

## **Zadaća/kolokvij br. 1 iz Teorije grupa**

*23. prosinca 2009.*

rok za predaju: *12. siječnja 2010.*

1. Pokažite da je slika homomorfizma  $f$  grupe  $G$  u grupu  $H$ , dakle skup  $f(G) \equiv \{f(g) \mid g \in G\}$ , podgrupa od  $H$ .
  
2. Dvije reprezentacije grupe  $C_2$  su

$$\Gamma_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\Gamma_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Konstruirajte eksplicitno  $\Gamma_1 \oplus \Gamma_2$  i  $\Gamma_1 \otimes \Gamma_2$

3. Koje od četiri reprezentacija iz prošlog zadatka ( $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_1 \oplus \Gamma_2$  i  $\Gamma_1 \otimes \Gamma_2$ ) su reducibilne?
  
4. Konstruirajte eksplicitno neku dvodimenzionalnu ireducibilnu reprezentaciju grupe  $D_3$  i provjerite temeljni teorem o ortogonalnosti.

*Krešimir Kumerički*