SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO–MATEMATIČKI FAKULTET

Krešimir Kumerički

ELEKTROSLABI FOTONSKI RASPADI MEZONA

Magistarski rad

Zagreb, rujan 1996.

Predgovor

U ovom će radu biti izložena međuigra radijacijskih elektroslabih prijelaza i niskoenergijske kvantne kromodinamike na primjeru nekih raspada K mezona.

U uvodnom odjeljku će biti navedeni motivi ovakvog istraživanja tj. bit će objašnjeno kako njegovi rezultati mogu poboljšati i upotpuniti standardni model fizike elementarnih čestica.

U prvom poglavlju su dane teorijske osnove kvarkovskih prijelaza koji uzrokuju ove raspade K mezona i izvedene su odgovarajuće učinkovne Lagrangeove funkcije. Objašnjeno je i kako se ove funkcije modificiraju zbog učinaka kvantne kromodinamike.

U drugom poglavlju su izučavani doprinosi kvarkova izvan masene ljuske amplitudi raspada $K_L \to \gamma\gamma$. Uočeno je da se ovi doprinosi mogu identificirati s doprinosom trokutne anomalije (poznate iz amplitude $\pi^0 \to \gamma\gamma$). To daje važan uvid u to, koji je dio Goldstoneove komponente ostvaren u kaonu. Prikazan je račun u okviru bilokalnog pristupa vezanom stanju: simultano su rješavane Schwinger-Dysonova jednadžba (za dinamičko generiranje mase kvarka) i Bethe-Salpeterova jednadžba za bilokalni mezonski vrh. Dana je kvantitativna usporedba izvanmasene amplitude s konkurentnim prijelazom nedijagonalnog magnetskog dipolnog tipa.

U trećem poglavlju su opisana istraživanja doprinosa radijacijskom raspadu $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$, koji je u kiralnoj perturbacijskoj teoriji reda $\mathcal{O}(p^4)$. Takav potencijalni doprinos je pronađen u članu $\Delta S = 1$ WZW djelovanja, koji je nedavno identificiran kroz proučavanje amplitude $K_L \to \gamma\gamma(-)$. Takvo WZW djelovanje, poopćeno na procese s promjenom okusa, uspješno obuhvaća anomalne radijacijske neleptonske raspade kaona.

Zahvaljujem se dr. Daliboru Kekezu na pomoći pri izradi računalnih programa te dr. Dubravku Klabučaru na diskusijama i suradnji. No, prije svega se zahvaljujem svom mentoru prof. dr. Ivici Piceku koji je uvijek imao vremena za moja pitanja i koji me je uveo u ovo zanimljivo područje istraživanja.

Krešimir Kumerički

Zagreb, rujan 1996.

Sadržaj

Uvod – rijetki kaonski procesi

Teorija ujedinjenja elektromagnetskih i slabih međudjelovanja (Glashow-Weinberg-Salamov model) zajedno s teorijom jakih međudjelovanja (kvantnom kromodinamikom) predstavlja danas, pod nazivom *standardni model*, osnovnu teoriju fizike elementarnih čestica. Eksperimentalna potvrda njenih glavnih predviđanja (W i Z bozona) ustoličila je ovu teoriju kao krunu nastojanja fizičara da opišu mikroskopski svijet. I danas, skoro tri desetljeća nakon njene formulacije, još uvijek čekamo eksperiment koji bi ukazao na neki njen nedostatak.

Činjenica je, međutim, da se dosadašnji eksperimentalni pristup standardnom modelu teško može smatrati potpunim. Ispitivanja njegove strukture

- na visokim energijama,
- kroz doprinose viših redova računa smetnje i
- kroz potragu za zabranjenim procesima

su još uvijek u početnoj fazi. Što se testova na visokim energijama tiče, novi sudarivač čestica LHC (*Large Hadron Colider*) koji se upravo gradi u CERN-u trebao bi ponuditi neke odgovore. No, bez obzira na to, povećanje preciznosti mjerenja na nižim energijama nije ništa lošiji način testiranja standardnog modela. Štoviše, doprinosi viših redova računa smetnje koji se određuju ovim preciznim mjerenjima zapravo neizravno testiraju ponašanje modela na visokim energijama, budući da su najčešće učinci sa velikih energijskih skala dominantni na tim redovima. Ovi doprinosi se standardno manifestiraju kroz

- radijacijske korekcije "običnih" slabih procesa, npr. $\mu \to e\nu_\mu\bar{\nu}_e$ ili $\nu_\mu e \to \nu_\mu e$,
- rijetke slabe procese, npr. $K_L \to \mu^+\mu^-$ ili K^0–$\bar{K}^0$ miješanje.

Posebno su zanimljivi rijetki slabi procesi u kojima učestvuju K mezoni. Tako je činjenica da se raspad $K_L \to \mu^+\mu^-$ nije dešavao s istom širinom kao raspad $K^+ \to \mu^+\nu_\mu$ dovela do predviđanja c kvarka i otkrića GIM mehanizma (Glashow et al., 1970) koji je jedan od osnovnih stupova standardnog modela. Kasnije je analiza potisnuća ovog procesa obzirom na $K_L \to \gamma\gamma$:

$$\frac{\Gamma(K_L \to \mu^+\mu^-)}{\Gamma(K_L \to \gamma\gamma)} \simeq 1.2 \cdot 10^{-5} \,, \tag{0.1}$$

omogućila i predviđanje mase c kvarka (Gaillard i Lee, 1974). I danas su ovi rijetki kaonski procesi interesantni za proučavanje i to na dva različita načina:

1. Rijetki procesi koji su rijetki zbog CP-simetrije ili GIM potisnuća osjetljivi su na učinke treće kvarkovske obitelji, pa time testiraju i učinke velikih energijskih skala.

2. Rijetki procesi koji su radijacijski (u kojima se između ostalog emitiraju i fotoni) pogodni su za izučavanje niskoenergijskih učinkovnih Lagrangeovih funkcija, npr. u kiralnoj perturbacijskoj teoriji.

Objasnimo ovo pobliže. U Wolfensteinovoj parametrizaciji Kobayashi-Maskawa matrica miješanja kvarkovskih obitelji do reda λ^3 je

$$V_{\rm KM} = \begin{pmatrix} 1-\lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} , \tag{0.2}$$

gdje je današnje poznavanje parametara ove matrice sadržano u

$$\lambda = |V_{us}| \simeq 0.22 \tag{0.3}$$

$$A = 0.9 \pm 0.1 \tag{0.4}$$

$$\sqrt{\rho^2+\eta^2} = \begin{cases} 0.4 \pm 0.2 \\ 0.59 \pm 0.18 \end{cases} . \tag{0.5}$$

Ovdje su dvije zadnje vrijednosti rezultati dva različita eksperimenta. U svakom slučaju, da bismo odredili zasebne vrijednosti parametara ρ i η, potrebna nam je dodatna informacija. Na primjer, uz poznavanje mase t kvarka, mjerenja procesa $K^+ \to \pi^+\nu\bar{\nu}$ i $K_L \to \pi^0\nu\bar{\nu}$ mogu omogućiti određivanje bilo ρ bilo η. Kada izmjerimo bilo koji od ova dva parametra potpuno ćemo poznavati $V_{\rm KM}$ matricu i dodatna mjerenja onog drugog parametra će omogućavati testiranje unitarnosti ove matrice odnosno strukture standardnog modela obzirom na broj kvarkovskih obitelji.

Slična je priča s rijetkim radijacijskim raspadima K mezona. Naime, kvantna kromodinamika (QCD), koja je jedan od dva glavna dijela standardnog modela, je teorija koja ne dopušta upotrebu računa smetnje na energijskim skalama < 1 GeV. Ipak, kiralna $SU(3)_R \otimes SU(3)_L$ simetrija koju QCD poštuje omogućuje konstrukciju učinkovne niskoenergijske teorije — tzv. *kiralne perturbacijske teorije* (χPT) o kojoj će biti više riječi u poglavlju 3. Testiranjem ove teorije testiramo neizravno i samu kvantnu kromodinamiku. I ovdje je česta primjena rijetkih kaonskih raspada.

Na primjer, u ovoj teoriji proces $K_S \to \gamma\gamma$ nije moguće realizirati drvolikim dijagramima reda $\mathcal{O}(p^2)$ ili $\mathcal{O}(p^4)$[1] jer su svi hadroni u igri električno neutralni. Stoga se ovaj proces realizira pomoću dijagrama s peljama i račun tih dijagrama daje omjer grananja

$$B(K_S \to \gamma\gamma)^{(theo)} = 2.0 \cdot 10^{-6} \ , \tag{0.6}$$

dok je eksperimentalna vrijednost

$$B(K_S \to \gamma\gamma)^{(expt)} = (2.4 \pm 1.2) \cdot 10^{-6} \ , \tag{0.7}$$

što, dakle, potvrđuje našu sliku o tome kako izgleda QCD na niskim energijama. Ovo je bila samo ilustracija, a jednu drugačiju upotrebu rijetkog radijacijskog raspada $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ prikazat ćemo u poglavlju 3.

Dakle, rijetki raspadi K mezona imaju još dosta za ponuditi istraživaču prirode elementarnih čestica.

[1]Lagrangeova funkcija kiralne perturbacijske teorije je razvoj u potencijama energije/impulsa.

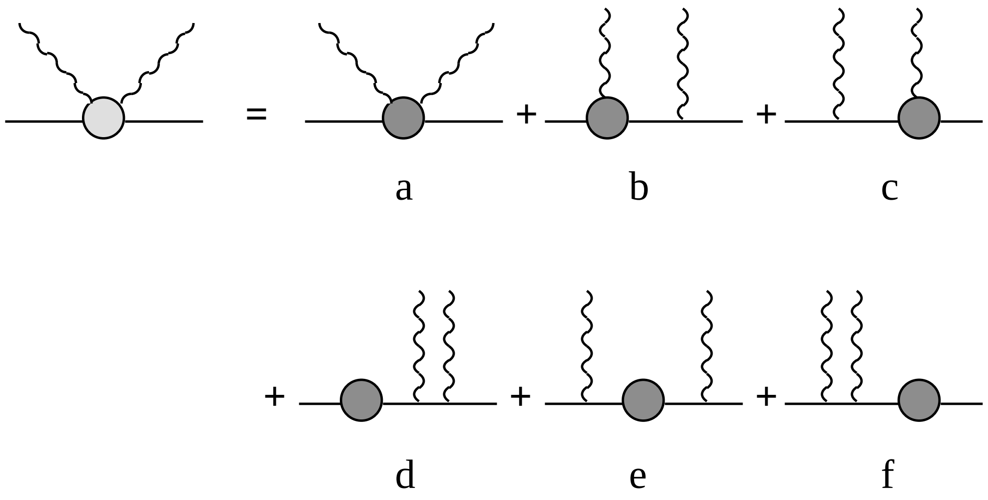
Poglavlje 1

Učinkovna Lagrangeova funkcija za slaba međudjelovanja K mezona

1.1 Uvod

Kako je već napomenuto, središnja poglavlja ovog rada bavit će se rijetkim radijacijskim raspadima neutralnih K mezona. No, prije nego što se pozabavimo proračunima odgovarajućih mezonskih amplituda potrebno je razmotriti kako se ovi procesi odvijaju na kvarkovskom nivou. Obzirom na kvarkovski sastav neutralnih K mezona, zanimat će nas, znači, kako izgleda učinkovna Lagrangeova funkcija za prijelaz s kvarka u d kvark uz emisiju fotona. U standardnom modelu ovaj prijelaz nije moguć na nivou drvolikih dijagrama, već se, u najnižem redu računa smetnje, realizira preko dijagrama s jednom petljom. Odgovarajući dijagrami za prijelaz $s \to d\gamma\gamma$ se mogu podijeliti na jednočestično ireducibilne (1PI) i jednočestično reduciblne (1PR), kako je prikazano na slici 1.1.

U sljedećem odjeljku ćemo diskutirati račun pojedinih dijagrama i rezultirajuće učinkovne Lagrangeove funkcije. U odjeljku 1.4 ćemo pokazati na koji se način u ovakvim računima mogu upotrijebiti Wardovi identiteti, dok ćemo se u odjeljku 1.5 pozabaviti korekcijama zbog učinaka kvantne kromodinamike na velikim energijama.



Slika 1.1: Dijagrami koji doprinose procesu $s \to d\gamma\gamma$. (a) su jednočestično ireducibilni, a (b-f) jednočestično reduciblini dijagrami. Ravne linije označavaju kvarkove, a valovite fotone. Kružići s desne strane znaka jednakosti predstavljaju jednočestično ireducibilne poddijagrame.

1.2 $s \to d\gamma$

U teoriji u kojoj su slabe nabijene struje $V - A$ strukture baždarna invarijantnost traži da inducirani $s \to d\gamma$ vrh bude oblika (Inami i Lim, 1981)

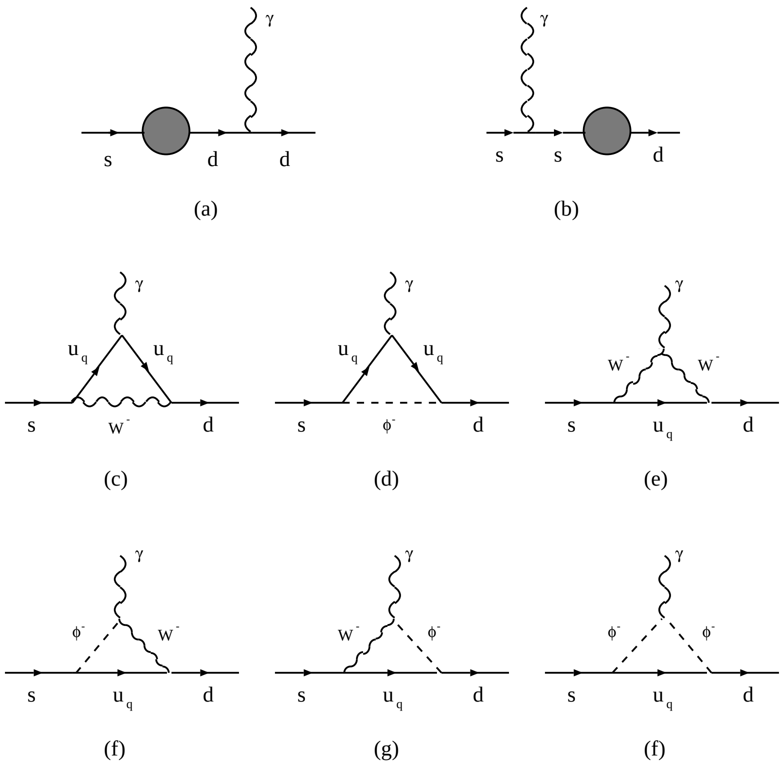
$$\Gamma_\mu = \frac{1}{(4\pi)^2} e \frac{g^2}{2M_W^2} V_{qd}^* V_{qs} \Big\{ F_1(q^2\gamma_\mu - q_\mu \not{q})L + F_2 \sigma_{\mu\nu} i q^\nu (m_s L + m_d R) \Big\} \ , \quad (1.1)$$

gdje su $L = (1 - \gamma_5)/2$ i $R = (1 + \gamma_5)/2$ lijevi, odnosno desni projektor, q je impuls fotona, a V_{qd}^* i V_{qs} su elementi Kobayashi-Maskawa matrice. Kako su u procesima koji nas zanimaju u ovom radu fotoni uvijek na ljusci mase, prvi član u (1.1) nas ne zanima, i ono što nam treba je vrijednost funkcije strukture F_2. U tu svrhu, potrebno je izračunati potpun skup elektroslabih dijagrama koji doprinose ovom vrhu i koji su prikazani na slici 1.2.

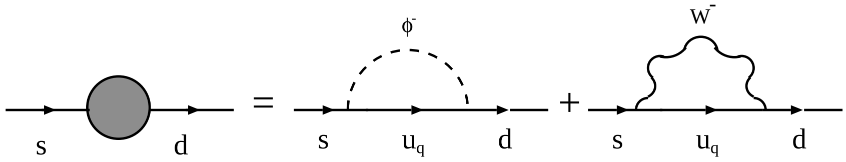
Sam račun demonstrirat ćemo na primjeru dijagrama 1.2c koji je uvećano prikazan na slici 1.4 gdje su označeni i impulsi pojedinih linija.

U Feynmanovom baždarenju amplituda za ovaj dijagram je

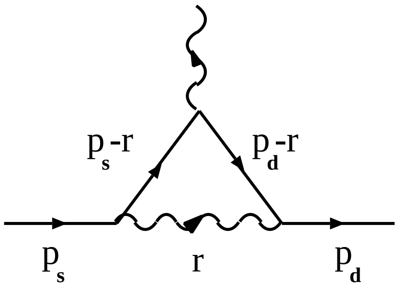
$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(c)} = \epsilon^{*\mu}{}_{(p_s-p_d)} \bar{d} \int \frac{d^4 r}{(2\pi)^4} \left(i \frac{g}{\sqrt{2}} V_{qd}^* \gamma_\rho L \right) iS(p_d - r)\, ieQ_u \gamma_\mu \times \\ \times iS(p_s - r) \left(i \frac{g}{\sqrt{2}} V_{qs} \gamma_\sigma L \right) s \frac{-ig^{\rho\sigma}}{r^2 - M_W^2} \ , \qquad (1.2) \end{aligned}$$



Slika 1.2: Dijagrami s jednom petljom koji doprinose induciranom $sd\gamma$ vrhu. Kružići u dijagramima (a) i (b) predstavljaju prijelaz $s \to d$ kako je prikazano na slici 1.3



Slika 1.3: Dijagrami s jednom petljom koji doprinose "vlastitoj energiji" $s \to d$ prijelaza.



Slika 1.4: Dijagram (c).

gdje su V_{qd}^* i V_{qs} Kobayashi-Maskawa faktori, q je kvark u petlji, $Q_u = 2/3$ je naboj gornjeg kvarka, a

$$iS(r) = \frac{i}{\not{r} - m} \tag{1.3}$$

je fermionski propagator (m je masa kvarka q).

Kako su impulsi ulaznih kvarkova p_s i p_d reda veličine mase K mezona, to ćemo u računu koristiti približenje

$$\frac{p_d}{M_W}, \frac{p_s}{M_W} \ll 1 \tag{1.4}$$

Ovo približenje nam omogućuje da razvijemo fermionske propagatore u (1.2) po potencijama impulsa vanjskih kvarkova. Upotrijebimo li operatorski identitet

$$\frac{1}{X+Y} = \frac{1}{X} - \frac{1}{X}Y\frac{1}{X} + \frac{1}{X}Y\frac{1}{X}Y\frac{1}{X} - \dots , \tag{1.5}$$

(koji lako dokažemo množeći (1.5) s desne strane s $(X+Y)$), dobijemo

$$\begin{aligned} S(p_s - r) &= \frac{1}{\not{p}_s - \not{r} - m} \\ &= -\left\{ \frac{1}{\not{r}+m} + \frac{1}{\not{r}+m}\not{p}_s\frac{1}{\not{r}+m} + \frac{1}{\not{r}+m}\not{p}_s\frac{1}{\not{r}+m}\not{p}_s\frac{1}{\not{r}+m} - \dots \right\} , \end{aligned} \tag{1.6}$$

Kako je vrh (1.1) drugog reda u impulsima/masama, to je dovoljno razviti propagator isto do drugog reda. Druga korisna stvar koju treba uočiti je da se primjenom jednadžbi gibanja i elementarne algebre Diracovih matrica jednadžba (1.1) može prevesti u oblik

$$\Gamma_\mu = \frac{1}{(4\pi)^2} e \frac{g^2}{2M_W^2} V_{qd}^* V_{qs} \Big\{ (F_1 - F_2)(q^2\gamma_\mu - q_\mu \not{q})L - 2iF_2 \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} p_{d_\rho} p_{s_\sigma} \gamma_\alpha L \Big\} . \tag{1.7}$$

Dakle, da bismo odredili učinkovni vrh koji doprinosi procesima s *realnim* fotonima, dovoljno je identificirati članove koji sadrže Levi-Civita tenzor. To bitno olakšava račun.

Imajući ovo na umu, uvrstimo propagator (1.6) u (1.2). Kako doprinose samo članovi kvadratni u impulsu imamo:

$$\mathcal{M}^{(c)} = eQ_u \frac{g^2}{2} V_{qs} V_{qd}^* \epsilon^{*\mu} \bar{d} \int \frac{d^4 r}{(2\pi)^4} \gamma_\rho L \frac{\not r - m}{r^2 - m^2} \not p_d \frac{\not r - m}{r^2 - m^2} \gamma_\mu \frac{\not r - m}{r^2 - m^2} \times$$
$$\times \not p_s \frac{\not r - m}{r^2 - m^2} \gamma_\rho L s \frac{1}{r^2 - M_W^2} \,. \tag{1.8}$$

Potrebnu algebru Diracovih matrica možemo izvesti pomoću programskog paketa *FeynCalc 1.0* (Mertig et al., 1991) napisanog u *Mathematica* jeziku za računalnu algebru (Wolfram, 1988). Zadržavajući samo potrebne članove, imamo

$$\begin{gathered} \gamma_\rho L(\not r - m)\not p_d(\not r - m)\gamma_\mu(\not r - m)\not p_s(\not r - m)\gamma^\rho L \\ \Big\downarrow \\ i(2m^4 - 2m^2 r^2)\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_d^\nu p_s^\alpha \gamma_\beta L \end{gathered} \tag{1.9}$$

Sada preostaje još samo računanje integrala po impulsu petlje što je napravljeno u dodatku A, u jednadžbama (A.6) i (A.7):

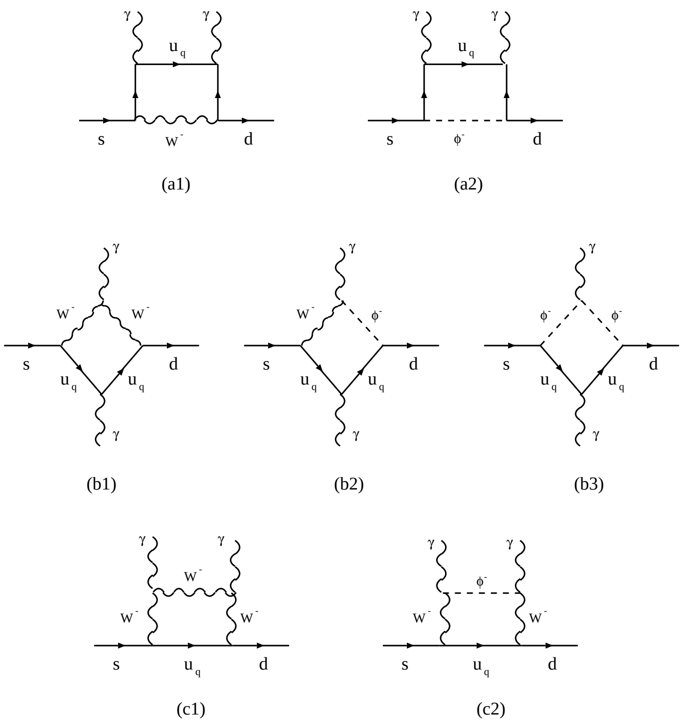
$$\begin{aligned} \int \frac{d^4 r}{(2\pi)^4} \frac{2m^4 - 2m^2 r^2}{(r^2 - m^2)^4 (r^2 - M_W^2)} &= 2m^4 I_{41}^0 - 2m^2 I_{41}^1 \\ &= \frac{i}{16\pi^2 M_W^2}(2x_q^2 f_{41}^0 - 2x_q f_{41}^1) \\ &= \frac{i}{16\pi^2 M_W^2} \frac{1 - x_q^2 + 2x_q \ln x_q}{(x_q - 1)^3} \,. \end{aligned} \tag{1.10}$$

Na kraju imamo

$$\mathcal{M}^{(c)} = -\frac{eQ_u}{16\pi^2} \frac{g^2}{2M_W^2} V_{qs} V_{qd}^* \epsilon_\mu^* \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_{d\nu} p_{s\alpha} \left(\bar{d}\gamma_\beta L s\right) \frac{1 - x_q^2 + 2x_q \ln x_q}{(x_q - 1)^3} \,. \tag{1.11}$$

Ovaj međurezultat bit će nam zanimljiv u odjeljku (1.4) gdje ćemo eksplicitno pokazati kako je ova amplituda Wardovim identitetom povezana s odgovarajućom jednočestično ireducibilnom amplitudom. Kada bismo pak na isti način izračunali i sve ostale dijagrame sa slike 1.2, zbrojili ih i usporedili s (1.7), dobili bismo (Inami i Lim, 1981)

$$F_2 = -Q_u \left\{ \left[-\frac{1}{4} \frac{1}{x_q - 1} + \frac{3}{4} \frac{1}{(x_q - 1)^2} + \frac{3}{2} \frac{1}{(x_q - 1)^3} \right] x_q - \frac{3}{2} \frac{x_q^2}{(x_q - 1)^4} \ln x_q \right\}$$



Slika 1.5: Jednočestično ireducibilni doprinosi prijelazu $s \to d\gamma\gamma(-)$

$$+\left[\frac{1}{2}\frac{1}{x_q-1}+\frac{9}{4}\frac{1}{(x_q-1)^2}+\frac{3}{2}\frac{1}{(x_q-1)^3}\right]x_q-\frac{3}{2}\frac{x_q^3}{(x_q-1)^4}\ln x_q\,, \quad (1.12)$$

ili, ako uvrstimo $Q_u = 2/3$ i sredimo izraz,

$$F_2 = x_q\left\{\frac{8x_q^2+5x_q-7}{12(x_q-1)^3}-\frac{(3x_q-2)x_q\ln x_q}{2(x_q-1)^4}\right\}\,. \quad (1.13)$$

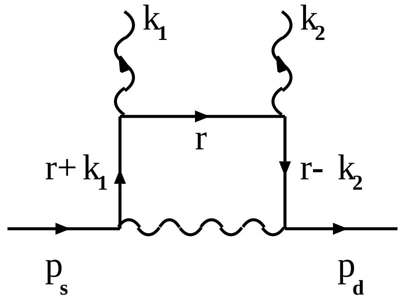
1.3 $s \to d\gamma\gamma$

Druga vrsta dijagrama koji tvore amplitudu elektroslabog prijelaza s kvarka u d kvark uz emisiju dva fotona su jednočestično ireducibilni dijagrami prikazani na slici 1.5.

Kao primjer uzmimo dijagram $a1$, uvećano i s označenim impulsima prikazan na slici 1.6.

Amplituda za ovaj dijagram je

$$\mathcal{M}^{(a1)} = \epsilon^{*\mu}(k1)\epsilon^{*\nu}(k2)\,\bar{d}\int\frac{d^4r}{(2\pi)^4}\left(i\frac{g}{\sqrt{2}}V_{qd}^*\gamma_\rho L\right)iS(r-k_2)\,ieQ_u\gamma_\nu\,\times$$



Slika 1.6: Dijagram (a1).

$$\times\, iS(r)\, ieQ_u\gamma_\mu\, iS(r+k_1)\left(i\frac{g}{\sqrt{2}}V_{qs}\gamma_\sigma L\right) s\, \times$$
$$\times\, \frac{-ig^{\rho\sigma}}{(r+k_1-p_s)^2-M_W^2}\,, \tag{1.14}$$

gdje su oznake kao ispod jednadžbe (1.2). Račun ove amplitude je analogan onome prikazanom u prošlom odjeljku tako da ćemo dati samo rezultat (Picek, 1991):

$$\mathcal{M}^{(a1)} = -\frac{e^2Q_u^2}{16\pi^2}\,\frac{g^2}{2M_W^2}\, V_{qs}V_{qd}^*\, \epsilon_\mu^*(k_1)\epsilon_\nu^*(k_2)\, \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}(k_1-k_2)_\alpha\, \times$$
$$\times\, (\bar{d}\gamma_\beta Ls)\,\frac{1-x_q^2+2x_q\ln x_q}{(x_q-1)^3}\,. \tag{1.15}$$

Treba odmah primijetiti sličnost ovog rezultata s onim iz prošlog odjeljka (jednadžba (1.11)). To je posljedica Wardovih identiteta o čemu će biti više riječi u odjeljku 1.4. Radi potpunosti, navedimo i rezultate za amplitude ostalih dijagrama sa slike 1.5. Izrazimo li ukupnu jednočestično ireducibilnu amplitudu za $s \to d\gamma\gamma(-)$ gdje minus označava da su fotoni u $CP=-1$ stanju na sljedeći način:

$$M(s\to d\gamma\gamma(-))^{1PI} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}\,\frac{\alpha_{em}}{\pi}\,(\sum_{q=u,c,t} V_{qs}V_{qd}^*\, A_q)\, \times$$
$$\times\, \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\, \epsilon_\mu^*(k_1)\epsilon_\nu^*(k_2)(k_1-k_2)_\alpha(\bar{d}\gamma_\beta Ls)\,, \tag{1.16}$$

gdje je G_F Fermijeva konstanta, a α_{em} konstanta fine strukture, imamo (Picek, 1991)

$$A_q^{a1} = -\frac{4}{9(1-x_q)^3}(1-x_q^2+2x_q\ln x_q)\,, \tag{1.17}$$

$$A_q^{a2} = \frac{Q_U^2\, x_q}{2(1-x_q)^2}(1 + x_q + 2x_q \frac{\ln x_q}{1-x_q}) \; , \tag{1.18}$$

$$A_q^{b1} = -\frac{3Q_U}{2(1-x_q)^2}(1 - 3x_q - x_q^2 \frac{2x_q \ln x_q}{1-x_q}) \; , \tag{1.19}$$

$$A_q^{b2} = \frac{Q_U}{2(1-x_q)^2}(8x_q + 2(1+x_q) \frac{2x_q \ln x_q}{1-x_q}) \; , \tag{1.20}$$

$$A_q^{b3} = -\frac{Q_U}{2(1-x_q)^2}(x_q + x_q^2 + x_q \frac{2x_q \ln x_q}{1-x_q}) \; , \tag{1.21}$$

$$A_q^{c1+c2} = \frac{5}{2(1-x_q)^2}(1 - 3x_q - 2x_q^2 \frac{\ln x_q}{1-x_q}) \; . \tag{1.22}$$

1.4 Wardovi identiteti

Računi dijagrama s petljama, kakvi su opisani u prošlom odjeljku, često su prilično složeni i potrebne su detaljne provjere dobivenih rezultata. Jedno od najmoćnijih sredstava koja se u tu svrhu upotrebljavaju su Wardovi identiteti — relacije između Greenovih funkcija koje su posljedica baždarne invarijantnosti teorije. Pokazat ćemo sada na koji način ovi identiteti povezuju $s \to d\gamma\gamma$ i $s \to d\gamma$ vrhove.

Definirajmo funkciju $M^{\mu\nu}(p_s; k_1, k_2)$ za $s \to d\gamma\gamma$ vrh na sljedeći način:

$$\int d^4z\, d^4y\, d^4z\, d^4w\, e^{ip_s\cdot z} e^{-ip_d\cdot w} e^{-ik_1\cdot x} d^{-ik_2\cdot y} \left\langle 0 \middle| T[J_1^\mu(x) J_2^\nu(y) s(z) \bar{d}(w)] \middle| 0 \right\rangle =$$
$$= -iq_D^2\, S'(p_s) M^{\mu\nu}(p_s; k_1, k_2) S'(p_d) \delta^{(4)}(p_s - k_1 - k_2 - p_d) \; , \tag{1.23}$$

gdje su $J_1^\mu(x)$ i $J_2^\nu(y)$ elektromagnetske struje, $s(z)$ i $\bar{d}(w)$ kvarkovska polja, T je operator vremenskog uređenja, q_D je naboj donjih kvarkova, a $S'(p)$ je potpuni fermionski propagator

$$S'(p) = \frac{1}{\not{p} - m - \Sigma^*(\not{p}) + i\epsilon} \; , \tag{1.24}$$

gdje je $\Sigma^*(\not{p})$ jednočestično ireducibilni propagator. Impulsi u (1.23) su isti kao na slici 1.6.

Isto tako, odgovarajuća funkcija $M^\mu(p_s; k_1)$ za vrh $s \to d\gamma$ je definirana preko

$$\int d^4z\, d^4z\, d^4w\, e^{ip_s\cdot z} e^{-ip_d\cdot w} e^{-ik_1\cdot x} \left\langle 0 \middle| T[J_1^\mu(x) s(z) \bar{d}(w)] \middle| 0 \right\rangle =$$
$$= -q_D\, S'(p_s) M^{\mu\nu}(p_s; k_1) S'(p_d) \delta^{(4)}(p_s - k_1 - p_d) \; , \tag{1.25}$$

gdje su impulsi kao na slici 1.4.

Sada, koristeći očuvanje elektromagnetske struje

$$\partial_\nu^y J_2^\nu(y) = 0 \ , \tag{1.26}$$

i identitet

$$\partial_\nu^y \theta(y^0 - x^0) = \delta(y^0 - x^0) \ , \tag{1.27}$$

možemo, nakon nešto računa, pokazati da vrijedi

$$\begin{aligned}\partial_\nu^y T[J_1^\mu(x) J_2^\nu(y) s(z) \bar{d}(w)] = {} & \delta(y^0 - x^0) T\left\{[J_2^0(y), J_1^\mu(x)]\, s(z)\, \bar{d}(w)\right\} + \\ & + \delta(y^0 - z^0) T\left\{[J_2^0(y), s(z)]\, J_1^\mu(x)\, \bar{d}(w)\right\} + \\ & + \delta(y^0 - w^0) T\left\{[J_2^0(y), \bar{d}(w)]\, J_1^\mu(x)\, s(z)\right\} \ .\end{aligned} \tag{1.28}$$

Uvrstimo li u ovo komutatore

$$[J_2^0(\mathbf{y}, t), J_1^\mu(\mathbf{x}, t)] = 0 \ , \tag{1.29}$$

$$[J_2^0(\mathbf{y}, t), s(\mathbf{z}, t)] = -q_D\, s(\mathbf{z}, t) \delta^{(3)}(\mathbf{y} - \mathbf{z}) \ , \tag{1.30}$$

$$[J_2^0(\mathbf{y}, t), \bar{d}(\mathbf{w}, t)] = q_D\, \bar{d}(\mathbf{w}, t) \delta^{(3)}(\mathbf{y} - \mathbf{w}) \ , \tag{1.31}$$

zatim to transformiramo u impulsni prostor i upotrijebimo definicione jednadžbe (1.23) i (1.25), dobijemo

$$k_{2\nu} M^{\mu\nu}(p_s; k_1, k_2) = M^\mu(p_s - k_2; k_1) - M^\mu(p_s; k_1) \ . \tag{1.32}$$

Ovo je Wardov identitet koji povezuje vrhove $s \to d\gamma\gamma$ i $s \to d\gamma$.

Uvjerimo se sada, primjera radi, da dijagrami izračunati u prošlim odjeljcima zadovoljavaju ovaj identitet. Za slučaj dijagrama sa slike 1.4 (vidi i jednadžbu (1.2)), funkcija $M_{(c)}^\mu(p_s; k_1)$ je

$$M_{(c)}^\mu(p_s; k_1) = \int \frac{d^4 r}{(2\pi)^4}\, \gamma^\alpha L S(p_s - r) \gamma_\mu S(p_d - r) \gamma_\alpha L\, \frac{1}{r^2 - M_W^2} \ . \tag{1.33}$$

Isto tako, funkcija $\hat{M}_{(1a)}^{\mu\nu}(p_s; k_1, k_2)$, koja odgovara dijagramu sa slike 1.6 (vidi i jednadžbu (1.14)), ima oblik

$$\begin{aligned}\hat{M}_{(1a)}^{\mu\nu}(p_s; k_1, k_2) = {} & \int \frac{d^4 r}{(2\pi)^4}\, \gamma^\alpha L S(r - k_2) \gamma_\nu S(r) \gamma_\mu S(r + k_1) \gamma_\alpha L \times \\ & \times \frac{1}{(r + k_1 - p_s)^2 - M_W^2} \ .\end{aligned} \tag{1.34}$$

Djelujemo li sada na jednadžbu (1.34) s $k_{2\nu}$ te iskoristimo identitet

$$\begin{aligned} S(r-k_2)\not{k}_2 S(r) &= S(r-k_2)[(\not{r}-m)-(\not{r}-\not{k}_2-m)]S(r) = \\ &= S(r-k_2)[S^{-1}(r)-S^{-1}(r-k_2)]S(r) = \\ &= S(r-k_2)-S(r)\ , \end{aligned} \tag{1.35}$$

dobijemo

$$k_{2\nu}\hat{M}^{\mu\nu}_{(1a)}(p_s;k_1,k_2) = M^\mu(p_s;k_1+k_2) - M^\mu(p_s;k_1)\ . \tag{1.36}$$

Međutim, Wardov identitet vrijedi tek kad dijagramu $1a$ pribrojimo i odgovarajući dijagram sa zamijenjenim fotonskim linijama. Takav dijagram daje funkciju

$$\begin{aligned} \hat{M}^{\mu\nu}_{(1a)_{cross}}(p_s;k_1,k_2) = \int \frac{d^4r}{(2\pi)^4}\,\gamma^\alpha L S(r-k_1)\gamma_\mu S(r)\gamma_\nu S(r+k_2)\gamma_\alpha L \times \\ \times \frac{1}{(r+k_2-p_s)^2-M_W^2}\ . \end{aligned} \tag{1.37}$$

i odgovarajući identitet

$$k_{2\nu}\hat{M}^{\mu\nu}_{(1a)_{cross}}(p_s;k_1,k_2) = M^\mu(p_s-k_2;k_1) - M^\mu(p_s;k_1+k_2)\ . \tag{1.38}$$

Definiramo li sada

$$M^{\mu\nu}_{(1a)} = \hat{M}^{\mu\nu}_{(1a)} + \hat{M}^{\mu\nu}_{(1a)_{cross}}\ , \tag{1.39}$$

te zbrojimo jednadžbe (1.36) i (1.38) dobijemo

$$k_{2\nu}M^{\mu\nu}_{(1a)}(p_s;k_1,k_2) = M^\mu(p_s-k_2;k_1) - M^\mu(p_s;k_1)\ . \tag{1.40}$$

Vidimo da je Wardov identitet (1.32) zadovoljen i na nivou pojedinačnih dijagrama.

Ovaj rezultat možemo sada upotrijebiti da provjerimo rezultate iz prošlog odjeljka tj. jednadžbe (1.11) i (1.15). Iz jednadžbe (1.11) iščitamo odgovarajuću funkciju

$$M^\mu(p_s;k_1) = \frac{1}{16\pi^2 M_W^2}V_{qs}V^*_{qd}\epsilon^{\rho\mu\sigma\beta}p_s^\rho p_d^\sigma(\bar{d}\gamma_\beta Ls)\frac{1-x_q^2+2x_q\ln x_q}{(x_q-1)^3}\ , \tag{1.41}$$

gdje je

$$p_d = p_s - k_1\ . \tag{1.42}$$

S druge strane, iz jednadžbe (1.15), imamo

$$M^{\mu\nu}_{(1a)}(p_s;k_1,k_2) = \frac{1}{16\pi^2 M_W^2}V_{qs}V^*_{qd}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}(k_1-k_2)_\alpha(\bar{d}\gamma_\beta Ls)\frac{1-x_q^2+2x_q\ln x_q}{(x_q-1)^3}\ . \tag{1.43}$$

Lako se uvjerimo da ova dva rezultata zadovoljavaju Wardov identitet (1.32).

Na isti način možemo provjeravati rezultate računa ostalih dijagrama sa slika 1.5 i 1.2. Alternativno, možemo izbjeći račun nekih dijagrama. Konkretno, ukoliko smo izračunali sve $s \to d\gamma$ dijagrame onda one $s \to d\gamma\gamma$ dijagrame koji su s njima povezani Wardovim identitetima dobijemo izravno iz jednadžbe (1.32).

1.5 QCD korekcije

Krajnji rezultat računa iz prošla dva odjeljka jest učinkovna Lagrangeova funkcija za radijacijske prijelaze s kvarka u d kvark. Ukoliko su ovi kvarkovi na ljusci mase onda ova funkcija sadrži samo poznati operator magnetskog momenta iz jednadžbe (1.1) i ima oblik

$$\mathcal{L}_\sigma = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{e^2}{4\pi^2} V_{us} V_{ud}^* \hat{B}_u \, \bar{d} \, (m_s \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} R + m_d \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} L) \, s \ , \tag{1.44}$$

gdje je G_F Fermijeva konstanta, a

$$\hat{B}_u = \frac{F_2}{2} \ . \tag{1.45}$$

(F_2 je konstanta dana u jednadžbi (1.13).) Međutim, ukoliko kvarkovi nisu na ljusci mase, a u vezanim mezonskim stanjima oni to i nisu, onda će, osim operatora magnetskog momenta, učinkovnoj Lagrangeovoj funkciji doprinositi i neki operatori koji iščezavaju primjenom kvarkovskih jednadžbi gibanja. Tako će potpuna Lagrangeova funkcija imati oblik (Eeg i Picek, 1993)

$$\mathcal{L}(s \to d)_\gamma \ = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{e^2}{4\pi^2} V_{us} V_{ud}^* \hat{B}_u \epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} F_{\mu\nu} \, (\bar{d} \ i \ \overleftrightarrow{D}_\lambda \ \gamma_\rho L \, s) \ . \tag{1.46}$$

U sljedećem poglavlju ćemo se pažljivije pozabaviti učincima ovih operatora, a pitanje koje će nas zanimati u ovom odjeljku jest na koji način učinci kvantne kromodinamike na velikim energijama mijenjaju gornje Lagrangeove funkcije. Naime, premda se procesi izazvani slabim međudjelovanjem dešavaju na energijskim skalama $\sim M_W$, gdje je jaka sila relativno slaba, gluonske izmjene ipak mogu modificirati elektroslabe procese. Srećom, na tim energijskim skalama je kvantna kromodinamika perturbativna teorija i korekcije zbog izmjene gluona se mogu sustavno izračunavati i uzimati u obzir.

Na koji se način ovo izvodi objasnit ćemo na primjeru operatora magnetskog momenta koji se javlja u $\mathcal{L}_\sigma$ iz jed. (1.44) i u literaturi se standardno označava i definira kao

$$O_7 = \frac{e}{16\pi^2} m_s \bar{d} \, \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} R \, s \tag{1.47}$$

Osim operatora O_7 u izgradnji učinkovne Lagrangeove funkcije za slabe procese sudjeluje još sedam operatora tako da ona izgleda:

$$\mathcal{L}_{\text{weak}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{us} V_{ud}^* \sum_{j=1}^{8} C_j(\mu) O_j(\mu) , \tag{1.48}$$

gdje je μ energijska skala na kojoj ćemo određivati matrične elemente operatora. Kako krajnja fizikalna amplituda ne smije ovisiti o toj proizvoljnoj energijskoj skali, to će razlike u matričnim elementima ovih operatora na različitim skalama μ morati biti kompenzirane odgovarajućim razlikama u koeficijentima $C_j(\mu)$. Ove promjene koeficijenata $C_j(\mu)$ su opisane tzv. *jednadžbama renormalizacione grupe* koje u ovom našem konkretnom slučaju izgledaju ovako:

$$\mu \frac{d}{d\mu} C_j(\mu) - \sum_{i=1}^{8} \gamma_{ij} C_i(\mu) = 0 \tag{1.49}$$

Matrica γ je tzv. *matrica anomalnih dimenzija.* Kako je ona općenito nedijagonalna vidimo da se pri promjeni skale μ operatori općenito miješaju tj. da promjena jednog od koeficijenata C_j može ovisiti o promjenama ostalih sedam.

Srećom, naš operator O_7 se u najvećoj mjeri miješa samo s još dva operatora što bitno olakšava račun. Ta dva operatora su

$$O_1 = (\bar{u}_\beta \gamma^\mu L s_\alpha)(\bar{d}_\alpha \gamma_\mu L u_\beta) \quad \text{i} \tag{1.50}$$

$$O_2 = (\bar{u}_\alpha \gamma^\mu L s_\beta)(\bar{d}_\alpha \gamma_\mu L u_\beta) . \tag{1.51}$$

Na skali $\mu \sim M_W$, odgovarajući koeficijenti ovih operatora su

$$C_1(M_W) = 0 \tag{1.52}$$

$$C_2(M_W) = 1 \tag{1.53}$$

$$C_7(M_W) = -\frac{1}{2} F_2 . \tag{1.54}$$

Na nižim skalama $\mu < M_W$, vrijednost ovih koeficijenata je određena jednadžbom (1.49). Najteži dio posla je određivanje elemenata matrice γ. U našem slučaju ovaj dio posla obavili su Grinstein et al. (1990) i matrica, u skraćenoj bazi od samo tri gore navedena operatora, ima oblik

$$\gamma = \frac{g^2}{8\pi^2} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 232/81 \\ 0 & 0 & 16/3 \end{pmatrix} . \tag{1.55}$$

I u ovakvoj skraćenoj bazi je teško moguće riješiti vezane diferencijalne jednadžbe (1.49) pa je prije toga potrebno dijagonalizirati matricu γ. Definirajmo prvo normaliziranu matricu $\tilde{\gamma}$:

$$\gamma = \frac{g^2}{8\pi^2}\tilde{\gamma} \; . \tag{1.56}$$

Sada pređimo pomoću transformacijske matrice

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \; . \tag{1.57}$$

u, u litaraturi čestu, bazu operatora

$$O_+ = \frac{1}{2}(O_1 + O_2) \tag{1.58}$$

$$O_- = \frac{1}{2}(O_1 - O_2) \tag{1.59}$$

$$O_7 = O_7 \; , \tag{1.60}$$

u kojoj koeficijenti C_j iznose

$$C_+(M_W) = 1 \tag{1.61}$$

$$C_-(M_W) = -1 \tag{1.62}$$

$$C_7(M_W) = -\frac{1}{2}F_2 \; , \tag{1.63}$$

a (normalizirana) matrica anomalnih dimenzija ima oblik

$$\tilde{\gamma}' = V\tilde{\gamma}V^{-1} = \begin{pmatrix} -\hat{a}_+ & 0 & x \\ 0 & -\hat{a}_- & -x \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix} \; , \tag{1.64}$$

gdje smo uveli oznake:

$$\hat{a}_+ = -2 \tag{1.65}$$

$$\hat{a}_- = 4 \tag{1.66}$$

$$x = 232/81 \tag{1.67}$$

$$y = 16/3 \; . \tag{1.68}$$

Ovu matricu sada dijagonaliziramo pomoću transformacijske matrice

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{-x}{\hat{a}_+ + y} \\ 0 & 1 & \frac{x}{\hat{a}_- + y} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \; , \tag{1.69}$$

tako da ona prijeđe u

$$\tilde{\gamma}_D = U\tilde{\gamma}'U^{-1} = \begin{pmatrix} -\hat{a}_+ & 0 & 0 \\ 0 & -\hat{a}_- & 0 \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix} . \tag{1.70}$$

U ovoj dijagonalnoj bazi, koeficijenti operatora su dani vektorskom jednakošću

$$C_D = U^T C , \tag{1.71}$$

i jednadžba renormalizacione grupe (1.49) se razvezuje na tri diferencijalne jednadžbe (ukidamo privremeno konvenciju sumacije po ponovljenim indeksima):

$$\mu \frac{d}{d\mu} C_{D_i}(\mu) - \gamma_{D_{ii}} C_{D_i}(\mu) = 0 . \tag{1.72}$$

Rješenje ovih diferencijalnih jednadžbi je

$$C_{D_i}(\mu) = \eta^{-\frac{\tilde{\gamma}_{D_{ii}}}{\hat{b}}} C_{D_i}(M_W) , \tag{1.73}$$

gdje je

$$\eta(\mu) = \frac{\alpha_S(\mu)}{\alpha_S(M_W)} \tag{1.74}$$

i

$$\hat{b} = 11 - \frac{2}{3} N_F . \tag{1.75}$$

Ovdje je N_F broj aktivnih okusa, a $\alpha_S(\mu)$ je "konstanta fine strukture" za jake sile. Ovo rješenje možemo zapisati i u matričnom obliku:

$$C_D(\mu) = E^T C_D(M_W) , \tag{1.76}$$

gdje je matrica E

$$E = \begin{pmatrix} \eta^{\frac{\hat{a}_+}{\hat{b}}} & 0 & 0 \\ 0 & \eta^{\frac{\hat{a}_-}{\hat{b}}} & 0 \\ 0 & 0 & \eta^{-\frac{y}{\hat{b}}} \end{pmatrix} . \tag{1.77}$$

Sada se pomoću transformacijske matrice U vratimo nazad u bazu $\{O_+, O_-, O_7\}$:

$$C(\mu) = (UEU^{-1})^T C(M_W) , \tag{1.78}$$

ili, eksplicitno,

$$\begin{pmatrix} C_+(\mu) \\ C_-(\mu) \\ C_7(\mu) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta^{\frac{\hat{a}_+}{\hat{b}}} & 0 & 0 \\ 0 & \eta^{\frac{\hat{a}_-}{\hat{b}}} & 0 \\ \frac{x}{\hat{a}_+ + y}\left(\eta^{\frac{\hat{a}_+}{\hat{b}}} - \eta^{-\frac{y}{\hat{b}}}\right) & \frac{x}{\hat{a}_- + y}\left(\eta^{-\frac{y}{\hat{b}}} - \eta^{\frac{\hat{a}_-}{\hat{b}}}\right) & \eta^{-\frac{y}{\hat{b}}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -\frac{F_2}{2} \end{pmatrix} . \tag{1.79}$$

Konkretno, na skali $\mu < M_W$, koeficijent operatora magnetskog momenta O_7 bit će

$$C_7(\mu) = \eta^{-\frac{y}{\hat{b}}} \left[-\frac{1}{2}F_2 + \frac{x}{\hat{a}_- + y}\left(\eta^{\frac{\hat{a}_- + y}{\hat{b}}} - 1\right) + \frac{x}{\hat{a}_+ + y}\left(\eta^{\frac{\hat{a}_+ + y}{\hat{b}}} - 1\right)\right] , \tag{1.80}$$

odnosno, uvrstimo li vrijednosti konstanti (1.65)–(1.68),

$$C_7(\mu) = -\frac{1}{2}\eta^{-16/23}\left[F_2 + \frac{116}{135}\left(\eta^{10/23} - 1\right) + \frac{58}{189}\left(\eta^{28/23} - 1\right)\right] . \tag{1.81}$$

Kako smo već rekli, a o čemu će biti više riječi u poglavlju 2, osim ovog operatora magnetskog momenta, učinkovnu Lagrangeovu funkciju (1.46) sačinjava i operator, označimo ga O_F, iz Lagrangeove funkcije $\mathcal{L}_F$ iz (2.11). Premda je koeficijent ovog operatora na skali $\mu = M_W$ jednak koeficijentu operatora magnetskog momenta:

$$C_F(M_W) = C_7(M_W) = -\frac{1}{2}F_2 , \tag{1.82}$$

zbog različitih anomalnih dimenzija ovih dvaju operatora, koeficijenti $C_F(\mu)$ i $C_7(\mu)$ se razlikuju na skalama $\mu < M_W$. To znači da postupak opisan u ovom odjeljku treba ponoviti i za C_F. No, kako je odgovarajuća matrica anomalnih dimenzija dana (u bazi $\{O_+, O_-, O_F\}$) s

$$\tilde{\gamma}' = \begin{pmatrix} -\hat{a}_+ & 0 & x \\ 0 & -\hat{a}_- & -x \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} , \tag{1.83}$$

to ponašanje koeficijenta C_F možemo dobiti iz onoga za koeficijent C_7 jednostavnom zamjenom $y \to 0$. To daje

$$C_F(\mu) = \left[-\frac{1}{2}F_2 + \frac{x}{\hat{a}_-}\left(\eta^{\frac{\hat{a}_-}{\hat{b}}} - 1\right) + \frac{x}{\hat{a}_+}\left(\eta^{\frac{\hat{a}_+}{\hat{b}}} - 1\right)\right] , \tag{1.84}$$

odnosno,

$$C_F(\mu) = -\frac{1}{2}\left[F_2 - \frac{116}{81}\left(\eta^{-6/23} - 1\right) + \frac{58}{81}\left(\eta^{12/23} - 1\right)\right] . \tag{1.85}$$

Ove jednadžbe ćemo upotrijebiti u sljedećem poglavlju za proračun procesa $K_L \to \gamma\gamma$ i procjenu doprinosa operatora O_F amplitudi tog procesa.

Poglavlje 2

Doprinosi kvarkova izvan masene ljuske procesu $K_L \to \gamma\gamma$

2.1 Uvod

Prilikom određivanja amplituda raznih procesa u teoriji elektroslabih i jakih međudjelovanja jedan od najsloženijih dijelova jest račun matričnih elemenata prijelaznih operatora između hadronskih stanja. Jedna od često korištenih aproksimacija je ona u kojoj se pretpostavlja da su kvarkovi koji tvore hadronska stanja na tzv. *ljusci mase* tj. da zadovoljavaju slobodnu jednadžbu gibanja

$$(i\not{D} - m_q) = 0 \ , \tag{2.1}$$

gdje je D^μ kovarijantna derivacija koja sadrži gluonska polja, a m_q je masa odgovarajućeg kvarka. U takvom se onda pristupu iz učinkovne Lagrangeove funkcije izostavljaju oni operatori koji sadrže $(i\not{D} - m_q)$ što može znatno olakšati račun. Činjenica je, međutim, da kvarkovi u hadronima, a posebno u lakim π, K i η mezonima, nisu sasvim na ljusci mase. Dakle, pažljiviji pristup problematici hadronskih matričnih elemenata u ovakvim teorijama zahtijeva i razmatranje doprinosa kvarkova izvan masene ljuske. To je bila tema rada (Kekez et al., 1995), a bit će i tema ovog poglavlja.

Nedavno je ovaj problem razmatran u radovima (Eeg i Picek, 1993, 1994a) gdje su se autori usredotočili na radijacijske raspade K^0 mezona. Tako je u radu (Eeg i Picek, 1993) identificiran doprinos kvarkova izvan masene ljuske dijelu amplitude procesa $K_L \to \gamma\gamma$ koji narušava CP simetriju, a u radu (Eeg i Picek, 1994a) doprinos "anomalnom" dijelu dijela ove amplitude koji čuva CP simetriju. U ovim radovima kvarkovi su bili tretirani unutar tzv. *kiralnog kvarkovskog modela* koji putem mezon-kvark međudjelovanja modelira kvantnu kromodinamiku (QCD) na niskim energijama. Općenito, u ovom je trenutku moguće napustiti perturbativnu, partonsku kvarkovsku sliku i razmatrati kvarkove izvan ljuske mase samo unutar nekog modela kvantne kromodinamike. Zbog toga je bilo poželjno proučiti spomenute učinke i u okviru nekog drugog modela koji bi uključivao neperturbativni QCD.

Model kojim ćemo se ovdje koristiti, razlikuje se od kiralnog kvarkovskog modela u tome da u njemu mezoni nisu tretirani kao elementarna kvantna polja, već kao vezana stanja kvarka i antikvarka. Takav model predstavlja prirodni okoliš za razmatranje učinaka kvarkova izvan masene ljuske budući da su kvarkovi u vezanim stanjima (a posebno u tako snažno vezanim, krajnje relativističkim stanjima kao što su lagani pseudoskalarni mezoni), po definiciji izvan svoje masene ljuske. Druga je prednost korištenja ovakvog modela ta da vezana stanja nisu točkaste prirode već su prostorno protegnuta što će osigurati da integrali po petljama u našim računima neće divergirati. Poznato je, naime, kako *ad hoc* regularizacijske procedure često dovode do nekonzistentnih rezultata. U našem pristupu nikakve *ad hoc* regularizacijske procedure niti odsijecanja (*cut-offs*) neće biti nužni jer će specifična ovisnost nelokalnog mezonskog vrha o impulsu priskrbiti prirodnu regularizaciju.

Račun matričnih elemenata relevantnih kvarkovskih operatora bit će obavljen na isti način kao i u prijašnjem računu pionske i kaonske konstante raspada i amplitude procesa $\pi^0 \to \gamma\gamma$ u kvarkovskom bilokalnom modelu vezanog stanja (Horvat et al., 1991). Korištenje $\pi^0 \to \gamma\gamma$ kao "kontrolnog" procesa omogućit će nam identificiranje anomalnog dijela amplitude procesa $K_L \to \gamma\gamma$ na isti način na koji je paralelno promatranje ovih dvaju procesa omogućilo takvu identifikaciju anomalnog doprinosa u (Eeg i Picek, 1993).

Kao i u (Eeg i Picek, 1993), parametrizirajmo sada $K_L \to \gamma\gamma$ i $\pi^0 \to \gamma\gamma$ procese pomoću učinkovnog međudjelovanja reda $\mathcal{O}(\alpha = e^2/4\pi)$:

$$\mathcal{L}_P = \alpha C_P \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\mu\nu} F^{\rho\sigma} \phi_P \,, \tag{2.2}$$

gdje je $P = K_L \simeq K_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 + \bar{K}^0)$, odnosno $P = \pi^0$, mezon koji razmatramo. Uz takvu učinkovnu Lagrangeovu funkciju amplituda procesa $P \to \gamma\gamma$ bit će

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{P\gamma\gamma} &= \Big\langle \gamma(k,\sigma)\gamma(k',\sigma') \Big| i\mathcal{L}_P \Big| P(P) \Big\rangle \\ &= i \frac{8\alpha(2\pi)^4 \delta^{(4)}(P+k+k')}{\sqrt{(2\pi)^3 2P^0}\sqrt{(2\pi)^3 2k^0}\sqrt{(2\pi)^3 2k'^0}} \, \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon^*_\mu(k,\sigma)\epsilon^*_\nu(k',\sigma') k_\rho k'_\sigma \, C_P \,,\end{aligned} \tag{2.3}$$

a širina raspada mezona P na dva fotona bit će

$$\Gamma_P = \frac{\alpha^2 M_P^3}{\pi} |C_P|^2 \,. \tag{2.4}$$

Izmjerene širine ovih procesa su (Particle Data Group, 1992):

$$\Gamma(\pi^0 \to \gamma\gamma) = (7.8 \pm 0.6) \ \text{eV} \ , \tag{2.5}$$
$$\Gamma(K_2 \to \gamma\gamma) = (7.3 \pm 0.3) \cdot 10^{-12} \ \text{eV} \ , \tag{2.6}$$

što onda povlači

$$|C_{K_2}| = 5.9 \cdot 10^{-11} \ \text{MeV}^{-1} \ ; \tag{2.7}$$
$$|C_{\pi^0}| = 4.1 \cdot 10^{-4} \ \text{MeV}^{-1} \ . \tag{2.8}$$

Niskoenergijski QCD račun u (Eeg i Picek, 1993) opisao je potpunu C_{π^0} amplitudu (koja je posljedica aksijalne anomalije). U istom radu, autori su uspjeli izolirati anomalni dio amplitude procesa $K_L \to \gamma\gamma$ i pokazati da on sačinjava otprilike četvrtinu empirijskog C_{K_2} (2.7). Taj dio amplitude, osim što sliči čuvenoj anomalnoj $\pi^0 \to \gamma\gamma$ amplitudi, predstavlja u osnovi *izravan* doprinos amplitudi; za razliku od mogućeg *reducibilnog* doprinosa mezonskih polova koji je izvan okvira i (Eeg i Picek, 1993, 1994a) i (Kekez et al., 1995), a i ovog rada. Pored toga, taj anomalni dio amplitude $K_L \to \gamma\gamma$ predstavljao je, s točke gledišta računanja matričnih elemenata učinkovnih kvarkovskih operatora, doprinos kvarkova izvan masene ljuske — učinak kojim se bavimo u ovom poglavlju.

Pogledajmo sada na koji se način učinci kvarkova izvan masene ljuske pojavljuju u procesu $K_L \to \gamma\gamma$. Bitno je proučiti što se dešava prilikom prelaska s elektroslabe ($\sim M_W$) energijske skale na skalu neperturbativnog QCD-a ($\leq$ 1 GeV). Na elektroslaboj energijskoj skali kvarkovski prijelaz s promjenom okusa $s \to d$ uz emisiju fotona opisan je, nakon što izintegriramo teške čestice, učinkovnom Lagrangeovom funkcijom (1.46)

$$\mathcal{L}(s \to d)_\gamma \ = \ B\, \epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} F_{\mu\nu}\, (\bar{d}\; i\; \overleftrightarrow{D}_\lambda\; \gamma_\rho L\, s) \ , \tag{2.9}$$

što je detaljno diskutirano u prošlom poglavlju. Kao što je objašnjeno u (Eeg i Picek, 1993), radeći sa slobodnim kvarkovima na ovakvim visokim energijama rezultira kraćenjem jednočestično ireducibilnih (1PI) i jednočestično reducibilnih (1PR) dijagrama za $s \to d\gamma\gamma$, induciranih $V_{1\gamma}$ i $V_{2\gamma}$ vrhovima sadržanim u 2.9 i ekspliciranima u jednadžbama (2.72) i (2.73). Međutim, na energijskim skalama ispod 1 GeV, ovi vrhovi djeluju na kvarkove u vezanim stanjima koji se nalaze izvan svoje masene ljuske i do kraćenja 1PI i 1PR dijagrama ne mora doći. Kako bismo mogli promatrati ovakve učinke kvarkova izvan masene ljuske, zgodno je rastaviti Lagrangeovu funkciju (2.9) na sljedeći način:

$$\mathcal{L}(s \to d)_\gamma = \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_\sigma \ , \tag{2.10}$$

gdje

$$\mathcal{L}_F = B^F \bar{d}[(i\gamma \cdot D - m_d)\,\sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} L + \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} R(i\gamma \cdot D - m_s)]s \qquad (2.11)$$

predstavlja dio koji iščezava na ljusci mase tj. ako primijenimo QCD jednadžbe gibanja, a

$$\mathcal{L}_\sigma = B^\sigma\, \bar{d}\,(m_s \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} R + m_d \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} L)\, s \qquad (2.12)$$

je izvandijagonalni magnetski moment koji iščezava u kiralnoj granici ($m_d, m_s \to 0$).

Veličina B u ovim Lagrangeovim funkcijama je

$$B = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{e}{4\pi^2} \lambda_u \hat{B}_u \qquad , \qquad (2.13)$$

i sadrži Kobayashi-Maskawa faktor

$$\lambda_u = V_{us} V_{ud}^* \simeq 0.215 \qquad (2.14)$$

dok $\hat{B}_u$ uključuje učinke perturbativnog QCD-a tj. učinke QCD-a na malim udaljenostima. Prema oznakama iz prošlog poglavlja, imamo korespondenciju:

$$\hat{B}_u^\sigma(\mu) \equiv -C_7 \qquad (2.15)$$

$$\hat{B}_u^F(\mu) \equiv -C_F \qquad (2.16)$$

Točna vrijednost ovog faktora $\hat{B}_u$ ovisi o renormalizacijskoj skali μ tako da imamo

$$\hat{B}_u^F = \begin{cases} 0.16 & \text{za} \quad \mu = 0.7\,\text{GeV} \\ 0.46 & \text{za} \quad \mu = 0.3\,\text{GeV} \end{cases} , \qquad (2.17)$$

$$\hat{B}_u^\sigma = \begin{cases} 0.14 & \text{za} \quad \mu = 0.7\,\text{GeV} \\ 0.32 & \text{za} \quad \mu = 0.3\,\text{GeV} \end{cases} , \qquad (2.18)$$

što lako izračunamo koristeći formule (1.81) i (1.85) iz prošlog poglavlja. To što je na niskim energijskim skalama ovisnost ovih operatora o impulsu različita posljedica je njihove različite anomalne dimenzije.

Da bismo procijenili udio kiralne anomalije (za koji znamo da dominira procesom $\pi^0 \to \gamma\gamma$) u razmatranim amplitudama dovoljno je izvesti račun u kiralnoj granici. Međutim, raspad kaona zahtijeva razmatranje i izvan kiralne granice. Zato ćemo kasnije izložiti rezultate prvo u $SU(3)_F$ granici ($m_q = m_{u,d} = m_s$), koji je zgodan za promatranje anomalnog doprinosa u kiralnoj granici, a zatim i izvan kiralne granice i za nedegenerirane mase kvarkova, što će nam omogućiti nalaženje neanomalnog dijela izravne $K_L \to \gamma\gamma$ amplitude.

2.2 Od kvarkova do mezona

Sada ćemo ukratko dati osnove efektivne mezonske bilokalne teorije, kojom smo se služili u modeliranju raspada $K_L \to \gamma\gamma$. Krećemo od funkcionala izvodnika za kvantnu elektrodinamiku

$$Z[j,\eta,\bar{\eta}] = N\int [\mathcal{D}A^\mu][\mathcal{D}q][\mathcal{D}\bar{q}]\delta[\partial_\mu A^\mu]\exp\left\{ i\int d^4x \left[\bar{q}(i\not{\partial} - \hat{m}_0)q - \right.\right.$$
$$\left.\left. -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{\alpha}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2 + g\bar{q}\not{A}q + j_\mu A^\mu + \bar{q}\eta + \bar{\eta}q\right]\right\}, \quad (2.19)$$

gdje je $\hat{m}_0$ "strujna" masa kvarka. Koristeći poznatu formulu,

$$\int [\mathcal{D}\xi] e^{\frac{1}{2}\xi K\xi + L\xi} = (\det K)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{i}{2}LK^{-1}L}\ , \quad (2.20)$$

možemo odintegrirati elektromagnetsko polje A^μ tako da funkcional izvodnik (2.19) poprimi oblik

$$Z[j,\eta,\bar{\eta}] = N'\int [\mathcal{D}q][\mathcal{D}\bar{q}]\exp\left\{ i\left[\int d^4x\ \bar{q}(x)\left(i\not{\partial}_x - \hat{m}_0 - \right.\right.\right.$$
$$\left.\left. -g\gamma_\mu \int d^4y\ D^{\mu\nu}(x-y)j_\nu(y)\right) q(x) + \bar{q}(x)\eta(x) + \bar{\eta}(x)q(x)\right] -$$
$$-\frac{i}{2}\int d^4x d^4y\ j^\mu(x)D_{\mu\nu}(x-y)j^\nu(y) +$$
$$\left. +\frac{i}{2}\int d^4x d^4y\ \bar{q}_{\alpha_2}(y)q_{\beta_1}(x)K(x-y)_{\alpha_1\beta_1;\alpha_2\beta_2}q_{\beta_2}(y)\bar{q}_{\alpha_2}(x)\right\}, \quad (2.21)$$

gdje smo definirali propagator

$$D^{\mu\nu} = [g^{\mu\nu}\partial^2 - (1-\alpha)\partial^\mu\partial^\nu]^{-1} \quad (2.22)$$

i jezgru četverofermionskog nelokalnog međudjelovanja

$$K(x-y)_{\alpha_1\beta_1;\alpha_2\beta_2} = g^2\gamma^\mu_{\alpha_1\beta_1}D(x-y)_{\mu\nu}\gamma^\nu_{\alpha_2\beta_2}\ . \quad (2.23)$$

Za slučaj kvantne kromodinamike (sa fermion-gluon vrhom $g\gamma_\mu T^a$) djelovanje iz funkcionala izvodnika (2.19) više nije kvadratično u gluonskom polju A^a_μ, a sadrži i dodatne Faddeev-Popov članove. Međutim, ukoliko zanemarimo samomeđudjelovanje gluona i Faddeev-Popov članove, a to kompenziramo modifikacijom kernela $K_{\alpha_1\beta_1;\alpha_2\beta_2}$, tada funkcional izvodnik (2.21) vrijedi i za QED i za QCD.

Sada ponovnim korištenjem formule (2.20) uz $L = q(x)\bar{q}(y)$ i $\xi = \chi(x,y)$ uvedemo u (2.21) pomoćno bilokalno polje χ što nam omogućuje da (još jednom upotrebom formule (2.20)) odintegriramo kvarkovska polja tako da je funkcional izvodnik na kraju

$$Z[j,\eta,\bar{\eta}] = N'' \int [\mathcal{D}\chi] \exp\left\{ N_c \mathrm{Tr} \ln G^{-1}_{\chi - g\not{A}} - \right.$$
$$\left. -iN_c(\bar{\eta}, G_{\chi - g\not{A}}\,\eta) - \frac{i}{2}(j, Dj) - i\frac{N_c}{2}(\chi, K^{-1}\chi) \right\} . \tag{2.24}$$

Ovdje oznaka (,) predstavlja sumaciju po svim indeksima i integraciju po svim varijablama, a operator "Tr", osim traga, također uključuje integraciju. N_c je broj boja, $G_{\chi - g\not{A}}$ je dan sa

$$\begin{aligned} G^{-1}_{\chi - g\not{A}}(x,y) &= (i\not{\partial} - \hat{m}_0)\delta^4(x-y) - \chi(y,x) + g\not{A}_{ext}(x)\delta(x-y) \\ &= G_0(x,y) - \chi(y,x) + g\not{A}_{ext}(x)\delta^4(x-y) \ , \end{aligned} \tag{2.25}$$

a $\not{A}_{ext}$ je vanjsko elektromagnetsko polje

$$A^\mu_{ext}(x) = -\int d^4y\, D^{\mu\nu}(x-y) j_\nu(y) \tag{2.26}$$

koje ćemo od sada označavati skraćeno: $A^\mu_{ext} \to A^\mu$.

Vidimo, dakle, da je učinkovno djelovanje za ovakvu teoriju dano sa

$$S_{eff}[\chi] = -iN_c \mathrm{Tr} \ln G^{-1}_{\chi - g\not{A}} - \frac{N_c}{2}(\chi, K^{-1}\chi) \ . \tag{2.27}$$

Uzmimo, privremeno, $A = 0$ i promotrimo svojstva ovog djelovanja. Varirajući S_{eff}

$$\left. \frac{\delta S_{eff}[\chi]}{\delta \chi} \right|_{\chi = \chi_0} = 0 \ , \tag{2.28}$$

možemo odrediti klasično rješenje

$$\chi_0 = iKG_\Sigma \ , \tag{2.29}$$

gdje je G_Σ "obučeni" kvarkovski propagator

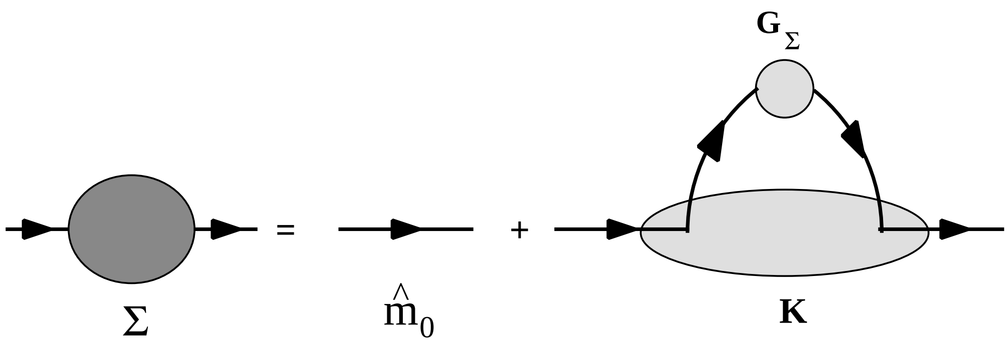
$$G_\Sigma = \frac{1}{G_0^{-1} - \chi_0} = \frac{1}{\not{p} - \hat{m}_0 - \chi_0} \ . \tag{2.30}$$

Pišući sada

$$\chi_0(x-y) = \Sigma(x-y) - \hat{m}_0\delta^4(x-y) \ , \tag{2.31}$$

vidimo da je (2.29) zapravo Schwinger-Dysonova (SD) jednadžba za operator dinamički generirane mase kvarka Σ (Slika 2.1):

$$\Sigma(x-y) = \hat{m}_0\delta^4(x-y) + iK(x-y)G_\Sigma(x-y) \ . \tag{2.32}$$



Slika 2.1: Dijagramatski prikaz Schwinger-Dysonove (SD) jednadžbe

Razvijmo sada bilokalno polje χ oko vakuumskog rješenja (2.29).

$$\chi(x,y) = \chi_0(x,y) + \mathcal{M}(x,y)\ . \tag{2.33}$$

Učinkovno djelovanje (2.27) možemo onda rastaviti kao

$$S_{eff}[\mathcal{M}] = S_{eff}[\chi_0] + S_{eff}[\mathcal{M}] \tag{2.34}$$

gdje je

$$S_{eff}[\mathcal{M}] = \frac{N_c}{2}(\mathcal{M}, K^{-1}\mathcal{M}) + iN_c\mathrm{Tr}\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n}(G_\Sigma\mathcal{M})^n \tag{2.35}$$

Variranje slobodnog "drvolikog" (do $n = 2$) dijela ovog djelovanja obzirom na fluktuaciju $\mathcal{M}$

$$\frac{\delta S_{eff}[\mathcal{M}]}{\delta\mathcal{M}} = 0\ , \tag{2.36}$$

daje Bethe-Salpeterovu (BS) jednadžbu za vezano stanje kvarka i antikvarka, spektar kojih je određen jednadžbom (2.32) i čije okuse a, b sada eksplicitno navodimo

$$\mathcal{M}_{(ab)}(x,y) = iK(x-y)\int dx'dy' G_{\Sigma(a)}(x-x')\mathcal{M}_{(ab)}(x',y')G_{\Sigma(b)}(y'-y)\ . \tag{2.37}$$

Dakle, rješavanje SD jednadžbe (2.32) omogućuje nam da odredimo mase i propagatore "obučenih", konstituentnih kvarkova, dok nam rješavanje BS jednadžbe (2.37) daje mase i valne funkcije vezanih stanja — mezona. Ovi mezoni su onda asimptotska stanja teorije, a kvarkovi se pojavljuju samo kao unutarnji propagatori što omogućuje opis međudjelovanja mezona s vanjskim elektromagnetskim i slabim strujama na kvarkovskoj razini. Takvo međudjelovanje se uključuje u učinkovno djelovanje (2.35) putem zamjene (vidi jed. (2.25) i (2.33))

$$\mathcal{M} \to (\mathcal{M} - L) \tag{2.38}$$

u članu međudjelovanja, koji je onda

$$S_{int}[\mathcal{M}, L] = iN_c \mathrm{Tr} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n} (G_\Sigma(\mathcal{M} - L)^n \ , \tag{2.39}$$

i gdje L predstavlja zbroj operatora koji opisuju međudjelovanja mezona. Na primjer, za elektromagnetsko međudjelovanje imamo

$$L_{em}(x) = g\not{A}(x) \ , \tag{2.40}$$

za slabo međudjelovanje odgovorno za leptonski raspad mezona

$$L_{lept}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left(\bar{l}(x)\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu_l(x) \right) \gamma^\mu(1-\gamma_5) \ , \tag{2.41}$$

a za slabo međudjelovanje koje mijenja kvarkovski okus uz emisiju fotona

$$L = V_{1\gamma} + V_{2\gamma} \ , \tag{2.42}$$

gdje se vrhovi $V_{1\gamma}$ i $V_{2\gamma}$ dobiju iz Lagrangeove funkcije (2.9), a eksplicitno su dani nešto kasnije, u jednadžbama (2.72) i (2.73).

2.3 Rješavanje Schwinger-Dysonove i Bethe-Salpeterove jednadžbe za harmonički potencijal

Da bismo SD i BS jednadžbe, dobivene u prošlom odjeljku, i riješili, potrebno je ograničiti se na neki konkretni kernel međudjelovanja. Kako nas u ovom radu zanimaju prvenstveno kvalitativna pitanja postojanja i važnosti učinaka kvarkova izvan masene ljuske (a ne precizan opis hadrona kao vezanih stanja), to ćemo izabrati veoma pojednostavljen kernel trenutnog kvark-kvark međudjelovanja (Kalinovsky et al., 1989)

$$K^\eta(x-y) = K^\eta(z, X) = \not{\eta} V(z_\perp)\delta(z_P)\not{\eta} \ , \tag{2.43}$$

gdje je $z = x - y$, $X = (x+y)/2$, η^μ je jedinični četverovektor vremenskog tipa (tzv. vremenska os kvantizacije) kojeg biramo tako da bude paralelan ukupnom impulsu mezona P^μ:

$$\eta^\mu \propto -i \frac{\partial}{\partial X_\mu} \ , \tag{2.44}$$

odnosno u impulsnom prostoru

$$\eta^\mu = \frac{P^\mu}{\sqrt{P^2}} \ . \tag{2.45}$$

Osim toga, svaki četverovektor x^μ rastavljamo na paralelnu $x_{\|}$ i komponente $x_\perp$ okomite ukupnom impulsu, a koje su definirane izrazima

$$\begin{aligned} x_{\|}^\mu &= \eta^\mu x_P \ , & x_P &= x \cdot \eta \ , \\ x_\perp^\mu &= x^\mu - x_{\|}^\mu \ , & x_\perp \cdot P &= 0 \ . \end{aligned} \tag{2.46}$$

Potencijal V(r) je skalarna funkcija od $r = z_\perp$. U računima ćemo koristiti

$$V(r) = \frac{4}{3} V_0 r^2 \equiv \alpha r^2 \qquad V_0 = \text{const.} \ . \tag{2.47}$$

Ovakav izbor potencijala je višestruko motiviran:

- Jednostavan oblik potencijalne funkcije omogućuje izbjegavanje divergencija koje se pojavljuju kod npr. "lijevak" ili Nambu–Jona-Lasinio potencijala pa je rješavanje SD i BS jednadžbi bitno jednostavnije.
- Unatoč svojoj jednostavnosti, harmoničko međudjelovanje zadržava važna svojstva mezonske fizike kao što je npr. dinamičko lomljenje kiralne simetrije, ustanovljeno za nerelativističku varijantu kernela (2.43) u radu (Le Yaouanc et al., 1984).

Ovo drugo svojstvo nam je posebno važno u ovom radu u kojem se želimo baviti dugodosežnim, neperturbativnim učincima kvantne kromodinamike.

Pređimo sada na rješavanje SD jednadžbe (2.32). Njen Fourierov transformat uz kernel K^η iz (2.43) je

$$\Sigma(k_\perp) = \hat{m}_0 + i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} V(k_\perp - q_\perp) \not{\eta} G_\Sigma(q) \not{\eta} \ , \tag{2.48}$$

gdje indeks okusa kvarka nismo pisali i gdje je Fourierov transformat od $V(x) = V(x_\perp)\delta(x \cdot \eta)$

$$V(k_\perp) = \int d^3 x_\perp e^{-ik_\perp \cdot x_\perp} V(x_\perp) \ . \tag{2.49}$$

Dakle $\Sigma_{(a)}$ ovisi samo o trasverzalnom impulsu $k_\perp$. Parametriziramo li ga na sljedeći način:

$$\begin{aligned} \Sigma_{(a)}(k_\perp) &= \not{k}_\perp + S_{(a)}^{-2}(k_\perp) E_{(a)}(k_\perp) \ , \\ S^{-2}(k_\perp) &= \exp\left(\hat{\not{k}}_\perp \left(\varphi_{(a)}(k_\perp) - \frac{\pi}{2} \right) \right) \ , \end{aligned} \tag{2.50}$$

"obučeni" kvarkovski propagator možemo napisati u obliku

$$\begin{aligned} G_{\Sigma(a)}(q) &= \frac{1}{\not{q} - \Sigma_{(a)}(q_\perp) - i\epsilon} \\ &= -S_{(a)}(q_\perp)\left\{\frac{\Lambda_+^P}{E_{(a)}(q_\perp) - q_P + i\epsilon} + \frac{\Lambda_-^P}{E_{(a)}(q_\perp) + q_P + i\epsilon}\right\} S_{(a)}(q_\perp) \,, \end{aligned} \tag{2.51}$$

gdje je

$$\Lambda_\pm^P = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{\not{P}}{\sqrt{P^2}}\right) = \frac{1}{2}\left(1 \pm \not{\eta}\right) \tag{2.52}$$

Ubacimo li sad ovaj G_Σ u SD jednadžbu (2.48) dobivamo sustav dviju jednadžbi

$$\begin{aligned} E(k_\perp)\sin\varphi(k_\perp) &= \hat{m}_0 + \frac{1}{2}\int \frac{d^3 q_\perp}{(2\pi)^3} V(k_\perp - q_\perp)\sin\varphi(q_\perp) \\ E(k_\perp)\cos\varphi(k_\perp) &= |k_\perp| - \frac{1}{2}\int \frac{d^3 q_\perp}{(2\pi)^3} V(k_\perp - q_\perp)\left(\hat{k}_\perp \cdot \hat{q}_\perp\right)\cos\varphi(q_\perp) \end{aligned} \tag{2.53}$$

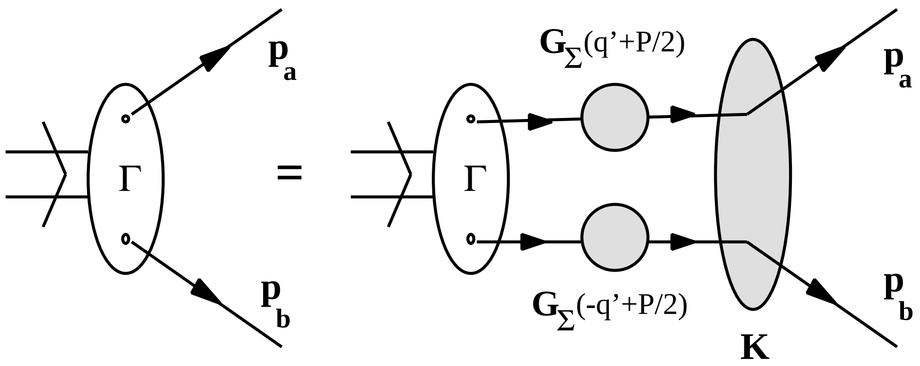
Kako se u razmatranjima raspada mezona pojavljuje samo jedan bilokal prirodno je račun izvesti u njegovom sustavu mirovanja. U tom sustavu $\left(\eta = (1,0,0,0)\right)$, naš posebni *ansatz* (2.43) se svodi na oblik $\gamma^0 V(r)\gamma^0$ kojeg su (također uz harmoničko vezanje $V \sim r^2$) razmatrali Le Yaouanc et al. (1984). Međutim, problemi koje oni navode kao posljedicu relativističke nekovarijantnosti (dvosmislenosti pri definiranju F_π, pogrešne disperzijske relacije), ovdje su izbjegnuti upotrebom kernela (2.43) koji vodi na *boost*-invarijantne SD i BS jednadžbe. Izborom sustava mirovanja $P = (M, \mathbf{0})$, $k_\perp = (0, \boldsymbol{k})$ (M je masa vezanog stanja), sustav integralnih jednadžbi (2.53) se može svesti na sustav diferencijalnih jednadžbi

$$\begin{aligned} E(k) &= \hat{m}_0 \sin\varphi + k\cos\varphi - \alpha\left(\frac{\varphi'^2}{2} + \frac{1}{k^2}\cos^2\varphi\right) \\ \alpha(k^2\varphi')' &= 2k^3\sin\varphi - 2k^2\hat{m}_0\cos\varphi - \alpha\sin 2\varphi \,, \end{aligned} \tag{2.54}$$

gdje crtica označava derivaciju po k. Rješenje jednadžbi su disperzijska relacija $E(k)$ i funkcija $\varphi(k)$ koje onda definiraju kvarkovski propagator G_Σ. Dobivši tako G_Σ možemo se pozabaviti i rješavanjem BS jednadžbe.

BS jednadžba (2.37) je, u Fourier-transformiranom obliku,

$$\Gamma_{(ab)}(q|P) = i\int \frac{d^4 q'}{(2\pi)^4} K(q - q') G_{\Sigma(a)}\left(q' + \frac{P}{2}\right)\Gamma_{(ab)}(q'|P) G_{\Sigma(b)}\left(-q' + \frac{P}{2}\right) \,, \tag{2.55}$$



Slika 2.2: Dijagramatski prikaz Bethe-Salpeterove (BS) jednadžbe

gdje $\Gamma_{(ab)}(q|P)$ odgovara funkciji $\mathcal{M}_{(ab)}(x,y)$ u impulsnom prostoru i

$$q = \frac{p_a - p_b}{2} \quad , \qquad P = p_a + p_b \; , \tag{2.56}$$

vidi sliku (2.2). Integral po q_P odvajamo uvođenjem valne funkcije vezanog stanja $\psi^P_{(ab)}$

$$\begin{aligned} S_{(a)}(q_\perp)\psi^P_{(ab)}(q_\perp)S_{(b)}(q_\perp) &= \\ = i\int \frac{dq_P}{2\pi} G_{\Sigma(a)}\left(q' + \frac{P}{2}\right)&\Gamma_{(ab)}(q'|P)G_{\Sigma(b)}\left(-q' + \frac{P}{2}\right) \; . \end{aligned} \tag{2.57}$$

Koristeći kernel (2.43) te svojstva propagatora (2.51) moguće je BS jednadžbu napisati u obliku

$$[E_T(q_\perp) - \not{P}]\,\psi^P(q_\perp) = -\int \frac{d^3k_\perp}{(2\pi)^3} S^{-1}_{(a)}(q_\perp)S_{(a)}(k_\perp)\psi^P_{(ab)}(k_\perp)S_{(b)}(k_\perp)S^{-1}_{(b)}(q_\perp) \; , \tag{2.58}$$

gdje je $E_T = E_{(a)} + E_{(b)}$. Sada ćemo valnu funkciju $\psi^P_{(ab)}$ rastaviti preko Diracovih matrica i to, budući da nas ne zanimaju vektorske čestice, na sljedeći način:

$$\psi^P(q_\perp) = \gamma_5\left[L_1(q_\perp) + \frac{\not{P}}{\sqrt{P^2}}L_2(q_\perp)\right] \; . \tag{2.59}$$

Kao i kod rješavanja SD jednadžbe, prelazimo u sustav mirovanja mezona $P = (M, \mathbf{0})$, $q_\perp = (0, \boldsymbol{q})$ i, nakon nešto računanja, Bethe-Salpeterova jednadžba poprima oblik vezanih diferencijalnih jednadžbi

$$\begin{aligned} -ML_2(k) = \Bigg\{ E_T(k) - \alpha\Bigg[&-\frac{d^2}{dk^2} - \\ &-\frac{2}{k}\frac{d}{dk} + \frac{1}{4}\left(\frac{d\tilde{\varphi}_-}{dk}\right)^2 + \frac{2}{k^2}\sin^2\frac{\tilde{\varphi}_-}{2}\Bigg]\Bigg\} L_1(k) \; , \end{aligned}$$

$$-ML_1(k) = \left\{ E_T(k) - \alpha \left[-\frac{d^2}{dk^2} - \right.\right.$$
$$\left.\left. -\frac{2}{k}\frac{d}{dk} + \frac{1}{4}\left(\frac{d\tilde{\varphi}_+}{dk}\right)^2 + \frac{2}{k^2}\sin^2\frac{\tilde{\varphi}_+}{2} \right] \right\} L_2(k) \,, \quad (2.60)$$

gdje je

$$\tilde{\varphi}_{(a)} \equiv \varphi_{(a)} - \frac{\pi}{2} \quad \text{i} \quad \tilde{\varphi}_\pm \equiv \tilde{\varphi}_{(a)} \pm \tilde{\varphi}_{(b)} \,. \quad (2.61)$$

I Schwinger-Dysonova (2.54) i Bethe-Salpeterova jednadžba (2.60) rješavani su numeričkim metodama[1] te su dobivena rješenja $\varphi(k)$, $E_T(k)$, $L_1(k)$, $L_2(k)$ i M iskorištena za proračun raspada mezona kako je opisano u sljedećim odjeljcima.

2.4 Račun kaonske konstante raspada F_K

Međudjelovanje bilokalnih mezonskih stanja s vanjskim strujama opisano je učinkovnim djelovanjem S_{int} u (2.39). Tako je za raspad kaona na lepton i odgovarajući neutrino (slika 2.3 odgovoran kvadratni član iz tog djelovanja:

$$S^{(2)}_{int}[\mathcal{M}, L] = i\frac{N_c}{2}\mathrm{Tr}\left[G_\Sigma(\mathcal{M} - L)\right]^2 \,, \quad (2.62)$$

gdje je L operator među djelovanja sa slabom leptonskom strujom l_μ (vidi jed. (2.41)

$$L(x) = L_{lept}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} l_\mu(x)\gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} \,. \quad (2.63)$$

Konkretno, traženi matrični element je

$$\left\langle l^\pm \nu_l \left| iS^{(2)}_{int} \right| \pi^\pm \right\rangle = \frac{N_c G_F}{\sqrt{2}} \left\langle l\nu \left| \mathrm{Tr}(\mathcal{M} G_\Sigma l_\mu \gamma^\mu (1-\gamma_5) G_\Sigma \right| K \right\rangle \,. \quad (2.64)$$

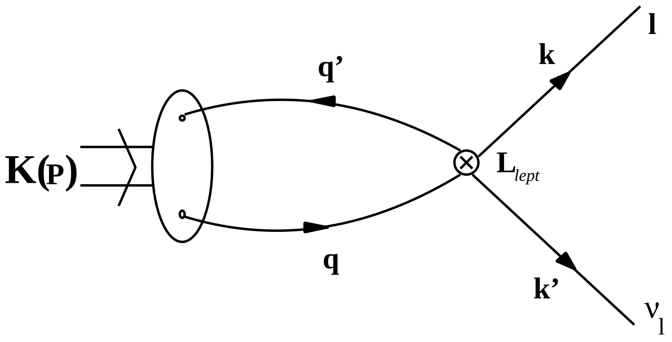
U računu ovog matričnog elementa zgodno je koristiti identitet

$$\Gamma_{(ab)}(q_\perp|P) = S^{-1}_{(a)}(q_\perp)\left[E_T - \not{P}\right]\gamma_5 \left[L_1 + \frac{\not{P}}{\sqrt{P^2}}L_2\right] S^{-1}_{(b)}(q_\perp) \,, \quad (2.65)$$

pomoću kojeg dobijemo

$$\left\langle l^\pm(k)\nu_l(k') \left| iS^{(2)}_{int} \right| K^\pm(P) \right\rangle =$$
$$i\frac{8\pi N_c G_F l_\mu(0)}{\sqrt{2}M\sqrt{2P_0(2\pi)^3}}\delta^{(4)}(P-k-k')P^\mu \int d^3q_\perp L_2(q_\perp)\sin\frac{\varphi_{(a)}+\varphi_{(b)}}{2} \,. \quad (2.66)$$

[1] Odgovarajuće FORTRAN programe napisao je dr. D. Kekez s Instituta "Ruđer Bošković."



Slika 2.3: Raspad kaona kao bilokala na lepton i njegov neutrino. Unutarnji kvarkovski propagatori imaju dinamički generiranu masu.

Ako sada izrazimo traženi matrični element preko matričnog elementa aksijalne struje $\langle 0|A_\mu(0)|K\rangle$,

$$\left\langle l^\pm \nu_l \left| S^{(2)}_{int} \right| K^\pm \right\rangle = i\frac{G_F}{\sqrt{2}} \langle 0\,|A_\mu(0)|\,K\rangle\, l^\mu(0)(2\pi)^4\delta^{(4)}(P-k-k')\ , \tag{2.67}$$

a ovaj opet parametriziramo pomoću pseudoskalarne leptonske konstante raspada F_K,

$$\langle 0\,|A_\mu(0)|\,K\rangle = iF_K P_\mu \frac{1}{\sqrt{2P_0(2\pi)^3}}\ , \tag{2.68}$$

dobijemo konačni izraz za F_K

$$F_K = -\frac{4N_C}{M}\int \frac{d^3q_\perp}{(2\pi)^3} L_2(q_\perp)\sin\frac{\varphi_{(a)}(q_\perp)+\varphi_{(b)}(q_\perp)}{2}\ . \tag{2.69}$$

2.5 Račun širine raspada $\bar{K}^0 \to \gamma\gamma$

Pređimo sada na glavni dio ovog rada, račun širine raspada K mezona u dva fotona. Učinkovno djelovanje opet je dano jednadžbom (2.39)

$$S_{int}[\mathcal{M}, L] = iN_c \mathrm{Tr}\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n}(G_\Sigma(\mathcal{M}-L))^n \tag{2.70}$$

no sada je operator međudjelovanja

$$L = e_D \not{A} + V_{1\gamma} + V_{2\gamma}\ , \tag{2.71}$$

gdje je A^μ elektromagnetsko polje, $e_D = -e/3$ je naboj d kvarka, a $V_{1\gamma}$ i $V_{2\gamma}$ su operatori elektroslabog prijelaza s kvarka u d kvark uz emisiju jednog, odnosno dva fotona, koji se dobiju iz Lagrangeove funkcije (2.9):

$$V_{1\gamma}(x) = B\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} F_{\mu\nu}(x)\, i \overleftrightarrow{\partial}_\lambda \, \gamma_\rho \frac{1}{2}(1-\gamma_5) \; ; \tag{2.72}$$

$$\overleftrightarrow{\partial} = \overleftarrow{\partial} - \overrightarrow{\partial} \; ,$$

$$V_{2\gamma}(x) = 2e_D B\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} F_{\mu\nu}(x) A_\lambda(x) \gamma_\rho \frac{1}{2}(1-\gamma_5) \; . \tag{2.73}$$

Prijelazni matrični element je, dakle,

$$\mathcal{A}_{\bar{K}^0\gamma\gamma} = \left\langle \gamma(k,\sigma), \gamma(k',\sigma') \,|\, S_{int}[\mathcal{M} - eQ\not{A} - V_{1\gamma} - V_{2\gamma}] \,|\, \bar{K}^0(p) \right\rangle \; , \tag{2.74}$$

gdje su p, k i k' impulsi kaona, jednog i drugog fotona, a σ i σ' su fotonske polarizacije.

Očito je kako je u ovoj teoriji proces $\bar{K}^0 \to \gamma\gamma$ u najnižem redu računa smetnje induciran članovima n=2 i n=3 u (2.70). Kubični (n=3) član je već ranije razmatran u radu (Horvat et al., 1991) gdje je, budući da sadržava podčlanove s jednim mezonskim bilokalom $\mathcal{M}$ i dva fotonska polja A^μ, opisivao raspad $\pi^0 \to \gamma\gamma$ s amplitudom

$$\mathcal{A}_{\pi^0\gamma\gamma} = \left\langle \gamma(k,\sigma), \gamma(k',\sigma') \,|\, iN_c \mathrm{Tr}(\mathcal{M} G_\Sigma e_D \not{A} G_\Sigma e_D \not{A} G_\Sigma) \,|\, \pi^0(p) \right\rangle \; , \tag{2.75}$$

koja odgovara poznatom trokutnom dijagramu.

Slično, kod raspada $\bar{K}^0 \to \gamma\gamma$, kubični član iz (2.70) će doprinositi kroz članove s jednim mezonskim bilokalom $\mathcal{M}$, jednim elektromagnetskim vrhom $e_D A^\mu$ i jednim jednofotonskim učinkovnim elektroslabim vrhom $V_{1\gamma}$:

$$\mathcal{A}^{(1)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma} = \left\langle \gamma\gamma \,|\, iN_c \mathrm{Tr}(\mathcal{M} G_\Sigma V_{1\gamma} G_\Sigma e_D \not{A} G_\Sigma + \mathcal{M} G_\Sigma e_D \not{A} G_\Sigma V_{1\gamma} G_\Sigma) \,|\, \bar{K}^0 \right\rangle \; . \tag{2.76}$$

Ova amplituda odgovara trokutnim dijagramima sa slike 2.4 i odgovarajućim dijagramima s prekriženim fotonima.

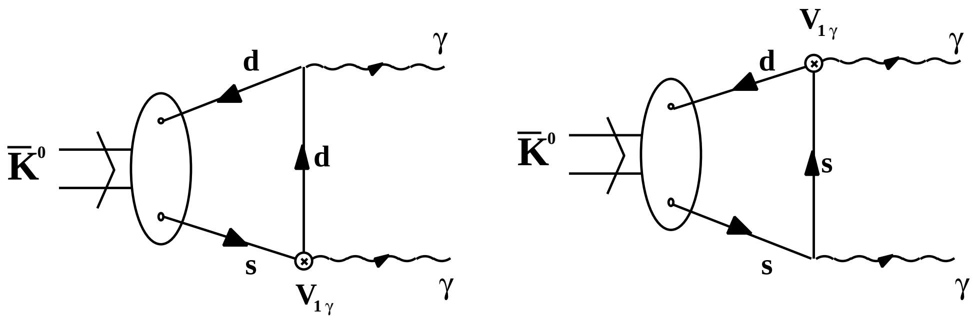
S druge strane, postojanje dvofotonskog vrha koji mijenja kvarkovski okus (2.73) omogućuje i doprinos kvadratnog (n=2) člana iz (2.70) procesu $\bar{K}^0 \to \gamma\gamma$ putem amplitude

$$\mathcal{A}^{(2)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma} = \left\langle \gamma\gamma \,|\, iN_c \mathrm{Tr}(\mathcal{M} G_\Sigma V_{2\gamma} G_\Sigma) \,|\, \bar{K}^0 \right\rangle \; , \tag{2.77}$$

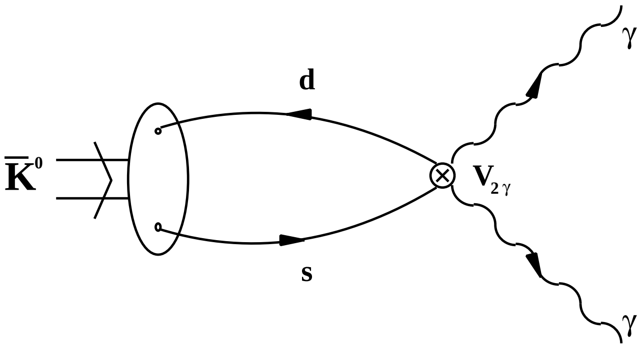
koja odgovara dijagramu sa slike 2.5

Račun amplitude $\mathcal{A}^{(2)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma}$ nije pretjerano težak:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{(2)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma} = & -iN_c \left\langle \gamma(k,\sigma)\gamma(k',\sigma') \middle| \mathrm{tr} \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 \; \times \right. \\ & \left. \times\, \mathcal{M}_{(ab)}(x_1,x_2) G_{\Sigma(b)}(x_2-x_3) V_{2\gamma(ba)}(x_3) G_{\Sigma(a)}(x_3-x_1) \middle| \bar{K}^0(P) \right\rangle . \end{aligned} \tag{2.78}$$



Slika 2.4: Raspad kaonskog bilokala zbog jednofotonskih vrhova $V_{1\gamma}$ koji mijenjaju kvarkovski okus. Obučeni propagatori kvarkova koji izlaze iz vrha s vezanim stanjem i kruže po petlji imaju dinamički generiranu masu.



Slika 2.5: Raspad kaonskog bilokala zbog dvofotonskih vrhova $V_{2\gamma}$ koji mijenjaju kvarkovski okus. Kao i na slici 2.4, unutarnje linije predstavljaju obučene kvarkovske propagatore.

Sada iskoristimo izraze (2.73) za dvofotonski vrh $V_{2\gamma}$, (2.51) za obučeni kvarkovski propagator u impulsnom prostoru G_Σ te oblik polja $\mathcal{M}$

$$\mathcal{M}(x_1, x_2) = \mathcal{M}(z, Z) = \sum_H \int \frac{d^3P}{\sqrt{(2\pi)^3 2P^0}} \frac{d^4q}{(2\pi)^4} e^{-iq\cdot z} \times \\ \times \left[e^{-iP\cdot X} \Gamma^H(q_\perp|P) a_H(P) + e^{iP\cdot X} \bar{\Gamma}_H(q_\perp|P) a_H^\dagger(P) \right], \quad (2.79)$$

gdje H označava razna mezonska vezana stanja. Kada se izintegrira sve što se može, dobije se

$$\mathcal{A}^{(2)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma} = i \frac{16\pi e_D B N_c}{\sqrt{(2\pi)^3 2P^0}\sqrt{(2\pi)^3 2k^0}\sqrt{(2\pi)^3 2k'^0}} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (k-k')_\mu \epsilon^*_\nu(k,\sigma) \frac{P_\rho}{M} \times \\ \times \epsilon^*_\sigma(k',\sigma') \delta^{(4)}(P+k+k') \int d^3q_\perp L_2(q_\perp) \sin\frac{\varphi_{(a)}(q_\perp) + \varphi_{(b)}(q_\perp)}{2} . \quad (2.80)$$

Ako usporedimo ovo s izrazom za kaonsku konstantu raspada (2.69) iz prošlog odjeljka, vidimo da je $\mathcal{A}^{(2)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma}$ moguće izraziti pomoću F_K:

$$\mathcal{A}^{(2)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma} = i \frac{4 e_D B (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P+k+k')}{\sqrt{(2\pi)^3 2P^0}\sqrt{(2\pi)^3 2k^0}\sqrt{(2\pi)^3 2k'^0}} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon^*_\mu(k,\sigma) \epsilon^*_\nu(k',\sigma') k_\rho k'_\sigma F_K, \quad (2.81)$$

što je i logično obzirom na prirodu operatora $V_{2\gamma}$, odnosno ako usporedimo slike 2.5 i 2.3.

S druge strane, račun $\mathcal{A}^{(1)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma}$ je nešto složeniji. No, komplikacije su čisto tehničke prirode (tragovi više Diracovih matrica, integrali preko više varijabli) i zapravo je sve isto kao i kod $\mathcal{A}^{(2)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma}$. Amplituda je dana s (2.76)

$$\mathcal{A}^{(1)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma} = iN_c \Big\langle \gamma(k,\sigma)\gamma(k',\sigma') \Big| \mathrm{tr} \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 d^4x_4 \times \\ \times \Big\{ \Big[\mathcal{M}_{(ab)}(x_1,x_2) G_{\Sigma(b)}(x_2-x_3) V_{1\gamma(ba)}(x_3) G_{\Sigma(a)}(x_3-x_4) \times \\ \times e_D \not{A}(x_4) G_{\Sigma(a)}(x_4-x_1) \Big] + \Big[\mathcal{M}_{(ab)}(x_1,x_2) G_{\Sigma(b)}(x_2-x_3) \times \\ \times e_D \not{A}(x_3) G_{\Sigma(b)}(x_3-x_4) V_{1\gamma(ba)}(x_4) G_{\Sigma(a)}(x_4-x_1) \Big] \Big\} \Big| \bar{K}^0(P) \Big\rangle . \quad (2.82)$$

Sada u ovo uvrstimo izraz (2.72) za jednofotonski vrh $V_{1\gamma}$, maločas upotebljavane izraze za G_Σ i $\mathcal{M}$ te izraz za elektromagnetsko polje A^μ:

$$A^\mu(x) = \sum_{\lambda=\pm 1} \int \frac{d^3 q}{\sqrt{(2\pi)^3 2q^0}} \left[\epsilon^\mu(q,\lambda) a(q,\lambda) e^{iq\cdot x} + \text{h.c.}\right] \;, \tag{2.83}$$

izračunamo potrebne integrale i tragove[2], te dobijemo nakon dugačkog računa

$$\begin{aligned}\mathcal{A}^{(1)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma} = {}& i\frac{8e_D B(2\pi)^4 \delta^{(4)}(P+k+k')}{\sqrt{(2\pi)^3 2P^0}\sqrt{(2\pi)^3 2k^0}\sqrt{(2\pi)^3 2k'^0}}\, \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon^*_\mu(k,\sigma)\epsilon^*_\nu(k',\sigma') k_\rho k'_\sigma \times \\ & \times N_c \left(C_3 + C'_3 - C_{10} - C'_{10} + E_{19} + E'_{19}\right) \;,\end{aligned} \tag{2.84}$$

gdje su, u sustavu u kojem kaon miruje, a fotoni su emitirani duž z-osi, C_3, C'_3, C_{10}, C'_{10}, E_{19} i E'_{19} dani sljedećim izrazima:

$$\begin{aligned}C_3 = {}& \frac{1}{2M(2\pi)^3} \int dq_\perp \, d\theta \, d\phi \; q_\perp^3 \sin^2\theta \sin\phi \left\{ \mathcal{J}_-(q_\perp, k'_\perp) \left[\frac{L_1 + L_2}{E_a + E'_a + \frac{M}{2} - i\epsilon} - \right.\right. \\ & \left. - \frac{L_1 - L_2}{E_a + E'_a - \frac{M}{2} - i\epsilon} \right] + \mathcal{J}_+(q_\perp, k'_\perp) \left[\frac{L_1 + L_2}{E_b + E'_a + \frac{M}{2} - i\epsilon} - \right. \\ & \left.\left. - \frac{L_1 - L_2}{E_b + E'_a - \frac{M}{2} - i\epsilon} \right] \right\} \;,\end{aligned} \tag{2.85}$$

gdje je

$$\begin{aligned}\mathcal{J}_\pm(q_\perp, k'_\perp) = {}& \sin\theta \sin\phi \left(\cos\tilde{\varphi}'_a \sin\tilde{\varphi}_+ \pm \sin\tilde{\varphi}_-\right) + \\ & + \frac{q_\perp \sin\theta \sin\phi}{\sqrt{q_\perp^2 + \frac{M^2}{4} + q_\perp M \cos\theta}} \sin\tilde{\varphi}'_a \cos\tilde{\varphi}_+\end{aligned} \tag{2.86}$$

i gdje se podrazumijeva da funkcije L_1, L_2, E i φ imaju argument $q_\perp$, a funkcije E' i φ' argument $(q+k')_\perp$. Definicija funkcija $\tilde{\varphi}$ i $\tilde{\varphi}_\pm$ dana je u jed. (2.61).

$$C'_3 = C_3(k' \to k, a \leftrightarrow b) \;. \tag{2.87}$$

[2]Pri računanju tragova umnožaka Diracovih γ-matrica korišten je programski paket *FeynCalc 1.0* (Mertig et al., 1991) napisan u *Mathematica* jeziku za računalnu algebru (Wolfram, 1988).

$$C_{10} = \frac{-1}{2(2\pi)^2} \int dq_\perp \, d\theta \; q_\perp^2 \sin\theta \left\{ \mathcal{D}_+(q_\perp, k'_\perp) \left[\frac{L_1 + L_2}{E_a + E'_a + \frac{M}{2} - i\epsilon} + \right.\right.$$

$$+ \left. \frac{L_1 - L_2}{E_a + E'_a - \frac{M}{2} - i\epsilon} \right] + \mathcal{D}_+(q_\perp, k'_\perp) \frac{E_a}{M} \left[\frac{L_1 + L_2}{E_a + E'_a + \frac{M}{2} - i\epsilon} - \right.$$

$$- \left. \frac{L_1 - L_2}{E_a + E'_a - \frac{M}{2} - i\epsilon} \right] - \mathcal{D}_-(q_\perp, k'_\perp) \frac{E_b}{M} \left[\frac{L_1 + L_2}{E_b + E'_a + \frac{M}{2} - i\epsilon} - \right.$$

$$\left.\left. - \frac{L_1 - L_2}{E_b + E'_a - \frac{M}{2} - i\epsilon} \right] \right\} , \tag{2.88}$$

uz

$$\mathcal{D}_\pm(q_\perp, k'_\perp) = \cos\tilde{\varphi}'_a \cos\tilde{\varphi}_+ \pm \cos\tilde{\varphi}_+ -$$

$$- \frac{q_\perp + \frac{M}{2}\cos\theta}{\sqrt{q_\perp^2 + \frac{M^2}{4} + q_\perp M \cos\theta}} \sin\tilde{\varphi}'_a \sin\tilde{\varphi}_- \, . \tag{2.89}$$

$$C'_{10} = C_{10}(k' \to k, a \leftrightarrow b) \, . \tag{2.90}$$

$$E_{19} = \frac{1}{2(2\pi)^3} \int dq_\perp \, d\theta \, d\phi \; q_\perp^2 \sin\theta \left\{ \mathcal{E}(q_\perp, k'_\perp) \left[\frac{L_1 + L_2}{E_a + E'_a + \frac{M}{2} - i\epsilon} + \right.\right.$$

$$+ \left. \frac{L_1 - L_2}{E_a + E'_a - \frac{M}{2} - i\epsilon} \right] + \mathcal{E}(q_\perp, k'_\perp) \frac{E_a}{M} \left[\frac{L_1 + L_2}{E_a + E'_a + \frac{M}{2} - i\epsilon} - \right.$$

$$- \left. \frac{L_1 - L_2}{E_a + E'_a - \frac{M}{2} - i\epsilon} \right] - \mathcal{E}(q_\perp, k'_\perp) \frac{E_b}{M} \left[\frac{L_1 + L_2}{E_b + E'_a + \frac{M}{2} - i\epsilon} - \right.$$

$$\left.\left. - \frac{L_1 - L_2}{E_b + E'_a - \frac{M}{2} - i\epsilon} \right] \right\} , \tag{2.91}$$

gdje je

$$\mathcal{E}(q_\perp, k'_\perp) = \frac{2q_\perp \sin^2\theta \sin^2\phi}{\sqrt{q_\perp^2 + \frac{M^2}{4} + q_\perp M \cos\theta}} \sin\tilde{\varphi}'_a \sin\tilde{\varphi}_- \, . \tag{2.92}$$

$$E'_{19} = E_{19}(k' \to k, a \leftrightarrow b) \, . \tag{2.93}$$

Radi bolje preglednosti uvest ćemo sada konstantu

$$F_{LD} = 2N_c \left(C_3 + C'_3 - C_{10} - C'_{10} + E_{19} + E'_{19} \right) \, , \tag{2.94}$$

tako da kad zbrojimo amplitude $\mathcal{A}^{(1)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma}$ i $\mathcal{A}^{(2)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma}$ za ukupnu amplitudu procesa $\bar{K}^0 \to \gamma\gamma$ možemo pisati:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}^{(1)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma} &= \mathcal{A}^{(1)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma} + \mathcal{A}^{(2)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma} = \\ &= i\frac{4e_D B(2\pi)^4\delta^{(4)}(P+k+k')}{\sqrt{(2\pi)^3 2P^0}\sqrt{(2\pi)^3 2k^0}\sqrt{(2\pi)^3 2k'^0}} \times \\ &\qquad \times \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\epsilon^*_\mu(k,\sigma)\epsilon^*_\nu(k',\sigma')k_\rho k'_\sigma(F_K - F_{LD}) \,. \end{aligned} \tag{2.95}$$

Usporedimo li ovaj izraz s izrazom (2.3) vidimo da je konačno

$$C_{K_2} = -i\frac{G_F}{6\pi}\lambda_u \hat{B}_u(F_K - F_{LD}) \,. \tag{2.96}$$

Također, ukupna širina raspada $K_L \to \gamma\gamma$ dana je jednadžbom (2.4). Numerički rezultati nalaze se, zajedno s odgovarajućom diskusijom u posljednjem odjeljku ovog poglavlja, a prije toga ćemo se još pozabaviti računom doprinosa amplitudi procesa $K_L \to \gamma\gamma$ od strane kvarkova na masenoj ljusci kako bi, uspoređujući udio tog doprinosa u ukupnoj amplitudi mogli procijeniti doprinos kvarkova izvan masene ljuske.

2.6 Račun doprinosa amplitudi procesa $K_L \to \gamma\gamma$ od strane kvarkova na ljusci mase

Kako bismo, osim ukupne širine raspada K_L čestice na dva fotona, mogli razmotriti i osporavani doprinos ovom procesu od strane kvarkova *izvan ljuske mase*, poslužit ćemo se zaobilaznim putem i izračunat ćemo u ovom odjeljku $C^\sigma_{K_2}$ — doprinos amplitudi od strane kvarkova *na ljusci mase*. Uspoređujući taj doprinos s ukupnom amplitudom C_{K_2}, izračunatom u prošlom odjeljku, dobit ćemo doprinose kvarkova izvan ljuske mase.

Lagrangeova funkcija koja opisuje ovaj doprinos amplitudi je dana u jed. (2.12) i daje samo operator slabog prijelaza uz emisiju jednog fotona $V^\sigma_{1\gamma}$:

$$V^\sigma_{1\gamma}(x) = 2B\sigma_{\mu\nu}\partial^\mu A^\nu(x)\,(m_s R + m_d L) \;. \tag{2.97}$$

Sam račun je sličan računu $\mathcal{A}^{(1)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma}$ iz prošlog odjeljka — amplituda je dijagramatski prikazana na slici 2.4 s vrhovima $V_{1\gamma}$ zamijenjenim vrhovima $V^\sigma_{1\gamma}$:

$$\mathcal{A}^\sigma_{\bar{K}^0\gamma\gamma} = iN_c\Big\langle\gamma(k,\sigma)\gamma(k',\sigma')\Big|\mathrm{tr}\int d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 d^4x_4 \times$$

$$\times\Big\{\Big[\mathcal{M}_{(ab)}(x_1,x_2)G_{\Sigma(b)}(x_2-x_3)V^{\sigma}_{1\gamma(ba)}(x_3)G_{\Sigma(a)}(x_3-x_4)\times$$
$$\times e_D \not{A}(x_4)G_{\Sigma(a)}(x_4-x_1)\Big]+\Big[\mathcal{M}_{(ab)}(x_1,x_2)G_{\Sigma(b)}(x_2-x_3)\times$$
$$\times e_D \not{A}(x_3)G_{\Sigma(b)}(x_3-x_4)V^{\sigma}_{1\gamma(ba)}(x_4)G_{\Sigma(a)}(x_4-x_1)\Big]\Big\}\Big|\bar{K}^0(P)\Big\rangle \,. \tag{2.98}$$

Istim postupkom kao i kod $\mathcal{A}^{(1)}_{\bar{K}^0\gamma\gamma}$ dobije se

$$\mathcal{A}^{\sigma}_{\bar{K}^0\gamma\gamma} = i\frac{4e_D B(2\pi)^4\delta^{(4)}(P+k+k')}{\sqrt{(2\pi)^3 2P^0}\sqrt{(2\pi)^3 2k^0}\sqrt{(2\pi)^3 2k'^0}}\,\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\epsilon^*_\mu(k,\sigma)\epsilon^*_\nu(k',\sigma')k_\rho k'_\sigma \times$$
$$\times N_c\left(-F_1-F_1'+F_4+F_4'-F_5-F_5'\right)\,, \tag{2.99}$$

gdje su, opet u sustavu u kojem kaon miruje, a fotoni su emitirani duž z-osi,

$$F_1 = -\frac{m_s+m_d}{2M(2\pi)^2}\int dq_\perp\, d\theta\; q_\perp^2\sin\theta\Big\{\mathcal{F}_+(q_\perp,k'_\perp)\Big[\frac{L_1+L_2}{E_a+E'_a+\frac{M}{2}-i\epsilon}-$$
$$-\frac{L_1-L_2}{E_a+E'_a-\frac{M}{2}-i\epsilon}\Big]+\mathcal{F}_-(q_\perp,k'_\perp)\Big[\frac{L_1+L_2}{E_b+E'_a+\frac{M}{2}-i\epsilon}-$$
$$-\frac{L_1-L_2}{E_b+E'_a-\frac{M}{2}-i\epsilon}\Big]\Big\}\,, \tag{2.100}$$

uz

$$\mathcal{F}_\pm = \cos\tilde{\varphi}'_a\cos\tilde{\varphi}_+ \pm \cos\tilde{\varphi}_-\,, \tag{2.101}$$

i gdje su argumenti funkcija isti kao što je objašnjeno poslije jednadžbe (2.86). Nadalje,

$$F_1' = F_1(k'\to k, a\leftrightarrow b)\,. \tag{2.102}$$

$$F_4 = \frac{m_s+m_d}{2M(2\pi)^3}\int dq_\perp\, d\theta\, d\phi\; q_\perp^2\sin\theta\Big\{\mathcal{G}_+(q_\perp,k'_\perp)\Big[\frac{L_1+L_2}{E_a+E'_a+\frac{M}{2}-i\epsilon}-$$
$$-\frac{L_1-L_2}{E_a+E'_a-\frac{M}{2}-i\epsilon}\Big]+\mathcal{G}_-(q_\perp,k'_\perp)\Big[\frac{L_1+L_2}{E_b+E'_a+\frac{M}{2}-i\epsilon}-$$
$$-\frac{L_1-L_2}{E_b+E'_a-\frac{M}{2}-i\epsilon}\Big]\Big\}\,, \tag{2.103}$$

$$\mathcal{G}(q_\perp, k'_\perp) = \frac{q_\perp \sin^2\theta \sin^2\phi}{\sqrt{q_\perp^2 + \frac{M^2}{4} + q_\perp M \cos\theta}} \sin\tilde{\varphi}'_a \sin\tilde{\varphi}_+ \ . \tag{2.104}$$

$$F'_4 = F_4(k' \to k, a \leftrightarrow b) \ . \tag{2.105}$$

$$\begin{aligned} F_5 = \frac{4}{M^2} \Bigg\{ & F_4 - \\ & -\frac{m_s + m_d}{2M(2\pi)^2} \int dq_\perp \, d\theta \ q_\perp^2 \sin\theta \Bigg\{ \mathcal{H}_+(q_\perp, k'_\perp) \left[\frac{L_1 + L_2}{E_a + E'_a + \frac{M}{2} - i\epsilon} - \right. \\ & \left. - \frac{L_1 - L_2}{E_a + E'_a - \frac{M}{2} - i\epsilon} \right] + \mathcal{H}_-(q_\perp, k'_\perp) \left[\frac{L_1 + L_2}{E_b + E'_a + \frac{M}{2} - i\epsilon} - \right. \\ & \left. - \ \frac{L_1 - L_2}{E_b + E'_a - \frac{M}{2} - i\epsilon} \right] \Bigg\} \Bigg\} \ , \end{aligned} \tag{2.106}$$

$$\mathcal{H}(q_\perp, k'_\perp) = \frac{q_\perp \cos^2\theta}{\sqrt{q_\perp^2 + \frac{M^2}{4} + q_\perp M \cos\theta}} \sin\tilde{\varphi}'_a \sin\tilde{\varphi}_+ \ . \tag{2.107}$$

$$F'_5 = F_5(k' \to k, a \leftrightarrow b) \ . \tag{2.108}$$

Kao i kod $\mathcal{A}^{(1)}_{K^0\gamma\gamma}$, sada definiramo konstantu

$$F_\sigma = N_c \left(F_4 + F'_4 - F_1 - F'_1 - F_5 - F'_5 \right) \ , \tag{2.109}$$

pomoću koje je doprinos amplitudi od kvarkova na ljusci mase dan sa

$$C_\sigma = -i \frac{G_F}{6\pi} \lambda_u \hat{B}_u F_\sigma \ . \tag{2.110}$$

2.7 Rezultati i diskusija

Pogledajmo sada koje se vrijednosti dobiju kada numeričkim metodama izvrijednimo amplitude procesa diskutiranih u prošlim odjeljcima. U našim računima jedini su "input" bili jakost potencijala V_0 u (2.47) i "strujne" mase kvarkova $\hat{m}_q$ u (2.19). Što se pak tiče koeficijenta $\hat{B}_u$, on poprima razne vrijednosti, ovisno o skali μ na koje dovodimo operatore s početne M_W skale. Za taj smo koeficijent, kako je već naznačeno u odjeljku 2.1, uzimali dvije različite vrijednosti. Izbor (I), gdje koristimo istu vrijednost ($\hat{B}_u$=0.2) za oba operatora iz $\mathcal{L}_\gamma$ i $\mathcal{L}_\sigma$, primjereniji je većim vrijednostima parametra μ (~ 0.7 GeV) i maksimizira doprinose s ljuske mase. Izbor (II), gdje koristimo

$\hat{B}_u$=0.46 za $\mathcal{L}_\gamma$ i $\hat{B}_u$=0.32 za $\mathcal{L}_\sigma$, odgovara manjim vrijednostima parametra μ ($\sim$ 0.3 GeV), i, premda se uz taj izbor dobija amplituda C_{K_2} koja je bliža empirijskoj, potcjenjuje se pomalo udio doprinosa s ljuske mase. U obje donje tablice, za jakost harmoničkog potencijala smo uzeli $\frac{4}{3}V_0 = (289\,\mathrm{MeV})^3$, što reproducira eksperimentalne mase piona i kaona za standardne vrijednosti $\hat{m}_{u,d} \approx 2$ MeV i $m_s/m_{u,d}$=25, a i blizu je vrijednosti V_0 koju su koristili i drugi autori, npr. Le Yaouanc et al. (1984). Uostalom, veličine relevantne za procjenu učinaka izvan masene ljuske, a to su C_{K_2} i $C^\sigma_{K_2}$ kao što je niže objašnjeno, ovise o V_0 na isti način tj. njihova *relativna* važnost ne ovisi o V_0. Zbog svega toga, dovoljno je tabelirati ovisnost o $\hat{m}_q$.

Radi lakše usporedbe s bolje proučenim, čuvenim $\pi^0 \to \gamma\gamma$ raspadom, prvo ćemo izložiti, u tablici 2.1, rezultate u $SU(3)_F$ granici. Ova granica jednakih kvarkovkih masa ($\hat{m}_u = \hat{m}_d = \hat{m}_s$) ima sljedeća svojstva:

1. Rješenja Schwinger-Dysonove (SD) i Bethe-Salpeterove (BS) jednadžbe su ista za π^0 i $\bar{K}^0$.

2. Mase vezanih mezonskih stanja su iste: $M_\pi = M_K$.

3. Ova granica uključuje i kiralnu granicu $\hat{m}_{u,d,s} \to 0$.

Važno je primijetiti da doprinosi aksijalne anomalije amplitudama π^0, $\bar{K}^0$-$\to \gamma\gamma$ ne smiju ovisiti o masi kvarka. Iz tablice 2.1 se vidi kako amplitude C_π, C_{K_2}, izračunate u ovom modelu vezanog stanja, zadovoljavaju ovaj zahtjev čak i prilično daleko od stroge kiralne granice, sve do otprilike $\hat{m}_q = (\frac{4}{3}V_0)^{1/3}\times\, 0.1 \approx 30$ MeV. Ovo važno svojstvo vrijedi i za drugačije vrijednosti parametra potencijala V_0, svjedočeći tako da promatrani pristup mezonima kao vezanim stanjima ispravno reproducira maseno nezavisno anomalno ponašanje. Takvo kvalitativno ponašanje amplitude se čini poučnije nego njena apsolutna vrijednost.

Drugo važno svojstvo u koje se možemo uvjeriti analizom tablice 2.1 je da se, za svaku jakost potencijala V_0, mezonske mase M_π i M_K, izračunate u ovom modelu vezanog stanja, ponašaju baš kao što se mase pseudo-Goldstoneovih bozona trebaju ponašati zbog PCAC-a, odnosno da je zadovoljeno

$$M_{\pi,K} \propto \sqrt{m_q}\ . \tag{2.111}$$

Međutim, obje tablice pokazuju da za vrijednosti parametara koje daju dobre mase π i K mezona, konstante raspada F_π i F_K, amplituda radijacijskog raspada C_π, a posebno C_{K_2} ispadaju sustavno premale. To potisnuće amplituda raspada je, čini se, općenito svojstvo ovoga i sličnih modela vezanih stanja (Le Yaouanc et al., 1984; Horvat et al., 1991). Jedno objašnjenje ovakvog potisnuća u pristupu naivnom kvarkovskom modelu preko Bethe-Salpeterove

$m_d = m_s$	$M_\pi = M_K$	$F_\pi = F_K$	$\|C_\pi\|$	$\|C_{K_2}\|_{(I)}$	$\|C^\sigma_{K_2}\|_{(I)}$
0	0	33	1.8	1.7	0.0
2.0	140	34	1.8	1.7	0.009
28.9	479	47	2.1	1.7	0.14
$C_\pi^{exp} = 4.3 \times 10^{-4}\,\mathrm{MeV}^{-1}$, $C_{K_2}^{exp} = 59 \times 10^{-12}\,\mathrm{MeV}^{-1}$					

Tablica 2.1: Pionske i kaonske mase $M_{\pi,K}$, konstante raspada $F_{\pi,K}$ (u MeV), apsolutne vrijednosti amplituda $|C_\pi|$ (u $10^{-4}\,\mathrm{MeV}^{-1}$) raspada $\pi^0 \to \gamma\gamma$ (u 10^{-4} MeV^{-1}) te amplituda $|C_{K_2}|$ i $|C^\sigma_{K_2}|$ (u 10^{-12} MeV^{-1}) raspada $K_2 \to \gamma\gamma$ su dane za razne vrijednosti $SU(3)$-simetričnih strujnih kvarkovskih masa ($m_s = m_{u,d}$). U cijeloj tablici je $4/3\,V_0 = (289\,\mathrm{MeV})^3$ i $\hat{B}_u = 0.2$.

jednadžbe su sugerirali Horbatch i Koniuk (1993) naglasivši potrebu uzimanja u obzir razdvajanja $q\bar{q}$ komponente Fockovog prostora na komponente sa više takvih $q\bar{q}$ parova u jako vezanim sustavima.

Naravno, s drugačijim izborom V_0 i $\hat{m}_q$, moguće je postići mnogo bolje vrijednosti amplituda mezonskih raspada ukoliko prihvatimo nekoliko puta prevelike mezonske mase, kao što je u (Horvat et al., 1991) pokazano na primjeru piona. Za kvantitativnu reprodukciju više eksperimentalnih rezultata potrebni su znatno složeniji modeli vezanih stanja ako što je na primjer onaj upotrijebljen u računu $\pi^0 \to \gamma\gamma$ u radu (Kekez i Klabučar, 1996). Oni su, međutim, mnogo složeniji nego naš model-igračka definiran trenutnim međudjelovanjem tipa (2.43), koji je, međutim, dovoljan za prinicipijelnu ilustraciju mogućih učinaka kvarkova izvan masene ljuske. U svakom slučaju, problemi kvantitativnog tretiranja hadronske strukture i raspada u pristupu preko vezanih stanja nisu u okviru ovog rada. Pozabavimo se radije pitanjem, ima li u slabim raspadima hadrona znatnijih učinaka kvarkova izvan masene ljuske?

Kako se možemo uvjeriti u postojanje ovakvih učinaka? Ako bi oni iščezavali ili bili zanemarujuće mali, onda bismo mogli, kao što se često radi, ispustiti $\mathcal{L}_F$ (2.11) i umjesto čitave $s \to d\gamma$ Lagrangeove funkcije (2.9) i (2.10) računati samo s izvandijagonalnim članom magnetskog momenta $\mathcal{L}_\sigma$ (2.12) koji jedini preživljava kada se kvarkovi stave na ljusku mase tj. kada se primijene jednadžbe gibanja (2.1). No, s druge strane, $\mathcal{L}_\sigma$ očito iščezava u kiralnoj granici ($\hat{m}_{u,d} = \hat{m}_s = 0$) pa neiščezavanje amplitude u ovom limesu (vidi prvi red tablice 2.1) jasno pokazuje važnost učinaka izvan masene ljuske. Koristeći se nazivljem iz radova (Eeg i Picek, 1993, 1994a), koje smo ovdje upotrijebili u jednadžbi (2.96), možemo reći da se učinci izvan masene ljuske iskazuju kroz neponištavanje amplituda F_{LD} i F_K koje potječu od slika 2.4,

m_d	m_s	M_K	F_K	$\lvert C_{K_2}\rvert_{(I)}$	$\lvert C^{\sigma}_{K_2}\rvert_{(I)}$	$\lvert C_{K_2}\rvert_{(II)}$	$\lvert C^{\sigma}_{K_2}\rvert_{(II)}$
2.4	61	500	47	1.8	0.16	4.1	0.25
3.5	87	577	53	2.0	0.25	4.7	0.39
4.6	116	646	60	2.5	0.38	5.6	0.61
$C^{exp}_{K_2} = 59 \times 10^{-12}$ MeV^{-1}							

Tablica 2.2: Masa kaona M_K, njegova konstanta raspada F_K (u MeV), i apsolutne vrijednosti amplituda $|C_{K_2}|$ i $|C^{\sigma}_{K_2}|$ (u 10^{-12} MeV^{-1}) za proces $K_2 \to \gamma\gamma$ su dane za razne vrijednosti strujnih masa kvarkova $m_{u,d}$ i m_s (gdje je poštovan omjer $m_s/m_{u,d} = 25$). Prikazana su dva slučaja: (I) s $\hat{B}_u = 0.2$, i (II) sa $\hat{B}_u = 0.46$ u računu $|C_{K_2}|$, ali sa $\hat{B}_u = 0.32$ u računu $|C^{\sigma}_{K_2}|$. U cijeloj tablici je $4/3\, V_0 = (289\text{MeV})^3$.

odnosno 2.5.

Pogledajmo sada što se dešava izvan kiralne granice, $\hat{m}_q \neq 0$. Tada je i $\mathcal{L}_\sigma \neq 0$ pa važnost učinaka izvan masene ljuske procjenjujemo preko razlike amplituda $|C_{K_2}|$ i $|C^{\sigma}_{K_2}|$, dobivenih putem Lagrangeovih funkcija (2.9), odnosno (2.12). Tablica 2.1 pokazuje da, ukoliko se ne udaljujemo previše od kiralne granice, situacija u biti ostaje ista kao u toj granici: amplituda $|C^{\sigma}_{K_2}|$ raste približno linearno s $\hat{m}_{u,d} = \hat{m}_s$, ali ostaje prilično mala u usporedbi s čitavom amplitudom $|C_{K_2}|$ koja, kako je naglašeno ranije, ostaje praktično konstantna.

Kako je za ovakve strujne mase kvarkova, primjerenije pionu nego kaonu, amplituda $|C^{\sigma}_{K_2}|$ mala na umjetan način, pređimo sada na razmatranje ovih amplituda za nedegenerirane kvarkovske mase. Odgovarajuće vrijednosti su tabelirane u tablici 2.2. Kako je već spomenuto, za omjer masa s i d kvarka izabrali smo $m_s/m_{u,d}$=25, ali pokazuje se da su rezultati prilično stabilni u cijelom intervalu $m_s/m_{u,d} \in (20, 30)$. (Zasad nam, zbog problema pri numeričkim izračunavanjima, nije moguće rješavati jednadžbe vezanog stanja za strujne mase kvarkova veće od 100 MeV, ukoliko se držimo izabrane vrijednosti $\frac{4}{3}V_0 = (289 MeV)^3$.) I u ovom slučaju vidimo da $|C^{\sigma}_{K_2}|$ sačinjava manje od 10% ukupne amplitude tako da učinci izvan masene ljuske dominiraju. Dakle, pojednostavljenje koje se često koristi, a u kojem se zadržava samo $\mathcal{L}_\sigma$ dio Lagrangeove funkcije (2.10), zanemarujući tako učinke izvan masene ljuske, nije uvijek opravdano, a posebno ne za slučaj lakih pseudoskalarnih mezona.

Ovdje još možemo usput primijetiti značajan doprinos neanomalnog dijela amplitude $|C_{K_2}|$ u trećem redu tablice 2.2. Tamo je, kako se vidi, $|C_{K_2}|$ 30% veći nego u prvom redu u kojem je amplituda, budući da je skoro ista kao u kiralnoj granici iz tablice 2.1, još uvijek prvenstveno anomalne prirode. Ovakvo ponašanje je očekivano, jer bi, za realistični kaon, s prilično teškim stranim kvarkovima, neanomalni dio izravne dvofotonske amplitude i trebao biti, za razliku od pionskog slučaja, iste veličine kao i odgovarajući anomalni dio.

Koliko nam je poznato, u literaturi u kiralnoj perturbacijskoj teoriji nema *izravnog* (koji, dakle, nije posljedica polova) člana reda $\mathcal{O}(p^4)$, odgovornog za raspad $K_L \to \gamma\gamma$. To znači da je naša dominirajuća ampituda, potpuno nov doprinos izravnoj amplitudi reda $\mathcal{O}(p^4)$ (vidi (Eeg i Picek, 1994a)). Potisnuti matrični element je pak višeg, $\mathcal{O}(p^6)$, reda i pripada istoj klasi kao i problematični reducibilni dijagrami s mezonskim polovima. Direktna amplituda, kojom se ovdje bavimo, interesantna je i zbog proučavanja narušenja CP simetrije što je originalno i potaklo Eega i Piceka (Eeg i Picek, 1993) na izučavanje učinaka izvan masene ljuske. To što su dva vrlo različita pristupa ovom problemu (preko kiralnog kvarkovskog modela u (Eeg i Picek, 1993, 1994a) i preko modela mezona kao vezanog stanja u (Kekez et al., 1995) i ovom radu) dala slične rezultate čini nas uvjerenima da smo kvalitativno razumjeli ovaj problem. Kao što u jednostavnijem slučaju $\pi^0 \to \gamma\gamma$ pokazuje rad (Kekez i Klabučar, 1996), upotreba profinjenijeg modela za vezano stanje dala bi kvantitativno bolje rezultate [3], ali uvjereni smo da poboljšanje opisa hadronske strukture ne bi promijenilo gornje zaključke o značaju učinaka izvan masene ljuske. Teško je, naime, zamisliti hadronsko "oblačenje" koje bi do te mjere pojačalo doprinos $\mathcal{L}_\sigma$ da bi on bio red veličine veći od u ovom modelu izračunatih doprinosa izvan masene ljuske.

Spomenimo još na kraju da je u međuvremenu "anatomija" ovih učinaka izvan masene ljuske detaljno opisana na primjeru teško-lakog kvarkovskog sustava (B mezona) u (Eeg i Picek, 1994c) i u usporednom razmatranju procesa $K \to \gamma\gamma$ i $B \to \gamma\gamma$ u (Eeg i Picek, 1994b). U tim je radovima, da bi se izračunala amplitude procesa $B \to \gamma\gamma$, bilo nužno koristiti model vezanog stanja različit od kiralnog kvarkovskog modela, primjenjivog na $K \to \gamma\gamma$ raspad. Kao što se može i očekivati, učinci izvan masene ljuske u procesu $B \to \gamma\gamma$ su potisnuti za faktor $(energija\ vezanja)/m_b$, ali su još uvijek numerički zanimljivi. Stoga bi bila dobrodošla istraživanja ovih učinaka preko pristupa sposobnih da uključe učinke neperturbativne kvantne kromodinamike u teško-lakim kvarkovskim sustavima.

Jedan očiti kandidat za takvo što bi bio pristup preko QCD sumacijskih pravila. Jedan od nužnih sastojaka takvog pristupa bi bilo izučavanje

[3] Naime, SD-BS pristup upotrebljen u (Kekez i Klabučar, 1996) već ugrađuje dovoljno elemenata QCD-a i QED-a da omogućuje u kiralnom limesu čak i analitičko reproduciranje egzaktnog rezultata za $\pi^0 \to \gamma\gamma$ amplitudu usljed Adler-Bell-Jackiw anomalije.

miješanja odgovarajućih operatora pri renormalizaciji. U tu svrhu, vrijedno je prisjetiti se, na prvi pogled iznenađujučeg, rezultata iz rada (Eeg i Picek, 1994c) da je anomalna dimenzija operatora $\mathcal{L}_F$ nula; dok je dobro poznato da je anomalna dimenzija operatora magnetskog tipa iz $\mathcal{L}_\sigma$ neiščezavajuća (Grinstein et al., 1990).

Na kraju, vjerujemo da bi izučavanje svojstava operatora iz (2.11) pomoću QCD sumacijskih pravila moglo rasvijetliti ovakve učinke kvarkova izvan masene ljuske u vezanim stanjima. S druge strane, razmatranje učinaka izvan masene ljuske se čini neizbježno pri svakom pokušaju preciznijeg izračunavanja amplitude kaonskih izravnih raspada.

Poglavlje 3

Pristup raspadu $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ pomoću kiralne anomalije.

3.1 Uvod

U potrazi za porijeklom narušenja CP simetrije u fizici elementarnih čestica, neutralni kaonski sustav je još uvijek najpogodnije područje istraživanja. Osim izrazitih eksperimentalnih pogodnosti, kaoni su jedinstveni i s teorijskog gledišta. Činjenica je, na primjer, da kaonski sustav utjelovljuje dvije udaljene energijske skale: S jedne strane, proučavanjem kaona kao pseudo-Goldstoneovih bozona kiralne simetrije ispitujemo svojstva kvantne kromodinamike na niskim energijama, a, s druge strane, proučavanjem kaonskih amplituda raspada koje narušavaju CP simetriju, ispitujemo svojstva naše teorije na velikim energijama. Naime, budući da valentni kvarkovi koji sačinjavaju kaon pripadaju samo prvim dvjema fermionskim obiteljima, a CP narušenje traži postojanje triju obitelji, to svojstva CP-narušavajućih amplituda ovise o kvarkovima treće obitelji koji se pojavljuju u petljama. Tako raspadi K mezona pripadaju važnoj klasi fizikalnih pojava koje objedinjuju više energijskih skala.

Promatrajući ovakve pojave u prirodi možemo spoznati neka njena najinteresantnija svojstva. Primjerice, kvantnomehanički učinci, premda se prvenstveno pojavljuju na mikroskopskim, mogu se, kao u slučaju niskotemperaturne supravodljivosti, pojaviti i na makroskopskim skalama. Drugi primjer ovakve pojave je poznat pod terminima kiralna, trokutna ili Wess-Zumino-Witten (WZW) anomalija. Koji će se naziv u literaturi upotrijebiti za ovu pojavu, ovisi o energijskoj skali i teorijskom okviru unutar kojeg se ona razmatra. Povijesno gledano, prvi se susret s ovom pojavom (Adler, 1969; Bell i Jackiw, 1969) desio prilikom nastojanja da se objasni raspad

$\pi^0 \to \gamma\gamma$. Ovdje trokutna anomalija omogućuje elektromagnetski raspad u situaciji u kojoj, budući da je pion neutralna čestica, to ne bismo na prvi pogled očekivali. Tako nas anomalija upućuje na podstrukturu piona — električno nabijene kvarkove. Daljnje izravne manifestacije anomalije pronađene su u niskoenergijskim međudjelovanjima pseudoskalarnog mezonskog okteta. Kad su kvarkovi nedvojbeno identificirani kao konstituenti hadrona, trokutna anomalija je dobila svoju "kiralnu" varijantu na ultraljubičastoj (UV), a onda i "WZW" varijantu na infracrvenoj (IC) skali. Na toj osnovi je 't Hooft razvio ideju (vidi u (Huang, 1982), odjeljak 11.6) po kojoj se anomalija pojavljuje na svakoj skali (uz odgovarajuće stupnjeve slobode svojstvene toj skali) uključujući i eventualnu preonsku tj. skalu kvarkovskih konstituenata.

U ovom poglavlju ćemo, baš kao što je to urađeno u radu (Kumerički i Picek, 1995), pokušati iskoristiti činjenicu da u standardnom modelu i trokutna anomalija i CP-narušavajuća amplituda raspada K mezona potječu s iste, UV energijske skale. Naime, teorijska analiza raznih procesa u K mezonskom sustavu je otežana raznim neperturbativnim učincima s niskih energijskih skala koje je izrazito teško odvojiti od učinaka s velikih energijskih skala. Ono čemu se ovdje nadamo je da je, usredotočujući se na one amplitude na mezonskoj skali koje su upravljane trokutnom anomalijom, moguće izvući neke zaključke o kratkodosežnim CP-narušavajućim amplitudama raspada K mezona. Takva identifikacija anomalnih dijelova ovih amplituda mogla bi biti važna pri odabiru procesa koji će se eksperimentalno mjeriti: Od onih rijetkih procesa koji su na rubu područja koje možemo eksperimentalno promatrati, anomalni procesi imaju veću šansu da se održe sa svoje originalne skale velikih energija do niskoenergijskih skala na kojima se obavljaju eksperimenti.

Nastavljajući prijašnja istraživanja potencijalno velike CP-narušavajuće $K_S \to \gamma\gamma(-)$ amplitude (Eeg i Picek, 1987, 1993, 1994a; Eeg et al., 1990; Picek, 1991) u radu (Kumerički i Picek, 1995) smo se usredotočili na amplitudu procesa $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ što će biti opisano u kasnijim odjeljcima ovog poglavlja. Tako će biti detaljnije obrađeno opažanje (Eeg i Picek, 1994a) da amplitude ovih procesa sadržavaju i anomalni dio. Naime, pažljivo razmatranje raspada $K_L \to \gamma\gamma$ (prvo unutar kiralnog kvarkovskog modela (Eeg i Picek, 1994a), a zatim i unutar modela mezona kao vezanog stanja (Kekez et al., 1995)), ukazalo je na dotad nepoznatu *izravnu* amplitudu raspada. Na osnovi ovih iskustava Eeg i Picek (1994a) su predložili poopćenje Wess-Zumino-Wittenovog člana (Wess i Zumino, 1971; Witten, 1983) za $\Delta S = 1$ $K_L \to \gamma\gamma$ prijelaz. Ovdje će biti istraženo može li ovakav WZW pristup, poopćen na širu klasu anomalnih procesa, pomoći pri razumijevanju nedavno izmjerene izravne amplitude procesa $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ (Forty, 1995).

3.2 Osnove kiralne perturbacijske teorije

Standardni račun neleptonskih kaonskih raspada u standardnom modelu vodi na izračunavanje matričnih elemenata četverokvarkovskih operatora između mezonskih stanja. Ovo predstavlja neperturbativni problem koji zasad još nije zadovoljavajuće riješen. Kiralna perturbacijska teorija (χPT) zamjenjuje standardni model, odnosno kvantnu kromodinamiku, učinkovnom teorijom koja vrijedi u području niskih energija i koja radi izravno sa mezonskim poljima. Općenito, efektivne teorije polja sadrže beskonačan broj operatora i stoga je potrebno te operatore na neki način organizirati i identificirati najvažnije među njima. U χPT se ovo izvodi grupiranjem operatora prema broju derivacija koje se u njima pojavljuju, što odgovara razvoju amplitude po potencijama impulsa (ili energija) vanjskih čestica. Energijska skala ovog razvoja je određena skalom lomljenja kiralne simetrije

$$\Lambda_\chi \sim 4\pi f_\pi \sim 1\mathrm{GeV} \ . \tag{3.1}$$

Učinkovna Lagrangeova funkcija kiralne perturbacijske teorije konstruirana je na osnovi kiralne simetrije, približne simetrije kvantne kromodinamike. U granici bezmasenih u, d i s kvarkova QCD ima globalnu $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ kiralnu simetriju koja je spontano slomljena na $SU(3)_V$. Kiralna Lagrangeova funkcija je naprosto kompaktan način zapisivanja raznih odnosa između amplituda koje su posljedica ove preostale simetrije te odnosa između amplituda s različitim brojevima piona koji su posljedica slomljene globalne simetrije[1].

Osim svih mogućih kiralno invarijantnih operatora, χPT uključuje i odstupanja od kiralne simetrije zbog neiščezavajućih kvarkovskih masa. Ovo vodi na drugu grupu operatora koji su, osim po derivacijama, organizirani i kao razvoj u potencijama mezonskih masa. Kako je karakteristični impuls čestica koje se javljaju u kaonskim raspadima reda veličine kaonske mase, pogreške χPT proračuna će biti otprilike $m_K^2/\Lambda_\chi^2 \sim 25$ % od najvišeg reda u razvoju kojeg još uvijek zadržavamo u računu.

Kiralna perturbacijska teorija se pokazala kao izuzetno pogodan okvir za analizu niskoenergijskih procesa pseudoskalarnih oktetnih mezona i fotona. Na niskim energijama, jaka i elektromagnetska međudjelovanja ovih čestica se mogu zadovoljavajuće opisati uključujući operatore s najviše četiri derivacije. Opća kiralna Lagrangeova funkcija do reda $\mathcal{O}(p^2)$ je

$$\mathcal{L}^{(2)} = \frac{f_\pi^2}{4}\mathrm{Tr}(D_\mu U D^\mu U^\dagger) + B_0\frac{f_\pi^2}{2}\mathrm{Tr}(MU + U^\dagger M) \ . \tag{3.2}$$

[1] I koji su izraženi tzv. teoremima o "mekanim" (niskoenergijskim) pionima (*soft pion theorems*)

M je dijagonalna matrica masa:

$$M = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix} , \tag{3.3}$$

a mezonska polja su sadržana u matrici

$$U = \exp\left(\frac{2i\Pi}{f_\pi}\right) , \tag{3.4}$$

sa

$$\Pi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & \frac{-\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & \frac{2\eta}{\sqrt{6}} \end{pmatrix} . \tag{3.5}$$

Kako ćemo se ograničiti samo na međudjelovanja mezona sa fotonima to je kovarijantna derivacija

$$D_\mu U = \partial_\mu U - ieA_\mu[Q, U] , \tag{3.6}$$

gdje je Q dijagonalna matrica naboja

$$Q = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} . \tag{3.7}$$

Dvije konstante koje se pojavljuju u ovom redu su pionska konstanta raspada

$$f_\pi = (92.4 \pm 0.2)\mathrm{MeV} \tag{3.8}$$

i omjer mezonskih i kvarkovskih masa B_0 koji je, u granici izospinske simetrije $m_u = m_d \equiv m$, jednak

$$B_0 = \frac{m_\pi^2}{2m} = \frac{m_K^2}{m + m_s} = \frac{3m_\eta^2}{2m + 4m_s} . \tag{3.9}$$

U ovom redu također vrijedi i Gell-Mann-Okubo relacija

$$3m_\eta^2 + m_\pi^2 = 4m_K^2 . \tag{3.10}$$

U sljedećem redu, $\mathcal{O}(p^4)$, imamo deset novih operatora (i odgovarajučih koeficijenata) bez Levi-Civita tenzora koji nas ovdje neće zanimati. Osim njih, pojavljuju se i članovi koji sadrže Levi-Civita tenzor, ne uključuju nikakve nove koeficijente i srodni su trokutnoj anomaliji odgovornoj za proces $\pi^0 \to \gamma\gamma$. Ovi su operatori sadržani u tzv. Wess-Zumino-Witten anomalnom djelovanju (Wess i Zumino, 1971; Witten, 1983)

$$\mathcal{L}_{WZW} = -\frac{iN_c}{48\pi^2}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\ Tr[W(U,l,r)_{\mu\nu\alpha\beta} - W(I,l,r)_{\mu\nu\alpha\beta}] \ , \tag{3.11}$$

gdje je N_c broj boja. Za čisto elektromagnetsko (polje A_μ) međudjelovanje imamo

$$l_\mu = r_\mu = a_\mu \equiv -eA_\mu Q \ , \tag{3.12}$$

tako da tenzor $W_{\mu\nu\alpha\beta}$ iz jed. (3.11) poprima oblik

$$\begin{aligned} W(U,a)_{\mu\nu\alpha\beta} \ &= \ \Sigma_\mu^L U^\dagger \partial_\nu a_\alpha U a_\beta + \Sigma_\mu^L a_\nu \partial_\alpha a_\beta \\ &+ \Sigma_\mu^L \partial_\nu a_\alpha a_\beta - i\Sigma_\mu^L \Sigma_\nu^L \Sigma_\alpha^L a_\beta - (L \leftrightarrow R) \ . \end{aligned} \tag{3.13}$$

gdje je

$$\Sigma_\mu^L = U^\dagger \partial_\mu U \ , \tag{3.14}$$

$$\Sigma_\mu^R = U \partial_\mu U^\dagger \ . \tag{3.15}$$

Tenzor $W_{\mu\nu\alpha\beta}$ je simetričan na zamjenu:

$$U \leftrightarrow U^\dagger \ , \tag{3.16}$$

$$\Sigma_\mu^L \leftrightarrow \Sigma_\mu^R \ . \tag{3.17}$$

Sada, razvijajući izraz u uglatoj zagradi u jed. (3.11)

$$[W(U,a)_{\mu\nu\alpha\beta} - W(I,a)_{\mu\nu\alpha\beta}] \ = \ V_{\mu\nu\alpha\beta} \ , \tag{3.18}$$

do željenog reda, možemo dobiti anomalna vezanja mezona s fotonima; između ostalih i poznati okusno-dijagonalni član reda $\mathcal{O}(p^4)$ koji omogućuje proces $\pi^0 \to \gamma\gamma$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{WZW}^{(4)} \ &= \ -\frac{N_c \alpha}{24\pi f_\pi}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\mu\nu} F^{\rho\sigma}\left(\pi^0 + \frac{\eta}{\sqrt{3}}\right) \\ &+ \frac{iN_c e}{12\pi^2 f_\pi^3}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} A^\mu \partial^\nu \pi^+ \partial^\rho \pi^- \partial^\sigma \left(\pi^0 + \frac{\eta}{\sqrt{3}}\right) \quad . \end{aligned} \tag{3.19}$$

Potpun proračun neke amplitude do reda $\mathcal{O}(p^4)$ uključuje drvolike dijagrame s vrhovima iz $\mathcal{L}^{(2)}$ (3.2), gore spomenutog $\mathcal{L}^{(4)}$ i iz $\mathcal{L}_{\rm WZW}$ (3.11), te dijagrame s jednom petljom i vrhovima samo iz $\mathcal{L}^{(2)}$. Eventualne divergencije koje se mogu pojaviti u računu ovih dijagrama s jednom petljom se apsorbiraju renormalizacijom konstanti vezanja u $\mathcal{L}^{(4)}$ koje se pak određuju iz eksperimenta. Ovo čini potpun okvir za diskusiju jakih i elektromagnetskih međudjelovanja pseudoskalarnih oktetnih mezona i fotona.

Da bismo pak izučavali kaonske raspade potrebna nam je, osim svega ovog, i učinkovna Lagrangeova funkcija za slaba međudjelovanja. O konstrukciji ovih Lagrangeovih funkcija će biti više govora u kasnijim odjeljcima ovog poglavlja.

3.3 Izravno narušenje CP simetrije izvan procesa $K \to \pi\pi$

I poslije tri desetljeća, jedina manifestacija narušenja CP simetrije u fizici elementarnih čestica je ona u neutralnom kaonskom sustavu izražena pomoću parametra

$$|\eta_{+-}| \simeq |\eta_{00}| \sim 2 \times 10^{-3} \ . \tag{3.20}$$

Ovdje je η_{+-} omjer amplituda za raspad K_L i K_S čestica na nabijene pione:

$$\eta_{+-} = \frac{A(K_L \to \pi^+\pi^-)}{A(K_S \to \pi^+\pi^-)} = \epsilon + \epsilon' \ , \tag{3.21}$$

a η_{00} je omjer amplituda za raspad istih čestica na neutralne pione:

$$\eta_{00} = \frac{A(K_L \to \pi^o\pi^o)}{A(K_S \to \pi^o\pi^o)} = \epsilon - 2\epsilon' \ . \tag{3.22}$$

Kako je naznačeno u (3.21) i (3.22) ova dva parametra se razlikuju u dijelu parametriziranom s ϵ'. Ovaj parametar mjeri $\Delta S = 1$ (izravno) CP narušenje, dok parametar ϵ mjeri $\Delta S = 2$ (neizravno) narušenje CP simetrije. Po pitanju vrijednosti parametra ϵ' eksperimenti se u ovom trenutku ne slažu. S jedne strane, rezultati eksperimenta E731 iz Fermilaba (Gibbons et al., 1993)

$$\mathrm{Re}\ \frac{\epsilon'}{\epsilon} = (7.4 \pm 5.2 \pm 2.9) \times 10^{-4} \ , \tag{3.23}$$

dopuštaju vrijednost $\epsilon' = 0$. Nasuprot tome, eksperiment NA31 iz CERN-a (Barr et al., 1993)

$$\mathrm{Re}\ \frac{\epsilon'}{\epsilon} = (23.0 \pm 3.6 \pm 5.4) \times 10^{-4} \ , \tag{3.24}$$

ukazuje na $\epsilon' \neq 0$ za tri standardne devijacije. Poboljšanje ovog stanja se očekuje kad započnu novi eksperimenti na Fermilabu (E832), CERN-u (NA48) i u DAΦNE "tvornici" Φ mezona u Frascatiju, od kojih se očekuje osjetljivost reda 10^{-4}.

S druge strane, postojanje izravnog narušenja CP simetrije je možda moguće opaziti i u rijetkim modovima raspada K mezona. Neki od kandidata za takva opažanja sugerirani su u preglednom članku (Ritchie i Wojcicki, 1993). Za jedan od njih, proces $K_S \to 3\pi$ eksperiment CPLEAR u CERN-u je već dao prve rezultate. Izmjerena vrijednost parametra η_{+-0} vezanog uz proces $K_S \to \pi^+\pi^-\pi^0$ (koji ima i CP-čuvajući i CP-narušavajući dio) je

$$\mathrm{Re}\,(\eta_{+-0}) = (5 \pm 2 \pm 7) \times 10^{-3} \,, \tag{3.25}$$

i

$$\mathrm{Im}\,(\eta_{+-0}) = (1.6 \pm 2.4 \pm 1.8) \times 10^{-2} \,. \tag{3.26}$$

Proces $K_S \to 3\pi^0$, koji ima samo CP-narušavajući dio, razlikuje se od gornjeg procesa upravo u dijelu koji opisuje izravno narušenje CP simetrije:

$$\eta_{000} = \epsilon + \epsilon'_{000} \,, \tag{3.27}$$

$$\eta_{+-0} = \epsilon + \epsilon'_{+-0} \,. \tag{3.28}$$

Ipak, čini se da u neposrednoj budućnosti osjetljivost CPLEAR i DAΦNE eksperimenata neće biti dostatna da mjerenjem navedenih procesa razriješi pitanje izravnog CP narušenja. Iz tih razloga, Eeg i Picek (1987) su započeli proučavanje radijacijskog $K_{L,S} \to 2\gamma$ procesa u nadi da je u tim procesima moguće identificirati signale izravnog CP narušenja.

Za fotone u stanju s $CP = +1$ parametar

$$\eta_{\gamma\gamma(+)} = \frac{A(K_L \to \gamma\gamma(+))}{A(K_S \to \gamma\gamma(+))} = \epsilon + \epsilon'_{\gamma\gamma(+)} \simeq \epsilon \quad , \tag{3.29}$$

je u osnovi određen neizravnim CP narušenjem. Ovo je posljedica činjenice da u je u kiralnoj perturbacijskoj teoriji proces $K_S \to \gamma\gamma$ u najnižem redu realiziran preko pionske petlje:

$$K_S \to 2\pi \to 2\gamma \,.$$

Ovakva struktura procesa ukazuje da je CP-narušavajući dio amplitude $K_S \to \gamma\gamma(+)$ istog porijekla kao i odgovarajući dio amplitude $K_S \to 2\pi$ što onda povlači

$$\epsilon'_{\gamma\gamma(+)} \simeq \epsilon' \,, \tag{3.30}$$

odnosno

$$\eta_{\gamma\gamma(+)} \simeq \eta_{+-} \,, \tag{3.31}$$

gdje je parametar η_{+-} onaj iz jed. (3.21) za koji znamo da mu je dio ϵ', koji opisuje izravno CP narušenje, potisnut za faktor 22 prema $\Delta I = 1/2$ pravilu.

Zbog toga, indikacije izravnog CP narušenja treba prije očekivati kroz parametar $\epsilon'_{\gamma\gamma(-)}$ definiran kao

$$\eta_{\gamma\gamma(-)} = \frac{A(K_S \to \gamma\gamma(-))}{A(K_L \to \gamma\gamma(-))} = \epsilon + \epsilon'_{\gamma\gamma(-)} \tag{3.32}$$

gdje oznaka (-) znači da su fotoni u stanju s $CP = -1$. Kako se za mjerenje ovog procesa tek očekuje eksperiment na CPLEAR-u (Forty, 1995), u onome što slijedi posvetit ćemo se procesu $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ u kojem je CP narušenje već izmjereno. Rezultati prvog mjerenja od strane eksperimenta E731 (Ramberg et al., 1993):

$$|\eta_{+-\gamma}| = (2.15 \pm 0.26 \pm 0.17) \times 10^{-3} \ , \tag{3.33}$$

potvrđeni su nedavno eksperimentom E773 (Gollin i Hogan, 1995) u kojem je izmjereno

$$|\eta_{+-\gamma}| = (2.414 \pm 0.065 \pm 0.062) \times 10^{-3} \ . \tag{3.34}$$

Ovdje je potrebno poslužiti se svojstvima fotonskog spektra da se razdvoje IB (*internal bremsstrahlung*) procesi u kojima jedan od piona emitira foton putem zakočnog zračenja od DE (*direct-emission*) procesa u kojima se foton emitira izravno iz $K_L\pi^+\pi^-$ vrha. Gornje brojke se zapravo odnose na IB doprinos vrijednosti koja je ukupno oblika

$$\eta_{+-\gamma} = \frac{A(K_L \to \pi^+\pi^-\gamma)_{IB+E1}}{A(K_S \to \pi^+\pi^-\gamma)_{IB+E1}} \simeq \eta_{+-} + \epsilon'_{\pi\pi\gamma}\frac{A(K_S \to \pi^+\pi^-\gamma)_{E1}}{A(K_S \to \pi^+\pi^-\gamma)_{IB}} \ . \tag{3.35}$$

Iako je onaj dio koji nas zanima ($\epsilon'_{\pi\pi\gamma}$) pomnožen malim faktorom

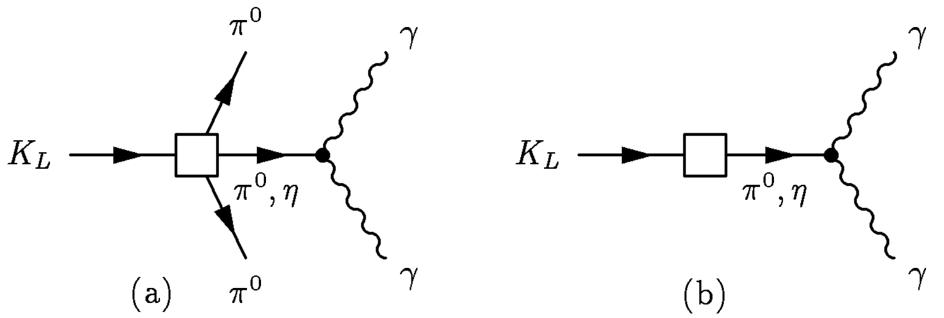
$$\frac{A(K_S \to \pi^+\pi^-\gamma)_{E1}}{A(K_S \to \pi^+\pi^-\gamma)_{IB}} \ ,$$

on nije potisnut zbog $\Delta I = 1/2$ pravila i njegovo određivanje je možda izvodljivo mjerenjima u DAΦNE tvornici Φ mezona.

Međutim, odgovarajuća teorijska "podrška" ovih nastojanja i eksperimentalnih rezultata je nezadovoljavajuća. Iz tog razloga, pokušat ćemo pristupiti ovom procesu s druge strane, koristeći njegovu anomalnu prirodu.

3.4 Tri lica anomalije u neleptonskim raspadima kaona

(i) Velik dio problema pri teorijskom proračunu amplitude procesa $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ je posljedica međusobnog kraćenja potencijalno vodećih, tzv. *reducibilnih* doprinosa kod kojih je vezanje fotona i mezona dano WZW članom.



Slika 3.1: Dugodosežni doprinosi procesima $K_L \to \pi^0\pi^0\gamma\gamma$ (a) i $K_L \to \gamma\gamma$ inducirani vodećim WZW članom

Ovakva Lagrangeova funkcija $\mathcal{L}_{WZW}$ iz jed. (3.19) onda, zajedno s Lagrangeovom funkcijom $\mathcal{L}^{(2)}_{\Delta S=1}$ iz (3.46) (koja opisuje mezonske prijelaze s promjenom stranosti), omogućuje pojavu kiralne anomalije u njenom dugodosežnom obliku, u radijacijskim neleptonskim raspadima K mezona. Na primjer, tipični predstavnik reducibilnih anomalnih procesa reda $\mathcal{O}(p^4)$ je proces $K_L \to \pi^0\pi^0\gamma\gamma$ kojem doprinosi neiščezavajući drvoliki dijagram sa slike 3.1a.

Međutim, slično kao kod procesa $K_L \to \gamma\gamma$ (slika 3.1b), dijagram generiran kiralnim WZW članom (3.11) koji opisuje doprinos mezonskih (π^0, η) polova procesu $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ (slika 3.2a) iščezava u vodećem redu kiralne perturbacijske teorije. Na primjer, u granici CP očuvanja, amplituda procesa $K_L \to \gamma\gamma$ je u najnižem redu dana sa

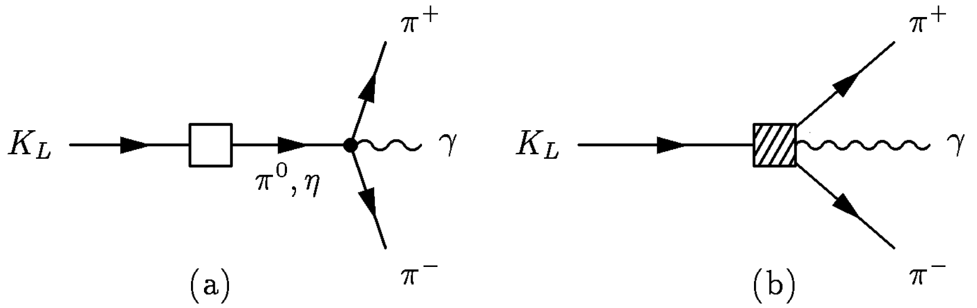
$$\mathcal{A}(K_L \to \gamma(q_1)\gamma(q_2)) = \frac{2m_K^2 f_\pi^2}{m_K^2 - m_\pi^2}\frac{\alpha G_8}{\pi f_\pi}\left(1 + \frac{1}{3}\frac{m_K^2 - m_\pi^2}{m_K^2 - m_\eta^2}\right)\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}q_1^\mu q_2^\nu \epsilon_1^\rho \epsilon_2^\sigma \, , \tag{3.36}$$

no, u tom redu vrijedi i Gell-Mann-Okubo relacija (3.10) upotrebom koje imamo

$$\left(1 + \frac{1}{3}\frac{m_K^2 - m_\pi^2}{m_K^2 - m_\eta^2}\right) \to 0 \tag{3.37}$$

i ova amplituda iščezava. Ova kraćenja reducibilnih amplituda reda $\mathcal{O}(p^4)$ za ove procese vode nas na to da pokušamo istražiti manje poznate *izravne* amplitude.

(ii) Zapravo, proces $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ kojeg ćemo razmatrati je predstavnik klase *izravnih anomalnih* procesa. Odgovarajuću Lagrangeovu funkciju (neparnog intrinsičnog pariteta) dali su Bijnens, Ecker i Pich (1992). Oni su krenuli od sljedećih pretpostavki:



Slika 3.2: (a) Reducibilni doprinos procesu $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ koji iščezava u granici SU(3) simetrije. (b) Isti proces sa stanovišta $\Delta S = 1$ proširenog WZW člana koji uključuje doprinose sa svih energijskih skala.

1. Doprinos operatora koji se na kiralne transformacije transformiraju kao oktet dominira nad doprinosom operatora koji se transformiraju kao dodekaseptuplet (27-plet).

2. Učinkovna Lagrangeova funkcija slabih međudjelovanja u standardnom modelu poštuje CPS simetriju. (CPS transformacija je CP transformacija kombinirana sa zamjenom $d \leftrightarrow s$.) Traži se da i odgovarajuća Lagrangeova funkcija u χPT poštuje ovu simetriju.

3. Fotoni su jedina vanjska polja (osim mezona, naravno).

Ovo je rezultiralo sljedećom Lagrangeovom funkcijom:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\rm An}^{\Delta S=1} = & -ie\frac{G_8 f_\pi^2}{16\pi^2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}\Big[a_2 \mathrm{Tr}(\lambda_-[U^\dagger Q U, L_\mu L_\nu]) \\ & + 3\,a_3 \mathrm{Tr}(\lambda_- L_\mu)\mathrm{Tr}((Q + U^\dagger Q U)L_\nu) \\ & + a_4 \mathrm{Tr}(\lambda_- L_\mu)\mathrm{Tr}((Q - U^\dagger Q U)L_\nu)\Big] + h.c.\,,\end{aligned} \tag{3.38}$$

gdje su a_2, a_3 i a_4 konstante vezanja,

$$\lambda_\pm = \frac{\lambda_6 \pm i\lambda_7}{2}\,, \tag{3.39}$$

je matrica koja projecira $\Delta S = \pm 1$ prijelaze, a

$$L_\mu = iU^\dagger D_\mu U \tag{3.40}$$

je izražen preko kovarijantne derivacije

$$D_\mu U = \partial_\mu U - ieA_\mu[Q,\ U]. \tag{3.41}$$

Konstanta vezanja

$$|G_8| = 9 \times 10^{-6}\mathrm{GeV}^{-2} \tag{3.42}$$

je ista ona koja se pojavljuje u uobičajenoj $\Delta S = 1$ Lagrangeovoj funkciji iz jed. (3.46). Lagrangeova funkcija (3.38) dobivena je putem bozonizacije četverokvarkovskih operatora u sektoru s neparnim intrinsičnim paritetom tako da je funkcionalna derivacija djelovanja $S = \int d^4x\mathcal{L}$ identificirana kao kvarkovska struja:

$$\bar{q}\gamma^\mu Lq \sim \frac{\delta S}{\delta l_\mu}\,. \tag{3.43}$$

Da bi dobili izravne anomalne članove, Bijnens, Ecker i Pich (1992) su krenuli od četverokvarkovske učinkovne Lagrangeove funkcije sa članovima koji su produkt dvaju slabih struja (u granici faktorizabilnosti):

$$\mathcal{L}_{\mathrm{An}} \sim G_F \left(\frac{\delta S^{(2)}}{\delta l_\mu}\right)\left(\frac{\delta S_{WZW}}{\delta l^\mu}\right), \tag{3.44}$$

gdje je $S^{(2)}$ standardno $\mathcal{O}(p^2)$ djelovanje

$$\mathcal{L}^{(2)}_{strong/em} = \frac{f_\pi^2}{4}\,Tr(D^\mu U D_\mu U^\dagger) \quad . \tag{3.45}$$

Rezultat ovakvog postupka, napisan u obliku (3.38), je Lagrangeova funkcija koja doprinosi procesu $\bar{K}^0 \to \pi^+\pi^-\gamma$, ali ne i procesu $\bar{K}^0 \to \gamma\gamma$, budući da komutator $[\Pi, Q]$ ne sadrži neutralne kaone (Q djeluje kao jedinična matrica u $(s,\,d)$ sektoru, a $UQU^\dagger = Q + [\Pi, Q] + ...$). Želimo li na ovaj način pronaći doprinos amplitudi procesa $K_L \to \gamma\gamma$ potrebno je otići do reda $\mathcal{O}(p^6)$.

(iii) Umjesto ovog, mi ćemo pokušati poći drugim putem (Eeg i Picek, 1994a), sličnim onome kojim je pošao Cronin (1967) da bi poopćio $\mathcal{O}(p^2)$ jaki/elektromagnetski član u Lagrangeovoj funkciji na odgovarajući slabi neleptonski $\Delta S = 1$ član (gdje opet pretpostavljamo dominantnost operatora koji se transformiraju kao oktet na kiralne rotacije):

$$\mathcal{L}^{(2)}_{\Delta S=1} = G_8\,Tr(\lambda_+ D^\mu U D_\mu U^\dagger)\,. \tag{3.46}$$

Na isti način Eeg i Picek (1994a) su poopćili standardni WZW član (Wess i Zumino, 1971; Witten, 1983) pomoću jednostavne zamjene

$$1 \to \mathcal{G}_{\mathrm{WZW}}\,\lambda_+ \tag{3.47}$$

ispred $V_{\mu\nu\alpha\beta}$ u jed. (3.18):

$$\mathcal{L}_{\rm WZW}^{\Delta S=1} = -\frac{iN_c}{48\pi^2}\mathcal{G}_{\rm WZW}\, \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\, Tr(\lambda_+ V_{\mu\nu\alpha\beta}) \; . \tag{3.48}$$

omogućivši tako, između ostalog, i predikciju procesa $\bar{K}^0 \to 2\gamma$ na nivou $\mathcal{O}(p^4)$. Svoju moć predviđanja relacija (3.48) duguje pretpostavci da jedna konstanta vezanja ($\mathcal{G}_{\rm WZW}$) dostaje za cijelu klasu anomalnih procesa s promjenom okusa što onda omogućuje povezivanje raznih procesa koji uključuju vezanje neparnog broja Goldstoneovih bozona. Učinkovno vezanje $\mathcal{G}_{\rm WZW}$ objedinjuje i CP-čuvajuće (*parne*) i CP-narušavajuće (*neparne*) prijelaze, pomoću odgovarajućih članova u

$$\mathcal{G}_{\rm WZW} = \mathcal{G}_{\rm WZW}^{even} + i\,\mathcal{G}_{\rm WZW}^{odd} \; . \tag{3.49}$$

U radu (Kumerički i Picek, 1995) izučavali smo dalje ove anomalne $\mathcal{L}_{\rm WZW}^{\Delta S=1}$ članove kako bismo omogućili predviđanje amplituda drugih radijacijskih neleptonskih procesa. Tako gustoća Lagrangeove funkcije (3.48) uključuje i procese $\bar{K}^0 \to \gamma\gamma$, $\pi^+\pi^-\gamma$, $\pi^0\pi^0\gamma$, $\pi^+\pi^-\gamma\gamma$ and $\pi^0\pi^0\gamma\gamma$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\rm WZW}^{\Delta S=1}(4) &= \mathcal{G}_{\rm WZW}\frac{N_c\alpha}{24\pi f_\pi}\frac{2\sqrt{2}}{3}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}A^\nu F^{\rho\sigma}\partial^\mu \bar{K}^0 \\ &+\mathcal{G}_{\rm WZW}\frac{iN_c e}{12\pi^2 f_\pi^3}\frac{\sqrt{2}}{3}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}A^\sigma\partial^\mu\bar{K}^0[\partial^\nu\pi^-\partial^\rho\pi^+] \\ +\mathcal{G}_{\rm WZW}\frac{N_c\alpha}{108\sqrt{2}\pi f_\pi^3}&\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}F^{\nu\rho}A^\sigma[\bar{K}^0\pi^0\partial_\mu\pi^0 - \partial_\mu\bar{K}^0\pi^0\pi^0] + h.c. \end{aligned} \tag{3.50}$$

Ukoliko pretpostavimo da jed. (3.50) objašnjava čitavu širinu raspada $K_L \to \gamma\gamma$, možemo, pomoću prvog člana u (3.50), odrediti konstantu $\mathcal{G}_{\rm WZW}$ i onda, pomoću drugog člana u (3.50), proračunati raspad $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$. Odgovarajući dijagram je prikazan na slici 3.2b.

Da bismo odredili vezanje $\mathcal{G}_{\rm WZW}$ pomoću raspada kaona na dva fotona potrebno je prvo izraziti naše poopćeno WZW djelovanje preko fizikalnih stanja. To postižemo kombinirajući $A(\bar{K}^0 \to \gamma\gamma)$ i $A(K^0 \to \gamma\gamma)$ amplitude:

$$\mathcal{L}_{\gamma\gamma(-)}^{\Delta S=1} = \frac{N_c\alpha}{24\pi f_\pi}\frac{2}{3}[\,\mathcal{G}_{\rm WZW}^{even}\,\Phi_{K_2} - i\,\mathcal{G}_{\rm WZW}^{odd}\,\Phi_{K_1}]\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}F^{\mu\nu}F^{\rho\sigma} \; . \tag{3.51}$$

Dva člana u (3.51) odgovaraju CP-čuvajućoj $K_L(\simeq K_2) \to \gamma\gamma(-)$, odnosno CP-narušavajućoj $K_S(\simeq K_1) \to \gamma\gamma(-)$ amplitudi.

Uz razumnu pretpostavku da CP-čuvajuća amplituda iz jed. (3.51) dominira ukupnom mjerenom širinom raspada $K_L \to \gamma\gamma$, poznavajući mjereno

$K_2\gamma\gamma$ vezanje C_{K_2} (2.3) dobijemo (u granici $f_K = f_\pi$)

$$\begin{aligned} |C_{K_2}| &= \frac{2}{3}\,|\mathcal{G}^{even}_{\rm WZW}|\,C_{\pi^0} \\ &= 5.9\times 10^{-11}{\rm MeV}^{-1}\ , \end{aligned} \tag{3.52}$$

pa je onda bezdimenzionalno vezanje iz jed. (3.48)

$$\mathcal{G}_{WZW} \simeq |\mathcal{G}^{even}_{\rm WZW}| \ \simeq\ 2\times 10^{-7}\ . \tag{3.53}$$

Poznavajući sada ovu konstantu vezanja $\mathcal{G}_{\rm WZW}$, možemo se posvetiti $\Delta S = 1$ izravnom anomalnom članu u procesu $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$.

3.5 Anomalni $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ raspad

S eksperimentalne točke gledišta, proces $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ je pogodan za proučavanje DE amplitude. Odgovarajući kinematički rezovi u fotonskom spektru omogućuju eliminiranje iz ukupne širine raspada nezanimljivih IB doprinosa koji su potpuno opisani korištenjem baždarne invarijantnosti. S teorijske pak strane, račun reducibilnih amplituda povezanih s WZW funkcionalom ostavljaju nešto prostora za izučavanje manje poznatih izravnih amplituda. Jednom kada nam je konstanta $\mathcal{G}_{\rm WZW}$ (3.53) poznata lako možemo izračunati proces $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ opisan drugim članom u jed. (3.50). Transformirajući taj član u oblik s fizikalnim K mezonima, dobijemo sljedeći izraz za CP-čuvajuću amplitudu za koju očekujemo da dominira ukupnom širinom raspada:

$$\mathcal{L}^{\Delta S=1}_{WZW(1\gamma)} \ =\ \mathcal{G}^{even}_{\rm WZW}\frac{N_c e}{12\pi^2 f_\pi^3}\frac{2}{3}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}A^\mu\partial_\nu\Phi_{K_2}[\partial_\rho\pi^+\partial_\sigma\pi^-]\ . \tag{3.54}$$

Parametrizirajmo sada amplitudu za emisiju jednog fotona $K_L(k) \to \pi^+(p_+)$ $\pi^-(p_-)\gamma(q)$ na sljedeći način:

$$A(K_L \to \pi^+\pi^-\gamma) \ =\ -ieG_{1\gamma}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\epsilon^\mu k^\nu p_+^\rho p_-^\sigma\ . \tag{3.55}$$

Ova amplituda reproducira rezultate eksperimenta E731 s Fermilaba (Ramberg et al., 1993)

$$Br(K_L \to \pi^+\pi^-\gamma) \ =\ (3.19\pm 0.16)\times 10^{-5}\ , \tag{3.56}$$

uz vrijednost učinkovne konstante vezanja $G_{1\gamma}$

$$|G^{expt}_{1\gamma}| \ \simeq\ 4.9\ \times 10^{-6}GeV^{-3}\ . \tag{3.57}$$

S druge strane, upotrijebimo li vrijednost (3.53) za $|\mathcal{G}_{\mathrm{WZW}}^{even}|$ u jed. (3.54) predvidjet ćemo

$$\begin{aligned} |G_{1\gamma}^{theo}| &= |\mathcal{G}_{\mathrm{WZW}}^{even}|\frac{N_c}{12\pi^2 f_\pi^3}\frac{2}{3} \\ &\simeq 4.28 \times 10^{-6} GeV^{-3} , \end{aligned} \tag{3.58}$$

što se dobro slaže s gore navedenom ekperimentalnom vrijednošću. Ovo pokazuje kako član koji poopćuje WZW djelovanje na procese sa promjenom okusa (3.48) dobro povezuje neleptonske radijacijske kaonske raspade.

Usporedimo sada ove rezultate s izravnim (faktorizabilnim) doprinosom (Bijnens et al., 1992) koji se može izvesti iz jednadžbe (3.38) iz dijela (ii) prošlog odjeljka:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{BEP}}^{\Delta S=1} = \frac{G_8 e}{4\sqrt{2}\pi^2 f_\pi}(a_2 + 2a_4)\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}F^{\rho\sigma}\partial^\mu \bar{K}^0 \partial^\nu \pi^- \pi^+ \quad . \tag{3.59}$$

Usporedba ovog i našeg doprinosa procesu $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ (3.50) povlači

$$a_2 + 2a_4 \simeq 1 \quad , \tag{3.60}$$

što se slaže s rezultatom (Bijnens et al., 1992), dobivenim pomoću analize procesa $K^+ \to \pi^+\pi^0\gamma$, da je

$$a_2, a_4 \lesssim 1 \ . \tag{3.61}$$

Ovo predstavlja još jedno uspješno predviđanje poopćenja WZW člana na procese s promjenom okusa, opisanog u dijelu (iii) prošlog odjeljka.

3.6 Zaključak

U situaciji u kojoj se često tvrdi da je proces $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ nemoguće tretirati unutar okvira standardne kiralne perturbacijske teorije, pokušali smo u prošlim odjeljcima i u radu (Kumerički i Picek, 1995) prići izravnom dijelu amplitude za ovaj proces. U tu svrhu smo se poslužili poopćenjem Wess-Zumino-Wittenovog člana na procese s promjenom okusa, uz pretpostavku da mehanizam anomalije osigurava jednoznačnost takvog proširenja (pomoću univerzalne konstante vezanja $\mathcal{G}_{\mathrm{WZW}}$ u jed. (3.48)). Tako je omogućeno povezivanje raznih radijacijskih neleptonskih raspada K mezona. Opravdanost ovakvog proširenja je provjerena usporedbom sa postojećim eksperimentalnim i teorijskim rezultatima za proces $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$. Dodatnu provjeru omogućuje i proces $K_L \to \pi^0\pi^0\gamma\gamma$, sadržan u jed. (3.50). Uz pretpostavku dominacije CP-čuvajuće amplitude, ovaj proces je opisan Lagrangeovom funkcijom

$$\mathcal{L}^{\Delta S=1}_{WZW(2\gamma)} = \mathcal{G}_{\rm WZW}\frac{\alpha N_c}{54\pi f_\pi^2}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}F_{\nu\alpha}A_\beta[K_2\pi^0\partial_\mu\pi^0 - (\partial_\mu K_2)\pi^0\pi^0] \ . \qquad (3.62)$$

Usporedba s postojećim teorijskim analizama pokazuje da i širinu ovog kaonskog raspada možemo zadovoljavajuće predvidjeti.

Dakle, pristup preko anomalije koji ovdje zagovaramo i koji kreće sa velikih energijskih skala uključuje, po svemu sudeći, čitavu grupu anomalnih prijelaza: reducibilne, izravne (faktorizabilne) i kontaktne (izravne nefaktorizabilne). Povrh prethodno opisanih povezivanja raznih procesa, ovaj pristup uključuje na kraju i prijelaz kaona u vakuum. Oslanjajući se na anomaliju kao mehanizam koji poznaje razne energijske skale, poopćenje WZW djelovanja na procese koji mijenjaju okus je izgleda u uskoj vezi s bozonizacijom $\Delta S = 1$ neleptonskih radijacijskih raspada K mezona. Istovremeno, WZW djelovanje s promjenom okusa omogućuje jedinstven tretman takvih procesa u smislu da uključuje doprinose bez obzira na energijsku skalu s koje oni potječu. U tom smislu je ovakva parametrizacija kompatibilna s kiralnom perturbacijskom teorijom.

Konačno, budući da ovakav pristup omogućuje uvid u kratkodosežne/kontaktne doprinose određenim rijektim kaonskim raspadima, on može povećati moć predviđanja teorije. Izoliranje izravnih anomalnih doprinosa radijacijskim neleptonskim raspadima K mezona je, čini se, nužno u pokušaju da se odvoji izravno od neizravnog CP narušenja. Tako su procesi $K_L \to \gamma\gamma$ i $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$, kod kojih dugodosežna (reducibilna) anomalna amplituda iščezava u najnižem redu, možda dovoljno osjetljivi na kratkodosežni dio amplitude, omogučujući tako napredak u razumijevanju narušenja CP simetrije.

Dodatak A

Neki potrebni integrali

U računima opisanim u poglavlju 1 javljaju se integrali po impulsima petlje. U ovom dodatku su sakupljene formule koje su korištene za njihovo izračunavanje te eksplicitni rezultati za neke od njih.

Definirajmo integral

$$I^{\alpha}_{\beta\gamma} \equiv \int \frac{d^4r}{(2\pi)^4} \frac{(r^2)^{\alpha}}{(r^2 - m_q^2)^{\beta}(r^2 - M_W^2)^{\gamma}} \;, \tag{A.1}$$

koji se redovito javlja u ovakvim računima. Standardnom Feynmanovom parametrizacijom (Pascual i Tarrach, 1984, jed. C.4) integranda

$$\frac{1}{a^{\alpha} b^{\beta}} = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^1 dx \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{[ax + b(1-x)]^{\alpha+\beta}} \;, \tag{A.2}$$

uvođenjem varijable

$$\mathcal{D} = m_q^2 x + M_W^2(1-x) \;, \tag{A.3}$$

te upotrebom metoda dimenzionalne regularizacije ovi se integrali mogu prevesti u oblik

$$\mathcal{I}^{\alpha}_{\beta} \equiv \mu^{4-d} \int \frac{d^d r}{(2\pi)^d} \frac{(r^2)^{\alpha}}{(r^2 - \mathcal{D})^{\beta}} \;. \tag{A.4}$$

Uz $\epsilon = (d-4)/2$, ovaj je integral jednak (Pascual i Tarrach, 1984, jed. C.82)

$$\mathcal{I}^{\alpha}_{\beta} = \frac{i}{16\pi^2} (-\mathcal{D})^{\alpha-\beta+2} \left(\frac{\mathcal{D}}{4\pi\mu^2} \right)^{\epsilon} \frac{\Gamma(2+\alpha+\epsilon)\Gamma(\beta-\alpha-2-\epsilon)}{\Gamma(\beta)\Gamma(2+\epsilon)} \;. \tag{A.5}$$

Navedimo sada eksplicitne rezultate za neke od integrala:

$$I^0_{41} \equiv \frac{1}{16\pi^2 M_W^6} f^0_{41}(x_q)$$

$$= \frac{1}{16\pi^2 M_W^6} \left(\frac{-1 + 6x_q - 3x_q^2 - 2x_q^3 + 6x_q^2 \ln x_q}{6x_q^2 (x_q - 1)^4} \right) . \tag{A.6}$$

$$I_{41}^1 \equiv \frac{1}{16\pi^2 M_W^4} f_{41}^1(x_q)$$
$$= \frac{1}{16\pi^2 M_W^4} \left(\frac{2 + 3x_q - 6x_q^2 + x_q^3 + 6x_q \ln x_q}{6x_q^2 (x_q - 1)^4} \right) . \tag{A.7}$$

$$I_{21}^0 \equiv \frac{1}{16\pi^2 M_W^2} f_{21}^0(x_q)$$
$$= \frac{1}{16\pi^2 M_W^2} \left(\frac{1 - x_q + \ln x_q}{(x_q - 1)^2} \right) . \tag{A.8}$$

$$I_{21}^1 \equiv \frac{1}{16\pi^2} \left(f_{21}^1(x_q) - \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E - \ln \frac{M_W^2}{4\pi\mu^2} \right)$$
$$= \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{1 - x_q + 2x_q \ln x_q - x_q^2 \ln x_q}{(x_q - 1)^2} - \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E - \ln \frac{M_W^2}{4\pi\mu^2} \right) \tag{A.9}$$

$$I_{31}^1 \equiv \frac{1}{16\pi^2 M_W^2} f_{31}^1(x_q)$$
$$= \frac{1}{16\pi^2 M_W^2} \left(\frac{-3 + 4x_q - x_q^2 - 2\ln x_q}{2(x_q - 1)^3} \right) . \tag{A.10}$$

Dodatak B

Algebra u χPT pomoću računala

U ovom dodatku ćemo ukratko demonstrirati na koji je način, za proračune opisane u poglavlju 3, korišteno računalo. Pokažimo prvo na koji smo način došli do učinkovne Lagrangeove funkcije za proces $K_L \to \pi^0\pi^0\gamma\gamma$ dane u jednadžbi (3.62), odnosno trećim članom Lagrangeove funkcije (3.50). Primijetimo da, kako bismo pronašli vrh međudjelovanja tri mezona i dva fotona, moramo razviti matrice Σ^L_μ i Σ^R_μ u jed. (3.48) (vidi i jed. (3.13)) do trećeg reda u pionskim poljima. To čini cijeli račun dosta opsežnim pa smo ekstrakciju potrebnih članova obavili uz pomoć *Mathematica* jezika za računalnu algebru (Wolfram, 1988).

Prvo, slika B.1, definiramo osnovne objekte s kojima radimo: matrice mase M iz jed. (3.3) i naboja Q iz jed. (3.7) te matricu projekcije $\Delta S = 1$ prijelaza λ_+(≡`Lp`). Isto tako mezonsku matricu Π iz (3.5) i njene derivacije definiramo pomoću sljedeće korespondencije:

$$
\begin{aligned}
\Pi &\longrightarrow \texttt{P[0]} \equiv \texttt{P0}\\
\partial_\mu \Pi &\longrightarrow \texttt{P[1]} \equiv \texttt{P1}\\
\partial_\nu \Pi &\longrightarrow \texttt{P[2]} \equiv \texttt{P2}\\
\partial_\alpha \Pi &\longrightarrow \texttt{P[3]} \equiv \texttt{P3}
\end{aligned}
$$

Nakon toga, slika B.2, učitamo paket *NCAlgebra* koji omogućuje rad sa nekomutirajućim objektima, te definiramo matrice `P0, P1, P2 i Q` kao nekomutirajuće, a `F, A i e`, koji simbolički reprezentiraju tenzor elektromagnetskog polja $F_{\mu\nu}$, elektromagnetsko polje A_μ i naboj elektrona e, kao komutirajuće objekte.

Sada, slika B.3, razvijemo Σ^L_μ i Σ^L_μ do trećeg reda u mezonskim poljima.

```
Trag[m_]:=Sum[m[[i, i]], {i, Length[m]}];
M=DiagonalMatrix[{mu, md, ms}];
Q=DiagonalMatrix[{2/3, -1/3, -1/3}];
Lp={{0 ,0, 0}, {0, 0, 1}, {0, 0, 0}};
PM[i_]:={{pi0[i]/Sqrt[2]+et[i]/Sqrt[6], pip[i], kap[i]},
    {pim[i], -pi0[i]/Sqrt[2]+et[i]/Sqrt[6], ka0[i]},
    {kam[i], ka0b[i], -2*et[i]/Sqrt[6]}};
P[i_]:=PM[i]/Sqrt[2];
MatrixForm[PM[0]]
```

Out[23]//MatrixForm=

```
 et[0]     pi0[0]
------- + -------   pip[0]                 kap[0]
Sqrt[6]   Sqrt[2]
                     et[0]     pi0[0]
pim[0]              ------- - -------      ka0[0]
                    Sqrt[6]   Sqrt[2]
                                                   2
kam[0]              ka0b[0]                -(Sqrt[-] et[0])
                                                   3
```

Slika B.1: Računalni ispis.

```
<<NCAlgebra.m

SetNonCommutative[P0, P1, P2, Q];
SetCommutative[F, A, e];
U0=(1 + 2*I/F*P0 - 2/F^2*P0**P0 - 4*I/3/F^3*P0**P0**P0);
UH0=(1 - 2*I/F*P0 - 2/F^2*P0**P0 + 4*I/3/F^3*P0**P0**P0);
U1=(2*I/F*P1 - 2/F^2*(P0**P1+P1**P0)
     - 4*I/3/F^3*(P0**P0**P1+P0**P1**P0+P1**P0**P0));
UH1=(-2*I/F*P1 - 2/F^2*(P0**P1+P1**P0)
     + 4*I/3/F^3*(P0**P0**P1+P0**P1**P0+P1**P0**P0));
U2=(2*I/F*P2- 2/F^2*(P0**P2+P2**P0)
     - 4*I/3/F^3*(P0**P0**P2+P0**P2**P0+P2**P0**P0));
UH2=(-2*I/F*P2 - 2/F^2*(P0**P2+P2**P0)
     + 4*I/3/F^3*(P0**P0**P2+P0**P2**P0+P2**P0**P0));
```

Slika B.2: Računalni ispis.

```
NCExpand[UH0**U1];
SigL=Take[%, 6]
NCExpand[U0**UH1];
SigR=Take[%, 6]

                                                4 I
2 I P1   2 P0 ** P1   2 P1 ** P0   --- P0 ** P0 ** P1
------ + ---------- - ---------- -  3
  F           2            2         ------------------ +
             F            F                  3
                                            F
  8 I                      4 I
  --- P0 ** P1 ** P0      --- P1 ** P0 ** P0
   3                        3
  -------------------- -  --------------------
           3                        3
          F                        F

                                                 4 I
-2 I P1   2 P0 ** P1   2 P1 ** P0   --- P0 ** P0 ** P1
------- + ---------- - ---------- +  3
   F           2            2         ------------------ -
              F            F                  3
                                             F
  8 I                      4 I
  --- P0 ** P1 ** P0      --- P1 ** P0 ** P0
   3                        3
  -------------------- +  --------------------
           3                        3
          F                        F
```

Slika B.3: Računalni ispis.

Dakle, donji dio ove slike predstavlja sljedeće rezultate:

$$\Sigma^L_\mu = \frac{2i}{f_\pi}\partial_\mu\Pi + \frac{2}{f_\pi^2}\Big[\Pi\partial_\mu\Pi - (\partial_\mu\Pi)\Pi\Big] + \frac{4i}{3f_\pi^3}\Big[2\Pi(\partial_\mu\Pi)\Pi - \Pi^2\partial_\mu\Pi - (\partial_\mu\Pi)\Pi^2\Big]\ , \tag{B.1}$$

$$\Sigma^R_\mu = -\frac{2i}{f_\pi}\partial_\mu\Pi + \frac{2}{f_\pi^2}\Big[\Pi\partial_\mu\Pi - (\partial_\mu\Pi)\Pi\Big] - \frac{4i}{3f_\pi^3}\Big[2\Pi(\partial_\mu\Pi)\Pi - \Pi^2\partial_\mu\Pi - (\partial_\mu\Pi)\Pi^2\Big]. \tag{B.2}$$

Istina, ovo ne bi bilo posebno teško izračunati i bez upotrebe računala, no to je samo priprema za, slika B.4, ekstrakciju iz Lagrangeove funkcije (3.48) članova relevantnih za procese sa tri mezona i dva fotona. Rezultat sa ove slike možemo napisati kao:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\rm WZW}(\Pi\Pi\Pi\gamma\gamma) = \frac{N_c e^2}{12\pi^2 f_\pi^3}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}F_{\nu\alpha}A_\beta {\rm Tr}\lambda_+\Big\{&(\partial_\mu\Pi)\Pi Q\Pi Q - (\partial_\mu\Pi)\Pi^2 Q^2 - \\ &-(\partial_\mu\Pi)Q\Pi^2 Q + \Pi(\partial_\mu\Pi)\Pi Q^2 + \Pi(\partial_\mu\Pi)Q\Pi Q - \\ &-\Pi^2(\partial_\mu\Pi)Q^2\Big\}\ .\end{aligned} \tag{B.3}$$

(Radi jednostavnosti, $\lambda_+ \equiv$`Lp` se ne pojavljuje na slici već se podrazumijeva da on množi čitav izraz s lijeve strane.)

```
NCExpand[(SigL-SigR)**Q**Q+1/2(SigL**UH0**Q**U0**Q-
                              SigR**U0**Q**UH0**Q)];
Coefficient[%, 1/F^3];
Simplify[%];
Nc/48/Pi^2/F^3*EpsFA*e^2*(-I)*%

-(e^2 EpsFA Nc (P0 ** P0 ** P1 ** Q ** Q - P0 ** P1 ** P0 ** Q ** Q -
       P0 ** P1 ** Q ** P0 ** Q + P1 ** P0 ** P0 ** Q ** Q -
       P1 ** P0 ** Q ** P0 ** Q + P1 ** Q ** P0 ** P0 ** Q)) / (12 F^3 Pi^2
```

Slika B.4: Računalni ispis.

Nakon svega ovog, potrebno je još samo uzeti trag u jed. (B.3) i identificirati članove koji doprinose procesu koji nas zanima. To je izvedeno na slici B.5. Odmah se vidi da procesu $K_L \to \pi^0\pi^0\gamma\gamma$ doprinose samo prvi i treći član u zadnjem redu te slike

$$-\frac{1}{36\sqrt{2}}(\partial_\mu \bar{K}^0)\pi^0\pi^0 + \frac{1}{36\sqrt{2}}\bar{K}^0\pi^0\partial_\mu\pi^0 \ ,$$

što onda odmah vodi na treći član u Lagrangeovoj funkciji (3.50), odnosno, u fizikalnoj kaonskoj bazi, na Lagrangeovu funkciju (3.62).

Sličnim postupkom možemo doći i do Lagrangeove funkcije (3.54) odnosno drugog člana u Lagrangeovoj funkciji (3.50), relevantnog za proces $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$. Posljednji korak prikazan je na slici B.6 gdje je traženi član treći u trećem redu:

$$-\frac{1}{6\sqrt{2}}\partial_\mu \bar{K}^0\partial_\nu\pi^-\partial_\alpha\pi^+ \ .$$

```
Expand[Trag[Lp.P[1].P[0].Q.P[0].Q - Lp.P[1].P[0].P[0].Q.Q -
  Lp.P[1].Q.P[0].P[0].Q + Lp.P[0].P[1].P[0].Q.Q +
  Lp.P[0].P[1].Q.P[0].Q - Lp.P[0].P[0].P[1].Q.Q]]
```

```
et[0] et[1] ka0b[0]   kam[1] kap[0] ka0b[0]   kam[0] kap[1] ka0b[0]
------------------- + --------------------- + --------------------- +
   12 Sqrt[2]               9 Sqrt[2]               9 Sqrt[2]

                   2       2
  ka0[1] ka0b[0]     et[0]  ka0b[1]   kam[0] kap[0] ka0b[1]
  ---------------- - -------------- - --------------------- -
     9 Sqrt[2]         12 Sqrt[2]          18 Sqrt[2]

  ka0[0] ka0b[0] ka0b[1]   et[1] kam[0] pip[0]   et[0] kam[1] pip[0]
  ---------------------- + ------------------- + ------------------- -
        9 Sqrt[2]               6 Sqrt[3]            12 Sqrt[3]

  Sqrt[2] ka0b[1] pim[0] pip[0]   ka0b[0] pim[1] pip[0]
  ----------------------------- - --------------------- +
                9                      18 Sqrt[2]

  et[0] kam[0] pip[1]   ka0b[0] pim[0] pip[1]   et[1] ka0b[0] pi0[0]
  ------------------- - --------------------- - -------------------- +
      12 Sqrt[3]              18 Sqrt[2]             12 Sqrt[6]

  et[0] ka0b[1] pi0[0]   kam[1] pip[0] pi0[0]   kam[0] pip[1] pi0[0]
  -------------------- - -------------------- - -------------------- -
       6 Sqrt[6]                  12                     12

                   2
  ka0b[1] pi0[0]     et[0] ka0b[0] pi0[1]   ka0b[0] pi0[0] pi0[1]
  ---------------- - -------------------- + ---------------------
     36 Sqrt[2]           12 Sqrt[6]              36 Sqrt[2]
```

Slika B.5: Računalni ispis.

In[31]:=

```
Expand[Trag[Lp.P[1].P[2].P[3].Q]]
```

Out[31]=

```
-(et[2] et[3] ka0b[1])   et[1] et[3] ka0b[2]   et[1] et[2] ka0b[3]
---------------------- + ------------------- - ------------------- -
      36 Sqrt[2]             18 Sqrt[2]             9 Sqrt[2]

 kam[1] kap[2] ka0b[3]   ka0[2] ka0b[1] ka0b[3]   et[3] kam[1] pip[2]
 --------------------- - ---------------------- - -------------------
       6 Sqrt[2]               6 Sqrt[2]              12 Sqrt[3]

 et[2] kam[1] pip[3]   et[1] kam[2] pip[3]   ka0b[1] pim[2] pip[3]
 ------------------- + ------------------- - --------------------- +
     12 Sqrt[3]             6 Sqrt[3]              6 Sqrt[2]

 et[3] ka0b[1] pi0[2]   kam[1] pip[3] pi0[2]   et[2] ka0b[1] pi0[3]
 -------------------- - -------------------- + -------------------- -
      12 Sqrt[6]                 12                 12 Sqrt[6]

 et[1] ka0b[2] pi0[3]   kam[1] pip[2] pi0[3]   ka0b[1] pi0[2] pi0[3]
 -------------------- + -------------------- - ---------------------
      6 Sqrt[6]                  12                 12 Sqrt[2]
```

Slika B.6: Računalni ispis.

Bibliografija

Adler, S. L. (1969), Axial-vector vertex in spinor electrodynamics, *Phys. Rev.* **177**(5), 2426–2438.

Barr et al. (1993), A new measurement of direct CP violation in the neutral kaon system, *Phys. Lett. B* **317**, 233–242, NA31 Collaboration.

Bell, J. S. i Jackiw, R. (1969), A PCAC puzzle: $\pi^0 \to \gamma\gamma$ in σ-model, *Nouvo Cimento* **60A**(1), 47–61.

Bijnens, J., Ecker, G. i Pich, A. (1992), The chiral anomaly in non-leptonic weak interactions, *Phys. Lett. B* **286**, 341–347.

Cronin, J. A. (1967), Phenomenological model of strong and weak interactions in chiral $U(3) \otimes U(3)$, *Phys. Rev.* **161**(5), 1483–1494.

Eeg, J. O., Nižić, B. i Picek, I. (1990), Direct CP violation in $K_{L,S} \to 2\gamma$ for a large top mass, *Phys. Lett. B* **244**(3,4), 513–518.

Eeg, J. O. i Picek, I. (1987), Short-distance CP-violating contributions to the $K_{L,S} \to \gamma\gamma$ processes, *Phys. Lett. B* **196**, 391–394.

Eeg, J. O. i Picek, I. (1993), Off-shell $s \to d$ transitions in K-decays, *Phys. Lett. B* **301**, 423–429.

Eeg, J. O. i Picek, I. (1994a), New contribution to anomalous radiative K^0-decays, *Phys. Lett. B* **323**, 193–200.

Eeg, J. O. i Picek, I. (1994b), Quark off-shell contributions to $K, B \to \gamma\gamma$ decays, u P. J. Bussey i I. G. Knowles (ur.), *Proceedings of the 27th Int. Conference on High Energy Physics*, str. 1325–1326, Glasgow.

Eeg, J. O. i Picek, I. (1994c), Quark off-shell effects in $B \to \gamma\gamma$ decays, *Phys. Lett. B* **336**, 549–554.

Forty, R. (1995), CP violation and $B\bar{B}$ mixing, u P. J. Bussey i I. G. Knowles (ur.), *Proceedings of the XXVII International Conference on High Energy Physics, Glasgow, 20–27 July 1994*, str. 171–184, London, IOP Publishing.

Gaillard, M. K. i Lee, B. W. (1974), Rare decay modes of the K mesons in gauge theories, *Phys. Rev. D* **10**(3), 897–916.

Gibbons et al. (1993), Measurement of the CP-violation parameter $\mathrm{Re}(\epsilon'/\epsilon)$, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1203–1206, E731 Collaboration.

Glashow, S. L., Iliopoulos, J. i Maiani, L. (1970), Weak interactions with lepton-hadron symmetry, *Phys. Rev. D* **2**(7), 1285–1292.

Gollin, G. D. i Hogan, W. P. (1995), New measurements of CP violation parameters as tests of CPT in K meson decay, u P. J. Bussey i I. G. Knowles (ur.), *Proceedings of the XXVII International Conference on High Energy Physics, Glasgow, 20–27 July 1994*, str. 735–737, London, IOP Publishing, FNAL E773 collaboration.

Grinstein, B., Springer, R. i Wise, M. B. (1990), Strong-interaction effects in weak radiative $\bar{B}$-meson decay, *Nucl. Phys. B* **339**, 269–309.

Horbatch, M. i Koniuk, R. (1993), Mass dependence and relativistic effects in two-photon widths of pseudoscalar quarkonium, *Phys. Rev. D* **47**(1), 210–213.

Horvat, R., Kekez, D., Klabučar, D. i Palle, D. (1991), Mesons as bilocal fields in the harmonic approximation: A reassessment, *Phys. Rev. D* **44**(5), 1585–1590.

Huang, K. (1982), *Quarks, Leptons and Gauge Fields*, World Scientific, Singapore.

Inami, T. i Lim, C. S. (1981), Effects of superheavy quarks and leptons in low-energy weak processes $K_l \to \mu\bar{\mu}$, $K^+ \to \pi^+\nu\bar{\nu}$ and $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$, *Prog. Theo. Phys.* **65**(1), 297–314, Errata: ibid, p. 1772.

Kalinovsky, Y. L., Kaschluhn, L. i Pervushin, V. N. (1989), A new QCD inspired version of the Nambu–Jona-Lasinio model, *Phys. Lett. B* **231**(3), 288–293.

Kekez, D. i Klabučar, D. (1996), Two-photon processes of pseudoscalar mesons in a Bethe-Salpeter approach, *Phys. Lett. B* in press.

Kekez, D., Klabučar, D., Kumerički, K. i Picek, I. (1995), Quark off-shell contributions to $K_L \to \gamma\gamma$ in a bound-state approach, *Phys. Lett. B* **348**, 239–246, hep-ph/9501350.

Kumerički, K. i Picek, I. (1995), Chiral anomaly route to the $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ decay, *Fizika B* **4**(3), 247–258.

Le Yaouanc, A., Oliver, L., Pène, O. i Raynal, J.-C. (1984), Spontaneous breaking of chiral symmetry for confining potentials, *Phys. Rev. D* **29**, 1233–1257.

Mertig, R., Böhm, M. i Denner, A. (1991), Feyncalc — Computer-algebraic calculation of Feynman amplitudes, *Comp. Phys. Comm.* **64**, 345–359.

Particle Data Group (1992), Review of particle properties, *Phys. Rev. D* **45**.

Pascual, P. i Tarrach, R. (1984), *QCD: Renormalization for the Practitioner*, Springer-Verlag.

Picek, I. (1991), CP violation in $K_{L,S} \to 2\gamma$ transitions, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **24A**, 101–110.

Ramberg et al. (1993), Simultaneous measurement of K_S and K_L decays into $\pi^+\pi^-\gamma$, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2525–2528, Fermilab E731 Collaboration.

Ritchie, J. L. i Wojcicki, S. G. (1993), Rare K decays, *Rev. Mod. Phys.* **65**(4), 1149–1197.

Wess, J. i Zumino, B. (1971), Consequences of anomalous Ward identities, *Phys. Lett. B* **37**, 95–97.

Witten, E. (1983), Global aspects of current algebra, *Nucl. Phys. B* **233**, 422–432.

Wolfram, S. (1988), *Mathematica: A System for Doing Mathematics by Computer*, Addison-Wesley.

Sažetak

Izračunate su učinkovne Lagrangeove funkcije za elektroslabe radijacijske prijelaze s kvarka u d kvark, uzevši u obzir i modifikacije zbog učinaka kvantne kromodinamike. Iste su primijenjene na račun doprinosa kvarkova izvan masene ljuske amplitudi raspada $K_L \to \gamma\gamma$. Račun je izveden u okviru bilokalnog pristupa vezanom stanju: simultano su rješavane Schwinger-Dysonova jednadžba (za dinamičko generiranje mase kvarka) i Bethe-Salpeterova jednadžba za bilokalni mezonski vrh. Dana je kvantitativna usporedba izvanmasene amplitude s konkurentnim prijelazom nedijagonalnog magnetskog dipolnog tipa. Također je opisan potencijalni doprinos radijacijskom raspadu $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ od strane poopćenog $\Delta S = 1$ WZW djelovanja.

Summary

Effective Lagrangian for electroweak radiative transitions of s quark in d quark is calculated, accounting also for the effects of quantum chromodynamics. This is then used in calculation of quark off-shell contributions to $K_L \to \gamma\gamma$ decay, which is done in a bilocal bound-state approach: Schwinger-Dyson equation (for dynamical generation of quark mass) and Bethe-Salpeter equation (for bilocal meson vertex) were solved simultaneously. Quantitative comparison of the off-shell amplitude with the transition of the off-diagonal magnetic dipole type is given. Possible contribution from generalized $\Delta S = 1$ WZW action to radiative $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ decay is also described.

Životopis

Rođen sam 30. listopada 1968. godine u Zagrebu. Osnovnu školu pohađao sam u Samoboru gdje i živim. Srednjoškolsko obrazovanje stekao sam u COUO za elektroniku, preciznu mehaniku i optiku "Ruđer Bošković" u Zagrebu.

Prirodoslovno–matematički fakultet u Zagrebu, smjer inžinjer fizike, upisao sam 1988. godine. Diplomirao sam 1993. godine pod stručnim vodstvom prof. Ivice Piceka s temom "Fermionsko–Higgsov sektor teorije elektroslabog međudjelovanja."

Iste godine sam se zaposlio kao znanstveni novak na Zavodu za teorijsku fiziku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu. Pored nastavnih zaduženja (držao sam vježbe iz kolegija Relativistička kvantna fizika, Uvod u energetiku, Simetrije u fizici te Kvantna fizika i struktura materije), aktivno sam sudjelovao u znanstvenim istraživanjima pod vodstvom prof. dr. Ivice Piceka.

Popis objavljenih radova

1. Kekez, D., Klabučar, D., Kumerički, K. i Picek, I. (1995), Quark off-shell contributions to $K_L \to \gamma\gamma$ in a bound-state approach, *Phys. Lett. B* **348**, 239–246, hep-ph/9501350.

2. Kumerički, K. i Picek, I. (1995), Chiral anomaly route to the $K_L \to \pi^+\pi^-\gamma$ decay, *Fizika B* **4**(3), 247–258.