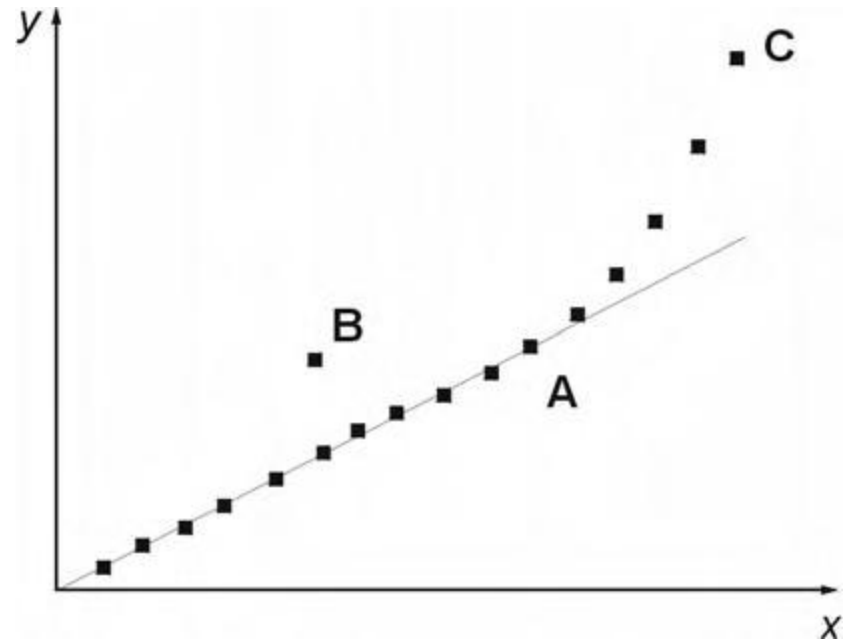
X-Y graf

- Pretpostavimo da smo mjerenjem fizikalnih veličina dobili niz točaka (x_i, y_i)
- Uobičajeno je da x ona veličina koju preciznije (neovisno) mjerimo te je unosimo na apscisu
- Izmjerene točke crtamo na X-Y graf (eng. scatter plot)



X-Y graf

- Što uočavamo na grafu:
 - a) Linearnost od ishodišta do točke A
 - b) Nelinearnost od točke A do točke C
 - c) Rasipanje točaka oko zamišljenog pravca u linearnom području → ocjena slučajnih pogrešaka
 - d) Veliko odstupanje točke B – moguće da se radi o gruboj pogreški, eventulano se može zanemariti.
Ali: velika odstupanja na rubovima grafa poput točke C se ne smiju zanemariti jer mogu ukazivati na novu pojavu



X-Y graf

- Prednosti grafičkog nad isključivo numeričkim prikazom:
 - zorno se vidi kako jedna veličina ovisi o drugoj – mogu se uočavati zakonitosti, kao npr. linearna ili nelinearna ovisnost na prethodnom primjeru
 - vidi se koliko pojedino mjerenje odstupa od trenda - lako se uočavaju grube pogreške (poput točke B na prethodnom primjeru)
- Pri tome treba paziti na:
 - Pogodno mjerilo na apscisi i ordinati – graf treba biti popunjen
 - Odabir varijabli za crtanje – ako je moguće linearizirati (o tome kasnije)
 - Označiti fizikalne veličine i mjerne jedinice na svakoj osi i pri tome koristiti dovoljno velika slova
 - Kod opisa grafa treba jasno naznačiti što je mjereno i što je prikazano

X-Y graf

- Interpolacija
 - Može se procijeniti zavisna varijabla y u točki koja nije izmjerena, a nalazi se između dvije mjerene točke
 - U pravilu daje ispravne vrijednosti, ali treba uzeti u obzir razlučivost
- Ekstrapolacija
 - Može se procijeniti zavisna varijabla y u točkama koje se protežu izvan mjernog područja
 - U pravilu se izbjegava jer u nepoznatom području može doći do odstupanja od trenda – npr. odstupanje od pravca između točaka A i C u prethodnom primjeru

Linearizacija X-Y grafa

- Nakon unošenja točaka u graf uočavamo da ovisnost $y(x)$ nije linearna, tj. točke ne leže na pravcu
- Ako očekujemo nelinearnu ovisnost onda pokušamo pravilnim odabirom varijabli na x i y osi nacrtati linearan graf.

Primjer: mjerimo ovisnost prijeđenog puta o vremenu pri jednoliko ubrzanom gibanju

→ očekujemo ovisnost: $s(t) = 1/2at^2$

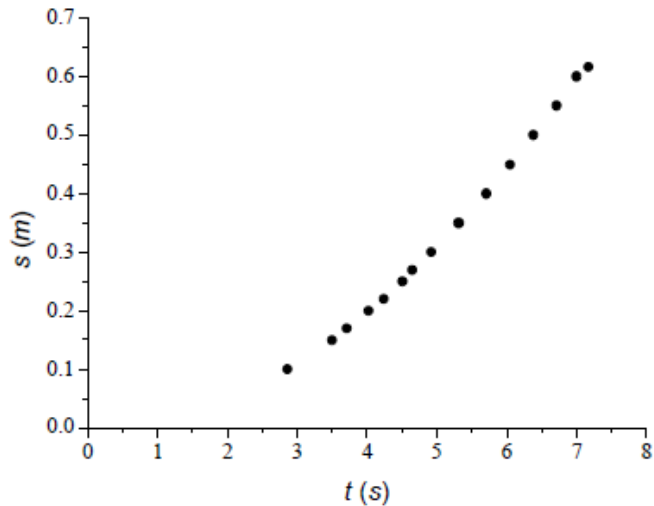
→ supstitucija: $u=t^2$

→ Crtamo graf: $s(u) - u$ za koji očekujemo da će ovisnost biti linearna

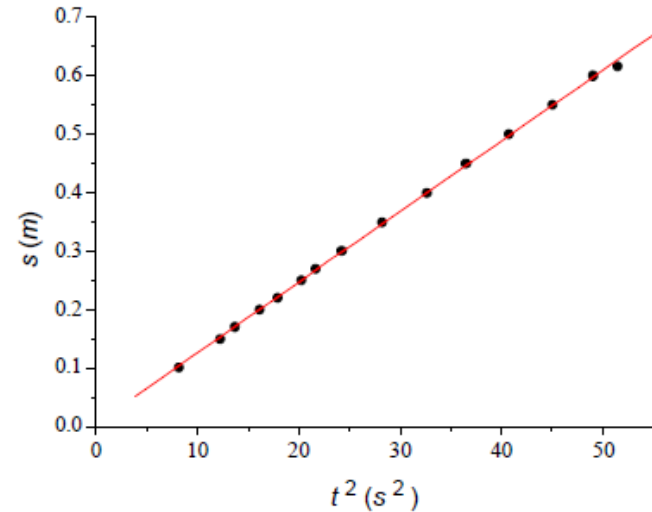
Linearizacija X-Y grafa

Primjer 1:

Kvadratna ovisnost $s(t) = 1/2at^2 \rightarrow$ linearna ovisnost $s(t^2)=s(u)=1/2a u$



$$u = t^2$$



Linearizacija X-Y grafa

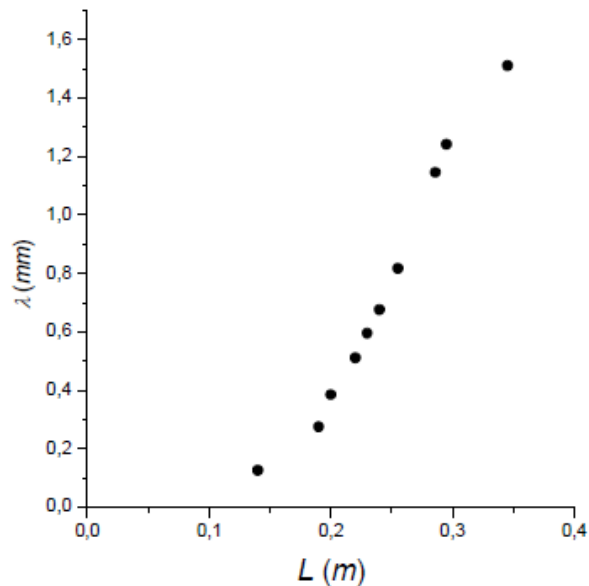
- Ako uočimo nelinearnu ovisnost točaka, a točna funkcijska ovisnost $y(x)$ nam nije poznata možemo iskoristiti **pravilo logaritmiranja**:
 - za funkcije tipa $y = ax^b$ logaritmiranjem dobivamo: $\ln y = \ln a + b \ln x$
→ crtamo graf $\ln y - \ln x$ u kojem će **b** odgovarati nagibu pravca a **$\ln a$** odsječku na osi y
 - Za funkcije tipa $y = ae^{xb}$ logaritmiranjem dobivamo: $\ln y = \ln a + bx$
→ crtamo graf $\ln y - x$ u kojem će **b** odgovarati nagibu pravca a **$\ln a$** odsječku na osi y

Linearizacija X-Y grafa

Primjer 2:

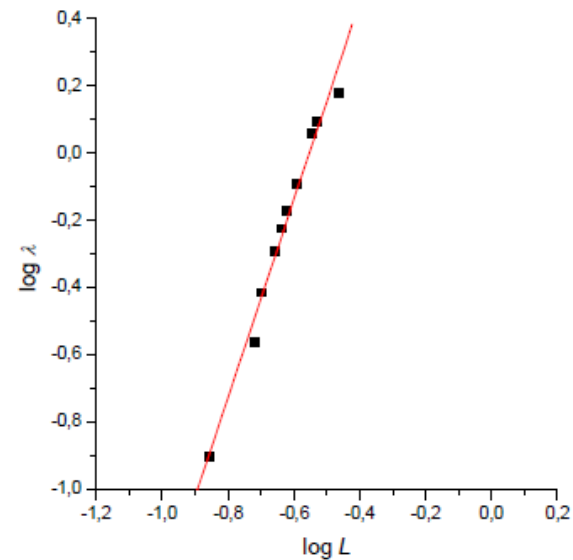
Nepoznata ovisnost tipa $\lambda(L)=AL^\alpha \rightarrow$ logaritmiranje

\rightarrow linearna ovisnost $\log \lambda = \log A + \alpha \log L$



$$x = \log L$$

$$y = \log \lambda$$



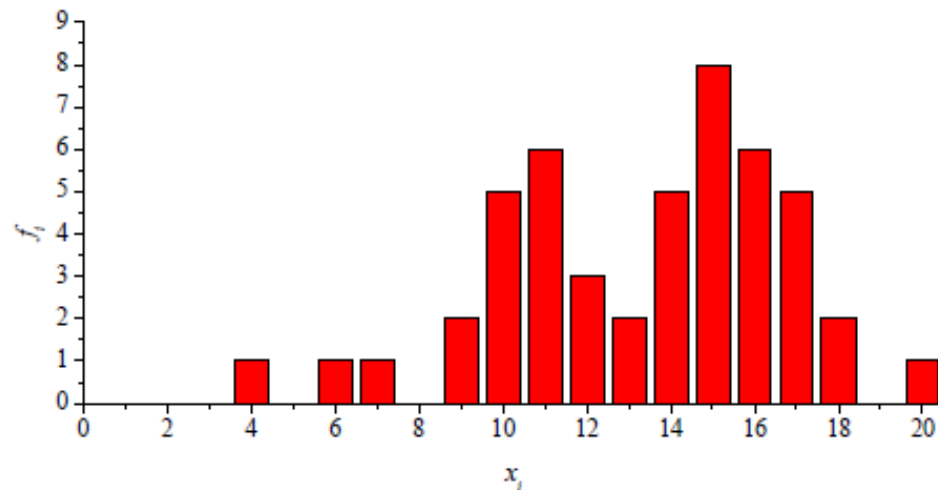
Histogram

- Graf koji prikazuje raspodjelu frekvencija diskretne ili kontinuirane varijable
 - Diskretne varijable – skup vrijednosti prebrojiv
 - kontinuirane varijable – skup vrijednosti kontinuiran
- Frekvencija f_i neke određene vrijednosti x_i varijable X jest broj pojavljivanja te vrijednosti u promatranom skupu podataka
- Relativna frekvencija je definirana kao: $f_{ri} = f_i/N$, gdje je N ukupan broj podataka

x_i	f_i
1	0
2	0
3	0
4	1
5	0
6	1
7	1
8	0
9	2
10	5
11	6
12	3
13	2
14	5
15	8
16	6
17	5
18	2
19	0
20	1

Crtanje histograma

- Za diskretnu varijablu:
 - Odrediti frekvencije ili relativne frekvencije
 - Nacrtati moguće vrijednosti fizikalne veličine na x osi
 - Nacrtati odgovarajuće frekvencije na y-osi
- Primjer:



Crtanje histograma

- Za kontinuiranu varijablu:
 - Podijeliti interval mjerenja veličine X na konačan broj razreda (mogu biti ekvidistantni ili neekvidistantni)
 - Grupirati podatke u razrede i odrediti (relativne) frekvencije
 - Nacrtati razrede na x osi
 - Nacrtati odgovarajuće frekvencije na y-osi
- Primjer:

potrošnja goriva

6,25	5,93	7,8	4,95	9,2	8,57
6,82	7,43	5,78	5,46	6,54	7,02
6,78	4,75	5,32	7,11	5,66	5,99
6,87	8,35	7,66	7,23	6,58	6,92
6,32	7,08	5,98	6,25	5,45	6,72
6,38	6,9	9,87	6,23	6,52	6,43
6,12	5,81	6,37	7,23	7,46	8,06
6,09	5,82	4,99	6,32	6,51	6,49
9,49	6,39				

