

Zadaća/kolokvij br. 2 iz Teorije grupa

18. siječnja 2008., predati do (uključujući) 25. siječnja 2010.

1. Koliko ireducibilnih reprezentacija ima grupa C_2 ? Navedite ih. Konstruirajte neku vjernu trodimenzionalnu reprezentaciju ove grupe i prikažite je kao direktan zbroj ireducibilnih reprezentacija.
2. Grupu permutacija dvaju elemenata, S_2 , moguće je reprezentirati skupom operatora $\{I, P\}$ koji zrcale ravninu \mathbb{R}^2 oko pravca $y = x$ (P zrcali ravninu, a $I = P^2$ je identiteta). Pokažite da je ova reprezentacija potpuno reducibilna tako da pronađete odgovarajuće invarijantne potprostore V_1 i V_2 od \mathbb{R}^2 takve da je $V_1 \oplus V_2 = \mathbb{R}^2$.
3. Koristeći tablicu karaktera grupe C_{2h}

	E	C_2	σ_h	i
A_g	1	1	1	1
A_u	1	1	-1	-1
B_g	1	-1	-1	1
B_u	1	-1	1	-1

izrazite njenu reprezentaciju Γ s karakterima

$$\chi(E) = 12, \quad \chi(C_2) = 0, \quad \chi(\sigma_h) = 0, \quad \chi(i) = 4,$$

kao zbroj ireducibilnih reprezentacija.