Formalizam kovarijantnog faznog prostora

Grgur Šimunić

8. rujna 2016.

Sažetak

U semniaru definiramo difeomorfnu kovarijantnost Lagrangiana (definiranog na proizvoljnoj mnogostrukosti) te povezujemo tu difeomornu kovarijantnost sa zakonima očuvanja preko Noetherinog teorema. Konačno, to sve smo iskoristili da bi povezali difeomorfnu kovarijantnost Lagrangijana s entropijom crne rupe kao Noetherinim nabojem.

1 Lagrangian

Opće teoriju relativnosti moguće je formulirati koristeći lagrangijanski formalizam. Ideja je da postoji tzv. Lagrangian L takav da akcija

$$S(g_{ab}(x)) = \int_M L(g_{ab}, \nabla_a \nabla_b g_{cd})\epsilon \tag{1}$$

poprima ekstremalnu vrijednost. Ovdje je M 4-mnogostrukost prostor-vrijeme, g_{ab} metrika prostor, a ∇_a kovarijantna derivacija pridružena metrici. Bitno je napomenuti nekoliko razlika ovog Lagrangijana od uobičajenih oblika, npr. u teoriji polja. Prvo, ovaj Lagrangijan nije skalar, nego 4-forma. Drugo, uobičajeno je da je Lagrangijan funkcija polja i prve derivacije tog polja, dok u našem slučaju je Lagrangijan funkcija metrike (koja je polje koje prommatramo) i drugih derivacija metrike. Razlog tome je što je prva derivacija metrike jednaka nuli (po definiciji kovarijantne derivacije pridružene metrici), tj. $\nabla_a g_{bc} = 0$.

Standardna akcija u općoj teoriji relativnosti glasi:

$$S_G(g_{ab}(x)) = \frac{1}{16\pi G} \int R\sqrt{-g}\, \mathrm{d}^4x \tag{2}$$

gdje je R Riccijev skalar (koji ovisi o metrici), a g determinanta metrike. Faktor $\sqrt{-g}$ čini volumnu formu invarijantnom na koordinatne transformacije. Može se pokazati da je varijacija ove akcije po utjecajem varijacije metrike δg_{ab} jednaka:

$$\delta S_G = \frac{1}{16\pi G} \int \left(G_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu} + \nabla_\mu \nabla_\nu (-\delta g^{\mu\nu} + g^{\mu\nu} g_{\sigma\rho}\delta g^{\sigma\rho})\right) \sqrt{-g}\, \mathrm{d}^4x \tag{3}$$

gdje je $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - Rg_{\mu\nu}/2$ Einsteinov tenzor. Zadnja dva člana u podintegralnoj funkciji moguće je izbaciti uvođenjem rubnih članova u akciju. U nastavku ćemo pretpostaviti da je to učinjeno. Stoga dobivamo:

$$\delta S_G = \frac{1}{16\pi G} \int G_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu} \sqrt{-g}\, \mathrm{d}^4x \tag{4}$$

Uvjet da prva varijacija akcije mora iščezavati reproducira Einsteinovu jednadžbu u vakuumu:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_\mu = 0 \tag{5}$$

Gore navedena akcija S_G opisuje samo ponašanje metrike u vakuumu. Stoga ju je potrebno modificirati kako bi mogli uključiti utjecaj ostalih čestica i polja. Ukupna akcija tada poprima oblik:

$$S = \int \left(\frac{1}{16\pi G} R + \mathcal{L}_M \right) \sqrt{-g}\, \mathrm{d}^4 x \tag{6}$$

gdje je $\mathcal{L}_M$ gustoća Lagrangijana koja opisuje materiju. Uvedemo li tenzor energije i impulsa:

$$T^{\mu\nu} = 2 \frac{\delta S_M}{\delta g_{\mu\nu}} \tag{7}$$

varijacija akcije postaje:

$$\delta S = \int \left(\frac{1}{16\pi G} G_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} - \frac{1}{2} T_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} \right) \sqrt{-g}\, \mathrm{d}^4 x \tag{8}$$

pa iz uvjeta ekstremalizacije akcije dobivamo potpunu Einsteinovu jednadžbu:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \tag{9}$$

2 Difeomorfna invarijantnost Lagrangijana

Uzmimo m-mnogostrukost M. Promatramo Lagrangijan:

$$L = L\left(g_{ab}, \nabla'_{a_1} g_{ab}, \ldots, \nabla'_{(a_1} \ldots \nabla'_{a_k)} g_{ab}, \psi, \nabla'_{a_1} \psi, \ldots, \nabla'_{(a_1} \ldots \nabla'_{a_k)} \psi, \gamma \right) \tag{10}$$

gdje je g_{ab} metrika definirana na M, ψ skup svih ostalih dinamičkih polja, ∇' globalno definiran operator kovarijantne derivacije te γ skup svih nedinamičkih polja. U nastavku ćemo polja g_{ab} i ψ kolektivno označavati s ϕ. Nadalje, pretpostavit ćemo da je Lagrangijan difeomorfno-invarijantan, tj. pretpostavljamo da za sve difeomorfizme $f : M \to M$ vrijedi:

$$L(f^*(\phi)) = f^* L(\phi) \tag{11}$$

Pogledajmo sada još Lagrangijan (10). Kovarijantna derivacija ∇' koja se u njemu pojavljuje je definirana globalno, tj. na cijeloj mnogostrukosti M, ali općenito to nije derivacija pridružena metrici g_{ab}. Međutim, koristeći difeomorfnu invarijantnost, taj Lagrangijan možemo drugačije napisati. Neka je ∇ operator kovarijantne derivacije pridružen metrici g_{ab}. Tada prema [1], za Lagrangijan vrijedi:

$$L = L\left(g_{ab}, R_{abcd}, \nabla_{a_1} R_{abcd}, \ldots, \nabla_{(a_1} \ldots \nabla_{a_m)} R_{abcd}, \psi, \nabla_{a_1} \psi, \ldots, \nabla_{(a_1} \ldots \nabla_{a_l)} \psi \right) \tag{12}$$

gdje je $m = \max\{k-2, l-2\}$, a R_{abcd} Riemannov tenzor pridružen metrici g_{ab}.

Varijaciju ovog Lagrangijana moguće je napisati u sljedećem obliku:

$$\delta L = \epsilon \left(A_g^{ab} \delta g_{ab} + E_R^{abcd} \delta R_{abcd} + E_\psi \delta \psi \right) + \mathrm{d}\Theta \tag{13}$$

gdje su A_g^{ab}, E_R^{abcd} i E_ψ tenzorska polja, a $\tilde{\Theta}$ $(m-1)$-forma. Ovdje je bitno napomenuti da ukoliko ψ označava više od jednog polja, oznaka $E_\psi \delta\psi$ zapravo znači:

$$E_\psi \delta \psi = \sum_i E_{\psi_i} \delta \psi_i \tag{14}$$

Drugim riječima, moramo sumirati po svim poljima ψ_i, a E_ψ označava skup tenzorskih polja. Sve zajedno ćemo ovo pisati kao:

$$\delta L = E \delta \phi + \mathrm{d}\Theta \tag{15}$$

Diferencijalnu formu Θ nazivamo simplektičkom potencijalnom formom i odmah je moguće vidjeti iz izraza (13). Naime, dodamo li formi Θ proizvoljnu zatvorenu $(m-1)$-formu, varijacija Lagrangijana δL se ne mijenja. Općenito, na formi Θ je moguće napraviti sljedeću transformaciju:

$$\Theta \to \Theta + \delta\mu + \mathrm{d}Y(\phi, \delta\phi) \tag{16}$$

Ovdje je Y $(m-2)$-forma linearna u $\delta\phi$, a μ proizvoljna $(m-1)$-forma. Pri tome, dodavanje forme Y neće utjecati na varijaciju Lagrangijana, a dodavanje forme μ će dati sljedeću transformarciju u Lagrangijanu:

$$L \to L + \mathrm{d}\mu \tag{17}$$

U oba slučaja, "jednadžbe gibanja" se ne mijenjaju. Zbog ove neodređenosti u formi Θ, može se pokazati da je formu Θ uvijek moguće izabrati tako da ona bude kovarijantna, u sljedećem obliku:

$$\Theta = 2E_R^{bcd}\nabla_d \delta g_{bc} + \Theta' \tag{18}$$

gdje je:

$$\Theta' = S^{ab}(\phi)\delta g_{ab} + \sum_{i=0}^{n-1} T_i(\phi)^{abcda_1\ldots a_i}\delta\nabla_{(a_1}\ldots\nabla_{a_i)}R_{abcd} + \sum_{i=0}^{l-1} U_i(\phi)^{a_1\ldots a_i}\delta\nabla_{(a_1}\ldots\nabla_{a_i)}\psi \tag{19}$$

Pri tome u S, T_i i U_i tenzorska polja koja nakon svih gornjih kontrakcija daju $(m-1)$-forme.

Neka su nam sada zadane dvije nezavisne varijacije $\delta\phi_1$ i $\delta\phi_2$ polja ϕ. Sada definiramo $(m-1)$-formu koju nazivamo simplektičkom strujom:

$$\omega(\phi, \delta_1\phi, \delta_2\phi) = \delta_2\Theta(\phi, \delta_1\phi) - \delta_1\Theta(\phi, \delta_2\phi) \tag{20}$$

Ako je C proizvoljna Cauchyjeva površina, tada definiramo simplektičku formu:

$$\Omega(\phi, \delta_1\phi, \delta_2\phi) = \int_C \omega(\phi, \delta_1\phi, \delta_2\phi) \tag{21}$$

Pri tome, ukoliko gornji integral nije konačan (što se događa ako C nije kompaktan), potrebno je uvesti dodatna ograničenja na dinamička polja ϕ tako da bude konačan (npr. metrika u određenom limesu mora težiti ravnoj metrici). Nadalje, ti dodatni uvjeti se biraju tako da Ω ne ovisi o izboru C.

Još treba pogledati kako se Ω mijenja pod utjecajem transformacija (16). Očito forma μ neće utjecati na Ω, ali forma Y će inducirati transformaciju:

$$\Omega \to \Omega + \int_C \left(\delta_1 Y(\phi, \delta_2 Y) - \delta_2 Y(\phi, \delta_1 Y)\right) \tag{22}$$

Pri tome je svejedno što izaberemo kao Cauchyjevu površinu C. Zbog toga te uvjeta koje smo postavili na polja ϕ da bi osigurali postojanje Ω, slijedi da gornji integral iščezava. Stoga je Ω jedinstveno definiran unatoč neodređenosti u formi Θ.

3 Noetherin teorem

Neka je ξ proizvoljno vektorsko polje definirano na mnogostrukosti M. Promatramo varijaciju polja $\delta\phi = \pounds_\xi\phi$ gdje je $\pounds_\xi$ Liejeva derivacija. Iz difeomorfne invarijantnosti Lagrangijana tada slijedi da je varijacija Lagrangijana jednaka:

$$\delta L = \pounds_\xi L = \mathrm{d}(\xi L) \tag{23}$$

gdje u posljednjem izrazu podrazumijevamo kontrakciju vektorskog polja ξ s prvim indeksom Lagrangiana. Definiramo li struju J na sljedeći način (kao $(m-1)$-formu):

$$J = \Theta(\phi, \mathcal{L}_\xi \phi) - \xi \cdot L \tag{24}$$

dobivamo:

$$\mathrm{d}J = -E(\phi)\pounds_\xi \phi \tag{25}$$

Ovdje vidimo da je struja J očuvana kada god su zadovoljene jednadžbe gibanja ($E = 0$). Dakle, J je zatvorena forma za sva polja ξ. Stoga postoji $(m-2)$-forma Q takva da je $J = dQ$ pod uvjetom da su zadovoljene jednadžbe gibanja. Formu Q nazivamo Noetherinim naobojem, a formu J Noetherinom strujom. Odmah vidimo da imamo slobodu izbora forme Q do na aditivnu zatovorenu $(m-2)$-formu. Nadalje, naboj Q je uvijek moguće izraziti na sljedeći način:

$$Q = W_a(\phi)\xi^a + X^{ab}(\phi)\nabla_{[a}\xi_{b]} + Y(\phi, \pounds_\xi \phi) + dZ(\phi, \xi) \tag{26}$$

Ovdje je Y $(m-2)$-forma linearna u $\pounds_\xi \phi$, Z $(m-3)$-forma linearna u ξ, a W_a i X^{ab} tenzorska polja takva da nakon gornjih kontrakcija dobijemo $(m-2)$-forme. Da bi ovo pokazali, prvo biramo Θ u obliku (18). To možemo iskoristiti da bi dobili:

$$J = 2E_R^{bcd}\nabla_d(\nabla_b\xi_c + \nabla_c\xi_b) + \Theta'(\phi, \pounds_\xi \phi) - \xi \cdot L \tag{27}$$

Budući da Θ' ovisi linearno o veličinama $\delta g_{ab}, \delta R_{abcd}, \delta \nabla R_{abcd}, ...$, slijedi da $\Theta'(\phi, \pounds_\xi \phi)$ ovisi linearno o ξ^a i $\nabla_b \xi^a$. Stoga J ovisi o ξ^a te prve dvije derivacije od ξ^a. Iz toga slijedi da Q ovisi o xi^a te o prvoj derivaciji od ξ^a. To objašnjava prva dva člana u izrazu za Q (druga dva ne postoje). To smo dobili za specijalan izbor Θ. U općenitom slučaju, Θ može imati i drugačiji oblik koji dobivamo već navedenim transformacijama iz specijalnog oblika koji smo bili odabrali u prvom slučaju. Te transformacije tada generiraju druga dva člana u izrazu za Q.

4 Prvi zakon mehanike crnih rupa

Neka je ϕ rješenje "jednadžbi gibanja", $\delta\phi$ varijacija tog polja te ξ^a proizvoljno vektorsko polje. Tada za varijaciju Noetherine struje dobivamo:

$$\delta J = \delta\Theta(\phi, \pounds_\xi \phi) - \pounds_\xi \Theta(\phi, \delta\phi) + \mathrm{d}(\xi \cdot \Theta(\phi, \delta\phi)) = \omega(\phi, \delta\phi, \pounds_\xi \phi) + \mathrm{d}(\xi \cdot \Theta) \tag{28}$$

Neka je H Hamiltonijan sistema za dinamiku generiranu poljem ξ^a. Tada imamo:

$$\delta H = \Omega(\phi, \delta\phi, \pounds_\xi \phi) = \delta \int_C J - \int_C \mathrm{d}(\xi \cdot \Theta) = \delta \int_C J - \int_\infty \xi \cdot \Theta \tag{29}$$

gdje je područje integracije u posljednjem integralu $(m-2)$-sfera u prostornoj beskonačnosti. Stoga, da bi Hamilotnijan H postojao, mora postojati $(m-1)$-forma B takva da je:

$$\delta \int_\infty \xi \cdot B = \int_\infty \xi \cdot \Theta \tag{30}$$

Tada je traženi Hamiltonijan jednak:

$$H = \int_C J - \int_\infty \xi \cdot B \tag{31}$$

Pretpostavimo sada da varijacija $\delta\phi$ zadovoljava linearizirane jednadžbe gibanja te da je ξ simetrija svih dinamičkih polja, tj. $\pounds_\xi \phi = 0$. Tada je J prava Noetherina struja te postoji Noetherin naboj Q takav da je $J = dQ$. Hamiltonijan tada poprima oblik:

$$H = \int_\infty (Q - \xi \cdot B) \tag{32}$$

Dakle, Hamiltonijan je zadan čistim "površinskim članom". Iz toga slijedi:

$$\int_{\partial C} (\delta Q - \xi \cdot \Theta) = 0 \tag{33}$$

Pretpostavimo sada da je ξ^a asimptotski vremenska translacija, postoji B (a time i Hamiltonijan) te da integral u izrazu (32) konvergira. Definiramo kanonsku energiju $\mathcal{E}$ kao vrijednost Hamilotnijana:

$$\mathcal{E} = \int_{\infty} (Q(t) - t \cdot B) \tag{34}$$

gdje je $t^a = \xi^a$, ali naglašavamo da je riječ o vremenskoj translaciji. Ovdje ϵ interpretiramo kao energiju pridruženu asimptotski ravnom području za bilo koje rješenje. Izračunajmo ϵ za "vakuumsku opću relativnost", tj. kada je Lagrangian dan izrazom:

$$L_{abcd} = \frac{1}{16\pi} R \epsilon_{abcd} \tag{35}$$

Iz toga slijedi simplektička potencijalna forma:

$$\Theta_{abc} = \frac{1}{16\pi} g^{de} g^{fh} (\nabla_f \delta g_{eh} - \nabla_e \delta g_{fh}) \epsilon_{dabc} \tag{36}$$

Pripadna Noetherina struja tada glasi:

$$J_{abc} = \frac{1}{8\pi} \epsilon_{dabc} \nabla_e \nabla^{[e} t^{d]} \tag{37}$$

iz čega slijedi Noetherin naboj:

$$Q_{ab} = -\frac{1}{16\pi} \epsilon_{abcd} \nabla^c t^d \tag{38}$$

Promatramo metriku g_{ab} koja je asimptotski ravna što znači da postoji koordinatni sustav u kojem je:

$$g_{\mu} = \eta_{\mu} + O(1/r) \tag{39}$$

gdje je η_{ab} ravna metrika. Pri tome koristimo sferni koordinatni sustav s vremenskom komponentom t i radijalnom komponentom r. Tada je gornji vektor t^a zapravo element baze u ovom sustavu $(\partial/\partial t)^a$. Kao područje integracije biramo sferu s konstantnim t i r uz $r \to \infty$. Tada je:

$$\int_{\infty} Q(t) = -\frac{1}{16\pi} \int_{\infty} \mathrm{d}S \left(\frac{\partial g_{tt}}{\partial r} - \frac{\partial g_{rt}}{\partial t} \right) \tag{40}$$

Još treba izračunati drugi član u izrazu za $\mathcal{E}$. Krećemo od sljedećeg integrala:

$$\begin{aligned} \int_{\infty} t^a \Theta_{abc} &= -\frac{1}{16\pi} \int_{\infty} \mathrm{d}S \, r_d g^{de} g^{fh} (\nabla_f \delta g_{eh} - \nabla_e \delta g_{fh}) = \\ &= -\frac{1}{16\pi} \delta \int_{\infty} \mathrm{d}S \, \Big((\partial_r g_{tt} - \partial_t g_{rt}) + r^k h^{ij} (\partial_i h_{kj} - \partial_k h_{ij}) \Big) \end{aligned} \tag{41}$$

gdje je $r^a = (\partial/\partial r)^a$, a h_{ij} prostorna metrika. Iz toga slijedi da za B možemo izabrati:

$$t^a B_{abc} = -\frac{1}{16\pi} \tilde{\epsilon}_{bc} \Big((\partial_r g_{tt} - \partial_t g_{rt}) + r^k h^{ij} (\partial_i h_{kj} - \partial_k h_{ij}) \Big) \tag{42}$$

gdje je $\tilde{\epsilon}_{bc}$ volumna 2-forma za sferu u beskonačnosti. Konačno, za kanonsku energiju dobijemo:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{16\pi} \int_{\infty} \mathrm{d}S \, r^k h^{ij} (\partial_i h_{kj} - \partial_k h_{ij}) \tag{43}$$

Dobiveni izraz interpretiramo kao masu asimptotskog područja.

Izaberimo sada $\xi^a = \varphi^a$ umjesto $\xi^a = t^a$ gdje φ^a pretstavlja asimptotske rotacije. Sferu u beskonačnosti biramo tako da je uvijek tangencijalna na vektor φ^a tako da član $\varphi \cdot \Theta$ nestaje. Sada definiramo kanonski moment impulsa kao:

$$\mathcal{J} = -\int_{\infty} Q(\varphi) \tag{44}$$

Neka je ξ^a Killingovo polje koje iščezava na bifurkacijskoj $(n-2)$-površini Σ tako da je:

$$\xi^a = t^a + \Omega_H^{(\mu)} \varphi^a_{(\mu)} \tag{45}$$

pri čemu je t^a stacionarno Killingovo polje s jediničnom normom u beskonačnosti, $\varphi^a_{(\mu)}$ familija aksijalnih Killingovih polja, a $\Omega_H^{(\mu)}$ "kutne brzine horizonta". Ako je Ξ asimptotski ravna hiperpovršina koja kao rub ima površinu Σ, onda vrijedi:

$$\delta \int_{\Sigma} Q(\xi) = \delta\mathcal{E} - \Omega_H^{(\mu)} \delta\mathcal{J}_{(\mu)} \tag{46}$$

Definiramo sada:

$$S = 2\pi \int_{\Sigma} X^{cd} \epsilon_{cd} \tag{47}$$

gdje je X^{cd} definiran izrazom (26), a ϵ_{cd} volumna forma okomita na Σ. Tada je moguće pokazati da vrijedi:

$$\frac{\kappa}{2\pi} \delta S = \delta\mathcal{E} - \Omega_H^{(\mu)} \delta\mathcal{J}_{(\mu)} \tag{48}$$

gdje je κ površinska gravitacija crne rupe. Ovdje smo Σ izabrali kao bifurkacijsku površinu. Ali za stacionarne crne rupe sa bifurkacijskim horizontom, integral od Q je neovisan o izboru presjeka horizonta. Nadalje, definiramo li za proizvoljni presjek horizonta Σ' entropiju crne rupe kao:

$$S(\Sigma') = 2\pi \int_{\Sigma'} X^{cd} \epsilon'_{cd} \tag{49}$$

tada je S neovisan o izboru Σ'. Naime, X^{cd} je invarijantan na jednoparametarsku grupu izometrija χ_t generiranu s ξ^a, tj. $S(\chi_t(\Sigma')) = S(\Sigma')$. Ali za $t \to -\infty$, $\chi_t(\Sigma')$ se približava bifurkacijskoj površini Σ pa je $S(\Sigma') = S(\Sigma)$ kao što smo već rekli. Napomenimo još jednom da ovo vrijedi samo za stacionarne perturbacije. U slučaju nestacionarnih perturbacija S je potrebno izvrjednjavati na bifurkacijskom površini Σ.

Pogledajmo sada malo detaljnije slučaj nestacionarnih crnih rupa. Općenito, entropiju takve crne rupe tražimo u obliku:

$$S_d(C) = \int_C \tilde{X}^{cd}(\phi) \epsilon_{cd} \tag{50}$$

gdje je C proizvoljan presjek horizonta događaja, a $\tilde{X}^{cd}$ difeomorfno kovarijantna $(m-2)$-forma. Navedena entropija mora zadovoljavati nekoliko svojstava. Prvo, u slučaju stacionarne crne rupe, mora biti $S_d(C) = S(C)$. Drugo, za varijaciju entropije crne rupe (ne nužno stacionarne) mora biti $\delta S_d = \delta S$. Treće, S_d mora biti invarijantno na transformaciju koja Lagrangianu dodaje egzaktnu m-formu. I konačno, S_d mora poštivati drugi zakon termodinamike, tj. S_d se ne smije smanjivati u vremenu.

Od ova četiri uvjeta, sa zadnjim uvjetom nastaju problemi. Naime, drugi zakon termodinamike ne vrijedi uvijek i nije posve jasno koje uvjete je potrebno dodatno uvesti da bi on bio zadovoljen. Stoga se u nastavku nećemo obazirati na taj posljednji uvjet te umjesto toga tražiti S_d koji zadovoljava samo prva tri uvjeta.

Pokušamo li staviti $\tilde{X}^{cd} = X^{cd}$, nastat će problemi u tome što X^{cd} nije jedinstveno definiran. Ta neodređenost je nebitna za stacionarne crne rupe, ali kao što smo već napomenuli, ona je vrlo bitna za nestacionarne crne rupe. Sljedeći pokušaj bi bio da pokušamo fiksirati vrijednost od X^{cd}, tj. izabrati jednu od svih mogućih opcija. No i tada nastaju problemi u tome da ne možemo zadovoljiti treći uvjet na S_d. Drugim rječima, ne možemo naći neki jednostavni način za definiciju S_d u traženom obliku. Umjesto toga se konstruiraju nova dinamička polja, ovisno o C, tako da C izgleda kao bifurkacijska površina stacionarne crne rupe. Drugim rječima, uvijek je moguće pronaći S_d u traženom obliku tako da su zadovoljena prva tri uvjeta na S_d. Tako npr. u slučaju vakuumske teorije moguće je pokazati da je S_d na površini C jednak četvrtini iznosa površine C. Nadalje, moguće je pokazati da ovaj S_d zadovoljava i drugi zakon termodinamike.

5 Zaključak

Krenuvši od definicije difeomorfno kovarijantnog Lagrangijana, pokazali smo da svaki takav Lagrangian i pripadne jednadžbe gibanja uvijek možemo zapisati u eksplicitno kovarijantnom obliku. Nadalje, vidjeli smo vezu između difeomorfne kovarijantnosti i zakona očuvanja (Noetherin teorem) te na kraju razvijenu teoriju primjenili na crne rupe kako bi mogli definirati entropiju crne rupe kao Noetherin naboj.

Literatura

[1] V. Iyer, R.M. Wald: Some properties of the Noether charge, Phys. Rev. D 50 (1994) 846–864

[2] R.M. Wald: Black hole entropy is the Noether charge, Phys. Rev. D 48 (1993) R3427