Skalarna kosa crnih rupa

Sara Zeko

kolovoz, 2021.
Fizički odsjek, Prirodoslovno-matematički fakultet, Bijenička 32, Zagreb

Sažetak

Rad daje kratki pregled (kronološkim slijedom) osnovnih ideja o hipotezi "crne rupe nemaju kosu" (eng. *"no-hair" conjecture*) koja se pojavila sedamdesetih godina prošlog stoljeća. Grubo govoreći, hipoteza tvrdi da je za opis crne rupe dovoljno poznavati tek tri parametra: masa, zamah, električni naboj. Ovo bi, među ostalim, uputilo i na gubitak informacija u crnoj rupi, budući da bi crne rupe nastale različitim procesima od različite materije mogle biti identične. Prve dokaze ponudio je Bekenstein, potaknut teoremima o jedinstvenosti (primjerice, Schwarzschildovog prostorvremena kao statičnog, sfernosimetričnog, asimptotski ravnog vakuumskog rješenja Einsteinovih jednadžbi). Daljnji dokazi bili su proširenja prvih Bekensteinovih: u jednima od njih, sam Bekenstein dovodi do prve kose (konformne kose) izmjenom pretpostavke o vezanju polja i gravitacije, a Sudarsky je konstruirao način analize mogućnosti netrivijalnih sfernosimetričnih rješenja za crne rupe u Einstein-Higgsovoj i Einstein-Yang-Millsovoj teoriji te pokazao njihovo nepostojanje. Svi potonji dokazi dobiveni su uz niz pretpostavki čijim se mijenjanjem bitno mijenja i rezultat. S naglaskom na skalarnu kosu crnih rupa, dan je pregled nađenih kosa crnih rupa gdje je posebno zanimljiv rezultat Herderia i Radua budući da je riječ o kompleksnom skalarnom polju vezanom uz bozonske zvijezde. Jedan od ključnih problema jest i nestabilnost kose, ali neke od nađenih jesu stabilne. Novi rezultati govore o promjenjivom ponašanju kose kod gotovo ekstremalnih crnih rupa i stabilnim kosama kod ekstremalnih crnih rupa, a Hawking piše i o mekoj kosi. Očekuju se skore eksperimentalne provjere.

1 Uvod

Opća teorija relativnosti predviđa crne rupe - gravitacijske objekte koji su rezultat potpunog gravitacijskog kolapsa materije. Uz njih se vežu mnoge zanimljivosti, među kojima je i pretpostavka da se njihovo konačno stanje može opisati s tek tri[1] parametra (masa, zamah i električni naboj). Potonje je poznato pod teoremom naziva "crne rupe nemaju kosu", odnosno *"no-hair theorem"*. Kasnije se, zbog grubih pretpostavki teorema i manjka rigoroznog analitičkog dokaza, *teorem* preimenovao i postao poznatiji kao *nagađanje* (eng. *conjecture*). Prema ovoj hipotezi (dalje u tekstu: *NH* hipoteza), pretpostavimo li dvije crne rupe istih masa, električnih naboja i kutnih količina gibanja, one bi bile identične neovisno o svom nastanku i onomu od čega su nastale. Dakle, njihovo konačno stanje bilo bi potpuno opisano navedenim parametrima, bez potrebnih dodatnih informacija za potpun opis prostorvremena - *kose* koja predstavlja svako polje pridruženo crnoj rupi, a koje doprinosi površinskom integralu u prostornoj beskonačnosti (analogno Gaussovom zakonu u elektrostatici).

Zanimljivo je i da, ako crne rupe imaju *kosu*, moglo bi se govoriti i o rješenju *informacijskog paradoksa* (eng. *information paradox*) crnih rupa nastalog 70-ih godina prošlog stoljeća pri pokušaju opisa događaja na rubu crnih rupa kvantnom mehanikom. Grubo govoreći, ako crne rupe nemaju kosu i njihovo stanje je određeno samo navedenim trima parametrima, tada bi informacije o nastanku crne rupe trebale biti nedohvatljive i "zauvijek izgubljene".

1.1 Kratki povijesni kontekst

NH hipoteza ima začetke još u teoremima jedinstvenosti Israela[1] (za statična rješenja Einsteinovih vakuumskih i elektrovakuumskih jednadžbi) i Cartera [2] (za stacionarna). Potom su Wheeler i Ruffini[3] predložili pretpostavku o trima parametrima koji definiraju konačno stanje crne rupe. Prve dokaze, promatrane u sljedećem poglavlju, ponudio je Bekenstein[4][5]koji je, prema riječima Wheelera, još kao student prvi upotrijebio naziv *kosa*. Međutim, kako će se pokazati u nastavku, ovi su teoremi temeljeni na pojedinim pretpostavkama o poljima i simetriji rješenja. Pokazalo se mnogo težim postulirati opći NH teorem, nego promatrati konkretne slučajeve. Istih godina, ovom temom bave se Hawking, Wald i drugi. Pojavljuje se ideja o Hawkingovom zračenju, a desetljećima kasnije, 2016. godine Hawking sa suradnicima piše članak[7] o "mekoj kosi" crnih rupa. Ipak, još ne postoji potpun zadovoljavajući odgovor na održivost kose crne rupe - iako je očito da crne rupe mogu imati kosu, većina njih je nestabilna, mikroskopski mala ili odstupa od opće teorije relativnosti. Očekuju se eksperimentalne provjere rezultata.

[1] Detektira li se magnetski naboj, bio bi to četvrti parametar.

1.2 Kosa

Crna rupa je dio prostorvremena nastao kastastrofalnim kolapsom zvijezde na kraju njene termonuklearne evolucije, odvojen od svog eksterijera horizontom događaja koji funkcionira poput jednosmjerne membrane - čestice i svjetlost ne mogu izaći. Ipak, odavde ne slijedi da su sve informacije izgubljene. Vanjska polja pridružena crnoj rupi mogu dati informacije o crnoj rupi, primjerice, električno polje crne rupe daje informaciju o naboju crne rupe. Kako je ranije spomenuto, kosa crne rupe bile bi sve dodatne informacije (izuzev mase, zamaha i naboja crne rupe) potrebne za potpun opis prostorvremena, odnosno, svako polje pridruženo crnoj rupi koje trne dovoljno sporo da bi doprinijelo integralu po prostornoj beskonačnosti. To svojstvo zadovoljavaju masa, zamah i naboj, ali se u kontekstu NH hipoteze ne nazivaju kosom. U literaturi se nerijetko spominju izrazi *primarna* i *sekundarna* kosa, gdje je primarna kosa vezana uz neki novi parametar, a sekundarna je prikaziva pomoću tri primarna parametra (masa, zamah, naboj). Postojanje kose neke crne rupe značilo bi očuvanje dijela informacija o crnoj rupi te mogućnost interakcije osim gravitacijske s crnim rupama.

2 NH hipoteza

2.1 Bekensteinov dokaz o nepostojanju barionskog broja za statične crne rupe

2.1.1 Formalizam

Nakon Wheelerovog postuliranja da crne rupe ne bi trebale imati dobro definiran barionski broj, Bekenstein pokazuje da statična crna rupa ne može imati nikakvo klasično skalarno ili maseno vektorsko polje (u okviru nekih pretpostavki). U svom radu [3] Bekenstein navodi kako je u obzir uzeo modifikacije koje bi proizašle iz kvantne mehanike te zaključuje da crna rupa ne može interagirati s vanjskim svijetom putem virtualnih mezona (poput π i μ, uzevši u obzir da je mion prepoznat kao elementarna čestica 70-ih godina prošlog stoljeća).

Bekenstein, jednostavnosti radi, fokusira se na vanjštinu stacionarne (neovisne o vremenu) crne rupe koja nema stranog materijala poput prašine ili zračenja ("gola" crna rupa). Konkretno, bira Kerr-Newmanove crne rupe (nabijene, rotirajuće) opisane s upravo tri parametra: masa (dalje u tekstu M), električni naboj (dalje u tekstu Q), zamah (dalje u tekstu J). Ranije spomenuti teoremi o jedinstvenosti rješenja za statična i stacionarna rješenja Einsteinovih vakuumskih i elektrovakuumskih jednadžbi (Israel, Carter) pokazali su da su ta tri parametra dovoljna za opis konačnog stanja gole statične Kerr-Newmanove crne rupe. U ovom članku (o nepostojanju barionskog broja za statične crne rupe) pokazuje kako statičnoj, goloj crnoj rupi ne može biti pridruženo nikakvo vanjsko klasično maseno ili bezmaseno skalarno polje, niti vanjsko klasično maseno vektorsko polje, što vrijedi i za nabijena i neutralna polja, za jednu ili više crnih rupa te funkcionira i u Brans-Dickeovoj teoriji. Moglo bi se pretpostaviti, u analogiji s nabojem crne rupe i njenim elektromagnetskim poljem, da bi crna rupa koja je nastala od jezgri stelarnog materijala trebala imati pridruženo vanjsko mezonsko polje. Ovo bi narušilo NH hipotezu, ali uz Bekensteinove pretpostavke, NH hipoteza je dokazana.

Jedna od Bekensteinovih pretpostavki je i stacionarnost - Bekenstein promatra crnu rupu kod koje su sva moguća tvar i polja izračeni ili izbačeni na velike udaljenost ili apsorbirani od strane crne rupe. Tada su izvan crne rupe (u njenom eksterijeru) preostala samo ona polja intrinzično vezana uz crnu rupu, a koja će postati stacionarna. Nadalje, Bekenstein pretpostavlja da su horizont i njegova vanjština nesingularni - ovo temelji na još jednom, tada aktualnom nagađanju/hipotezi (eng. *conjecture*) koje tvrdi da su "svi singulariteti skriveni u crnim rupama". Također, budući da je crna rupa lokaliziran objekt, Bekenstein pretpostavlja da je odgovarajuće prostorvrijeme asimptotski ravno[2]. Topologiju horizonta događaja Bekenstein ne specificira, ali ga tretira kao jednosmjernu membranu i pretpostavlja sljedeće: sve krivulje koje povezuju točku unutar crne rupe s točkom izvan crne rupe, moraju u barem jednoj točki presijecati horizont događaja. Ukratko, vanjština gole crne rupe je stacionarni asimptotski ravan dio prostorvremena, lišen materije, polja, zračenja, singulariteta omeđen nesingularnim horizontom događaja koji je svjetlosna hiperploha.

Bekenstein koristi jedinice u kojima je

$$G = c = \hbar = 1, \tag{1}$$

a duljina je mjerena u Planckovim duljinama. Sva polja su bez izvora (budući da je isključena materija iz okoline crne rupe). Biramo koordinate x^μ i tenzor metrike $g_{\mu\nu}$ koji je neovisan o vremenu x^0. Činjenica da je horizont svjetlosna hiperploha možemo izraziti s $ds_\mu ds^\mu = 0$, gdje je ds_μ vektor tangentan na hiperplohu. Horizont je opisan nekom funkcijom $F(x^i)$ koja zadovoljava $F(x^i) = 0$ što odražava stacionarnost.

[2] Asimptotski ravno prostorvrijeme je Lorentzova mnogostrukost gdje, grubo govoreći, zakrivljenost nestaje na velikim udaljenostima od nekog područja, pa je na velikim udaljenostima geometrija prostorvremena Minkowskog.

Označimo lokalna polja u okolini crne rupe s Φ_k i zapišimo djelovanje gustoće lagranžijana $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{S} = \int \mathcal{L}(\Phi_k, \Phi_{k,\mu})\sqrt{-g}d^4x. \tag{2}$$

Varijacijski princip $\delta \int \mathcal{L}(-g)^{1/2}d^4x = 0$ daje jednadžbe gibanja polja:

$$\sqrt{-g}(\sqrt{-g}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_{k,\mu}})_{,\mu} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_k} = 0. \tag{3}$$

Množenjem s $\Phi_k\sqrt{-g}$ i integriranjem po okolini crne rupe dobivamo:

$$\int_{\mathcal{E}} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_k}\Phi_k\sqrt{-g}d^4x - \int_{\mathcal{E}} (\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_{k,\mu}})_{,\mu}\Phi_k\sqrt{-g}d^4x = 0, \tag{4}$$

gdje je $\mathcal{E}$ okolina crne rupe, čiji se rub $\partial\mathcal{E}$ sastoji od horizonta i beskonačnosti (prostorne i buduće i prošle vremenske). Raspisom drugog člana i korištenjem Stokesovog teorema slijedi:

$$\sum_k \Big(\int_{\mathcal{E}} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_k}\Phi_k\sqrt{-g}d^4x + \int_{\mathcal{E}} \Phi_{k,\mu}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_{k,\mu}}\sqrt{-g}d^4x - \int_{\partial\mathcal{E}} ds_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_{k,\mu}}\Phi_k\Big) = 0. \tag{5}$$

Prateći Bekensteinov dokaz uvodimo pokratu

$$b^\mu = \sum_k \Phi_k \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_{k}}_{,\mu}, \tag{6}$$

što mijenja izraz u:

$$-\int b^\mu ds_\mu + \sum_k \Big(\int_{\mathcal{E}} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_k}\Phi_k\sqrt{-g}d^4x + \int_{\mathcal{E}} \Phi_{k,\mu}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_{k,\mu}}\sqrt{-g}d^4x\Big) = 0. \tag{7}$$

Sada želimo pokazati da prvi član iščezava[3]. Budući da je pažnja na nerotirajućim statičnim crnim rupama (a kasnije ćemo govoriti i o poopćenju na stacionarne crne rupe), tada možemo postaviti g^{0i} i g_{0i} tako da iščezavaju. Činjenica da je horizont događaja svjetlosna hiperploha daje $g_{ij}ds^ids^j = 0$ na horizontu. Nadalje, možemo pisati $b^\mu ds_\mu = g_{ij}b^ids^i$, a može se pokazati[4] i da je metrika pozitivno definitna na okolini crne rupe. Upotrebom Schwarz-Cauchy-Bunyakowsky (SCB) nejednakosti dobivamo:

$$(g_{ij}ds^ib^j) \leq (g_{ij}ds^ids^j)(g_{ij}b^ib^j) = 0 \tag{8}$$

i slijedi $g_{ij}ds^ib^j = g_{\mu\nu}ds^\mu b^\nu = 0$.

[3] U nekim izvorima[10][8] integral je rastavljen po rubu.

Iz svega navedenog, zaključujemo da će $b^\mu ds_\mu$ iščezavati na horizontu za sve slučajeve koje promatramo u Bekensteinovim dokazima. Također, za sva fizikalno relevantna polja b^μ će padati s $\frac{1}{r^3}$ za bezmasena i eksponencijano za masena polja. Zbog toga iščezava prvi član u (7). Stoga, jednadžba (7) daje:

$$\sum_k \Big(\int_{\mathcal{E}} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_k} \Phi_k + \Phi_{k,\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_{k,\mu}} \Big) \sqrt{-g} d^4x \ = 0. \tag{9}$$

2.1.2 Realno skalarno polje

Ovdje ćemo se ograničiti na **realna** skalarna polja[4] radi osnovnog razumijevanja koncepta. Neka promatrano skalarno polje ima masu $m > 0$ i pripadajući potencijal $V = m^2\Phi^2$, tada je opisano gustoćom lagranžijana

$$\mathcal{L} = \frac{-1}{2}(\Phi_{,\alpha}\Phi^{\alpha} + V(\Phi)). \tag{10}$$

Odnosno, uvrštavanjem izraza za $V(\Phi)$:

$$\mathcal{L} = \frac{-1}{2}(\Phi_{,\alpha}\Phi^{\alpha} + m^2\Phi^2). \tag{11}$$

Uvrstimo li

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi} = -\frac{1}{2}\frac{\partial V}{\partial \Phi} \tag{12}$$

i

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_{,\mu}} = -\Phi^{\mu} \tag{13}$$

u jednadnžbu gibanja polja (3) slijedi:

$$\Phi^{;\mu}_{,\mu} - m^2\Phi = 0, \tag{14}$$

što je poopćena (na zakrivljeni prostor) Klein-Gordonova jednadžba. Promotrimo li tenzor energije i impulsa skalarnog polja

$$T_{\mu\nu} = \frac{-2}{\sqrt{g}}\frac{\delta S}{\delta g^{\mu\nu}} = \Phi_{,\mu}\Phi_{,\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(\Phi_{,\alpha}\Phi^{,\alpha} + m^2\Phi^2), \tag{15}$$

vidimo da će u statičnom slučaju biti statičan, što implicira $\Phi_{,0} = 0$. Prema definiciji (6) $b_\mu = -\Phi\Phi_{,\mu}$ pa slijedi $b^0 = 0$. Preostaje pokazati da je $b^2 = \Phi^2\Phi_{,\mu}\Phi^{\mu}$ omeđeno na horizontu.

[4]Za kompleksna skalarna polja i nasljeđivanje simetrije pogledati izvore[10][13]. Pokaže se da, uz Bekensteinove pretpostavke, nabijeno skalarno kompleksno polje opisano vektorskim potencijalom iščezava u okolini crne rupe, što zbog baždarnih sloboda vrijedi u svim baždarenjima. Analogan postupak vrijedi i za kompleksno neutralno skalarno polje.

Slijede skalarne veličine:

$$T = g^{\mu\nu} T_{\mu\nu} = \Phi_{,\mu}\Phi^{,\mu} - 2(\Phi_{,\alpha}\Phi^{,\alpha} + V) = -\Phi_{,\alpha}\Phi^{,\alpha} - 2V, \tag{16}$$

$$T^2 = (\Phi_{,\mu}\Phi^{,\mu})^2 + 4V^2 + 4V \cdot (\Phi_{,\mu}\Phi^{,\mu}), \tag{17}$$

$$T_{\mu\nu}T^{\mu\nu} = (\Phi_{,\mu}\Phi^{,\mu})^2 + V^2 + V \cdot (\Phi_{,\mu}\Phi^{,\mu}) \tag{18}$$

pomoću kojih se može izraziti $\Phi_{,\mu}\Phi^{,\mu}$ i V:

$$\Phi_{,\mu}\Phi^{,\mu} = \sqrt{\frac{4}{3}T_{\mu\nu}T^{\mu\nu} - \frac{1}{3}T^2} \tag{19}$$

$$V = m^2\Phi^2 = -\frac{1}{2}T - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{3}T_{\mu\nu}T^{\mu\nu} - \frac{1}{3}T^2}. \tag{20}$$

Općenito, fizikalni skalari, specijalno T i $T_{\mu\nu}T^{\mu\nu}$ nesingularni su, to jest, regularni, i omeđeni na horizontu. Odavde slijedi i da je $b^{\mu}_{\mu} = \Phi^2\Phi_{,\mu}\Phi^{,\mu}$ također omeđen i regularan na horizontu. Uz ranije spomenute uvjete statičnog slučaja, jednadžba (9) daje:

$$\int_{\mathcal{E}} (g_{ij}\Phi^i\Phi^j + m^2\Phi^2)\sqrt{-g}d^4x \ = 0. \tag{21}$$

Kako je g_{ij} pozitivno definitna na $\mathcal{E}$, da bi jednadžba bila zadovoljena, Φ mora iščezavati u čitavoj okolini crne rupe, pod pretpostavkom $m > 0$. Za bezmaseno skalarno polje, situacija je nešto delikatnija. Tada (19) ne osigurava omeđenost Φ^2 na horizontu, a jednadžba (14) u bezmasenom slučaju definira Φ samo do na konstantu. Nametne li se rubni uvjet da Φ iščezava asimptotski, Φ^2 se može interpretirati kao invarijantna vjerojatnost gustoće za skalarne mezone, drugim riječima, fizikalnim argumentom došli bismo do interpretacije Φ^2 kao fizikalnog skalara koji kao takav mora biti omeđen na horizontu. Bekenstein alternativno nudi mogućnost zahtjeva da je Φ^2 omeđen, kao razumnog objašnjenja. Tada se istom procedurom kao za maseno skalarno polje ustanovi da Φ iščezava u vanjštini crne rupe, ali ne iščezava aditivna konstanta do na koju jednadžba (14) definira Φ. Rješenje tog problema ponudio je Chase[11] drugom metodom.

Ukratko i nešto drugačije[8]: za statičnu crnu rupu čiji je horizont događaja hiperploha svjetlosnog tipa i za polje Φ koje je minimalno vezano uz gravitaciju, skalarno polje mora zadovoljavati jednadžbu gibanja u odgovarajućoj metrici prostorvremena:

$$\nabla^{\mu}\nabla_{\mu}\Phi = \frac{\partial V}{\partial \Phi}. \tag{22}$$

Množenjem s Φ i integriranjem po cijeloj okolini $\mathcal{E}$, slijedi

$$\int_{\mathcal{E}} \big(-\Phi\nabla^{\mu}\nabla_{\mu}\Phi + \Phi\frac{\partial V}{\partial \Phi}\big)\sqrt{-g}d^4x \tag{23}$$

$$= \int_{\mathcal{E}} \big(\nabla^{\mu}\nabla_{\mu}\Phi + \Phi\frac{\partial V}{\partial \Phi}\big)\sqrt{-g}d^4x - \int_{\partial\mathcal{E}} \Phi\nabla^{\mu}\Phi ds_{\mu}. \tag{24}$$

Lako se pokaže da drugi član iščezava te da je jedini način da prvi član bude jednak nula, odnosno da jednadžba bude zadovoljena upravo $\Phi = 0$. Valja napomenuti kako ovi dokazi ne koriste Einsteinove jednadžbe već su temeljeni čisto na jednadžbi skalarnog polja i strukturi prostorvremena crne rupe i njezine okoline.

2.1.3 Vektorsko polje

Promotrimo realno vektorsko neutralno polje B_μ mase $m > 0$ kojem su pridruženi sljedeći tenzor polja i gustoća lagranžijana:

$$H_{\mu\nu} = B_{\nu,\mu} - B_{\mu,\nu} \tag{25}$$

$$\mathcal{L} = -\frac{H^{\mu\nu}H_{\mu\nu}}{16\pi} - m^2\frac{B^\mu_\mu}{8\pi} \tag{26}$$

Uz minimalno vezanje uz gravitaciju te uz (3) slijedi Proca[5] jednadžba u zakrivljenom prostoru.

$$H^{\mu\nu}_{;\nu} + m^2 B^\mu = 0. \tag{27}$$

B^μ je fizikalno polje budući da nije baždarno invarijantno, nego je jednadžbom (24) potpuno određeno iz $H^{\mu\nu}$. Definiramo pokratu b^μ te je izračunamo:

$$b^\mu \equiv B_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{\nu,\mu}} = -\frac{H^{\mu\nu}B_\nu}{4\pi}. \tag{28}$$

Ponovno, u statičnom slučaju vrijedi $b^0 = 0$, $b_\mu b^\nu$ je fizikalan skalar, a analizom iz prethodnog poglavlja slijedi:

$$\int_{\mathcal{E}} g_{00}\left[g_{ij}H^{0i}H^{0j} + m^2(B^0)^2\right]\sqrt{-g}d^4x = 0. \tag{29}$$

Kao u prošlom slučaju, svojstva g_{00} i g_{ij} navode na zaključak o negativno definitnoj podintegralnoj funkciji koja bi zadovoljila jednadžbu (26) samo ako H^{0i} i B^0 iščezavaju svugdje, stoga za neutralno maseno realno vektorsko polje vrijedi $B_\mu = 0$ za svu okolinu crne rupe. Za slučaj $m = 0$, B_μ je podređeno baždarnim transformacijama, i riječima Bekensteina, nema fizikalno značenje, zbog čega $b_\mu b^\nu$ nije općenito fizikalni skalar i ne mora biti omeđen na horizontu. Ovo rješenje sfernosimetrične statične crne rupe s bezmasenim neutralnim vektorskim poljem jest poznata Reissner-Nordströmova crna rupa. Kod kompleksnog nabijenog vektorskog polja, analognim se postupkom uz iste pretpostavke pokazuje da i takvo polje mora iščezavati u cijeloj okolini crne rupe.

[5] U teoriji polja i fizici elementarnih čestica, Proca (Procina) akcija opisuje spin-1 polje mase m u prostorvremenu Minkowskog. Odgovarajuća jednadžba je relativistička valna jednadžba - Proca (Procina) jednadžba[12].

Pokazano je, dakle, da za statičnu sfernosimetričnu crnu rupu ne postoji ni bezmasena skalarna ni masena vektorska, ni nabijena ni neutralna kosa. U zaključku, Bekenstein argumentira kako bi se rezultat mogao interpretirati tako da crna rupa ima barionski broj jednak nuli, ali tada to ne bi bilo konzistentno s crnom rupom koja je nastala od barionske materije. Ipak, u obzir treba uzeti brojne pretpostavke uzete za ovaj dokaz NH hipoteze.

2.2 Bekensteinov dokaz o nepostojanju barionskog broja za rotirajuće crne rupe

Nakon dokaza o nepostojanju barionskog broja za statične crne rupe, Bekenstein je objavio proširenje[5] koje bi se odnosilo i na rotirajuće, i dalje stacionarne crne rupe te pokazao da isto vrijedi i za masena mezonska polja spina 2. Zaključeno je kako je nemoguće da crna rupa interagira s vanjskim svijetom jakim interakcijama, a kao direktna posljedica je nemogućnost određivanja barionskog broja crne rupe vanjskim mjerenjima. Osim što se poziva na Wheelera, na Israel-Carterove hipoteze o jedinstvenostima rješenja, oslanja se i na konzistentnost rješenja u općoj teoriji relativnosti s onima u Brans-Dickeovoj teoriji gdje se poziva na Hawkingov rezultat - stacionarne crne rupe jednake su u dvjema teorijama. Konačno, tvrdi i (uz određene pretpostavke) da su stacionarne okoline pojedinačnih crnih rupa Kerr-Newmanova tipa čak i kada su jake interakcije "uključene". Što se slabih interakcija tiče, Hartle[14] je zaključio kako Kerrove crne rupe ne mogu interagirati s vanjskim svijetom slabom silom, a Teitelboim[15] je pokazao da, za sfernu simetriju, leptonski broj crne rupe ne može bit izmjeren izvana. Ovi rezultati također su u slaganju s NH hipotezom i ukazuju na jednostavnost crnih rupa (Kerr-Newmanova rješenja), dok je u ovim slučajevim $T_{\mu\nu}$ isključivo elektromagnetske prirode.

Slijedi sažeti prikaz Bekensteinovog dokaza u kojem promatramo maseno skalarno spin-2 mezonsko polje u okolini (zadržavamo postojeće oznake) rotirajuće stacionarne ($g_{\mu\nu} = 0$) crne rupe. Hawkingov[16] teorem, čije su pretpostavke zadovoljene i u ovom slučaju, osigurava osnosimetričnost okoline i dodaje da je horizont homeomorfan sferi. Okolinu crne rupe opisujemo koordinatnim sustavom za koji element duljine ima sljedeći oblik (pišemo metriku):

$$ds^2 = g_{tt}dt^2 + 2g_{t\phi}dtd\phi + g_{\phi\phi}d\phi^2 + W(d\rho^2 + dz^2), \tag{30}$$

gdje je t vrijeme, ϕ kutna varijabla, a $g_{\mu\nu,t} = g_{\mu\nu,\phi} = 0$ odnosno, ne ovise ni o t ni o ϕ. Uz pretpostavku da kauzalnost vrijedi svugdje u okolini crne rupe, mora vrijediti $g_{\phi\phi} >$ i $W > 0$.
Skalarno polje mase[6] m ima pripadnu gustoću lagranžijana

$$L = -\frac{1}{2}(\Phi_{,\mu}\Phi^{\mu}_{,} + m^2\Phi^2) \tag{31}$$

i zadovoljava Klein-Gordonovu jednadžbu:

$$\Phi_{,\mu}\Phi^{;\mu} - m^2\Phi = 0. \tag{32}$$

[6] tj. recipročne Comptonove valne duljine

Simetrije nalažu $n_t = n_\phi = 0$ gdje je n_μ normala horizonta (nesingularne svjetlosne hiperplohe) definirana ranije i $n_\mu n^\mu = 0 = g^{\mu\nu} n_\mu n_\nu = g_{\rho\rho} n_\rho n^\rho + g^{zz} n_z n_z$. Odavde slijedi:

$$\frac{1}{W}(d\rho^2 + dz^2) = 0. \tag{33}$$

Iz (29) i simetrija $\Phi_{,t} = \Phi_{,\phi} = 0$ dobivamo:

$$\Phi_{,\rho}^{;\rho} + \Phi_{,z}^{;z} - m^2\Phi = 0. \tag{34}$$

Izraz (31) pomnožen s $\Phi\sqrt{-g}d^4x$ i integriran po okolini $\mathcal{E}$ daje:

$$\int_{\mathcal{E}} \left[(W^{-1}\Phi_{,\rho}\sqrt{-g})_{,\rho}\Phi + (W^{-1}\Phi_{,z}\sqrt{-g})_{,z}\Phi - m^2\Phi^2\sqrt{-g}\right] d^4x = 0. \tag{35}$$

Raspisivanjem[10] zasebno prvog i drugog člana te primjenom Stokesovog teorema izraz se mijenja u

$$\int_{\partial\mathcal{E}} W^{-1}\Phi(\Phi_{,\rho}n_\rho + \Phi_{,z}n_z)ds = \int_{\mathcal{E}} \left[(\Phi_{,\rho}^2 + \Phi_{,z}^2)W^{-1} + m^2\Phi^2\right]\sqrt{-g}d^4x. \tag{36}$$

Iz SCB nejednakosti i (27) dobiva se :

$$\left[W^{-1}\Phi(\Phi_{,\rho}n_\rho + \Phi_{,z}n_z)\right]^2 \leq W^{-2}\Phi^2(\Phi_{,\rho}^2 + \Phi_{,z}^2)(n_{,\rho}^2 + n_z^2) = 0 \tag{37}$$

Uzmemo li u obzir pretpostavke i uvjete stavljene na W ($W > 0$ zbog kauzalnosti), desna strana iščezava samo ako na cijeloj okolini vrijedi $\Phi = 0$.

2.3 O Bekensteinovom novom (poopćenom) dokazu NH hipoteze

Israel[1]-Carterovi[2] teoremi o jedinstvenosti, Wheelerove postavke[3] NH hipoteze te Bekensteinovi dokazi (kao i drugi radovi poput doprinosa Walda, Hawkinga, Pricea, Chasea, Hartlea[14] i Teitelboima[15]) uvelike su utjecali na daljnji razvoj fizike crnih rupa - primjerice, rezultat da je crna rupa opisana sa samo nekoliko parametara pokazao se ključnim u formulaciji termodinamike crnih rupa. Ranije, Bekensteinovi dokazi isključili su, uz određene pretpostavke, skalarna, masivna vektorska i spin-2 polja iz okoline crne rupe. Međutim, napretkom čestične fizike, pretpostavke starijih teorema postale su zastarjele i, kao posljedica, pronađena su rješenja za crne rupe s različitim *kosama.* Među njima su i crne rupe s poljima Yang-Mills, Proca-Yang-Mills i Skyrme u različitim kombinacijama s Higgsovim poljem. Neke, ali ne i sve od tih kosa crnih rupa su nestabilne. U ranijim Bekensteinovim dokazima NH hipoteze, nisu u obzir uzeta skalarna polja kompliciranih oblika, dok su saznanja fizike elementarnih čestica pokazala da to može biti slučaj. Naime, kako smo ranije vidjeli, u prvim Bekensteinovim dokazima među ključnima je bila nenegativnost prve derivacije potencijala ($V' \geq 0$) što je funkcioniralo sa skalarnim poljima koja zadovoljavaju Klein-Gordonovu jednadžbu. U novom, poopćenom dokazu NH hipoteze, objavljenom 1995. godine, Bekensteinu je od interesa Higgsovo polje za čiji potencijal na nekim područjima vrijedi $V' < 0$. Bekenstein, stoga, promatra Higgsovo polje čiji potencijal ima dvije jame, a vrlo se lako poopći i na više jama. Uzmu li se sljedeće pretpostavke: statična, asimptotski ravna, sfernosimetrična metrika, minimalno vezanje polja za gravitaciju i nenegativna gustoća energije polja te promatra li se djelovanje multipleta skalarnih polja, sličnim postupkom kao u prvom potpoglavlju dolazi se do dokaza.[7] Zaključno, rezultat bi usmjerio na sljedeće: iako su široke pretpostavke teorema, postoje polja za koja vrijedi. Za Einsteinove jednadžbe u prisutnosti tih polja gustoća energije ne mora biti nužno pozitivna pa se teorem ne može primijeniti. Zbog toga, iako rezultat ne dopušta Higgsovu kosu, ostavlja prostora za druge.

3 Proširnje Sudarskog za NH hipotezu

Usprkos dotadašnjem uvjerenju, ostvarena su otkrića da netrivijalna statična rješenja za crne rupe postoje u Einstein-Yang-Millsovoj teoriji, Einstein-Skyrmeovoj teoriji, Einstein-Yang-Millsovoj teoriji dilatacije i Einstein-Yang-Mills-Higgsovoj teoriji. Ta su otkrića pokazala da NH nagađanje nije validno. Slijedom velikog interesa za NH hipotezu i povodom novih saznanja, D. Sudarsky[8] nudi jednostavan dokaz da, ako se ograničimo na sljedeće pretpostavke, ne postoje netrivijalne crne rupe s regularnim horizontom u Einstein-Higgsovoj teoriji s bilo kojim brojem skalarnih polja i arbitrarnim potencijalom (ili u Einstein-Yang-Millsovom slučaju daje ograničenje):

- sferno simetrična konfiguracija
- bilo koji broj skalarnih polja minimalno vezanih za gravitaciju
- potencijal je pozitivno-semidefinitan (treba zadovoljavati uvjet slabe energije)
- skalarna polja zadovoljavaju Einsteinove jednadžbe i doprinose samo tenzoru energije i impulsa.

Metoda koju Sudarsky koristi lako je primjenjiva na ostale terorije te to pokazuje na primjeru Einstein-Yang-Millsova slučaja gdje metoda ne daje rezultat NH hipoteze već donju granicu veličine regije s Yang-Millsovom strukturom u vidu radijusa horizonta događaja crne rupe.

[7] Za dokaz vidjeti izvor[6].

Sudarsky promatra slučaj specificiran akcijom

$$S = \int \sqrt{-g}\big[(\alpha)^{-1}R - (\frac{1}{2}\nabla^{\mu}\Phi_i\nabla_{\mu}\Phi_i - V(\Phi))\big] \tag{38}$$

gdje su korištene standardne oznake iz Einsteinove jednadžbe, to jest, R je Riccijev skalar, $\alpha = 16$, Φ_i su skalarna polja, a $V(\Phi)$ skalarni potencijal. Uzmimo slučaj netrivijalne, statične, sfernosimetrične crne rupe i promotrimo jednadžbe koje bi opisale to rješenje, ako postoji. Sudarsky uvodi najopćenitiju metriku za statično, sfernosimetrično prostorvrijeme crne rupe s regularnim horizontom

$$ds^2 = -N(x)^2dt^2 + d\sigma^2 = -N(x)^2dt^2 + r(x9)^2(d\theta^2 + sin(\theta)^2d\phi^2). \tag{39}$$

Daljnjim nametanjem pretpostavki reduciraju se Einsteinove jednadžbe. Korištenjem evolucijske jednadžbe za statična skalarna polja i manipulacijom Einsteinovih jednadžbi dobivaju se jednadžbe za skalarna polja čija rješenja ovise o vrijednosti Φ_i na horizontu. Razmatranje završava analizom tih vrijednosti i promatranjem ponašanja rješenja jednadžbi za skalarna polja. Zaključno se može napisati teorem.

Teorem. Statično, sfernosimetrično prostorvrijeme crne rupe s regularnim horizontom koje zadovoljava Einsteinove jednadžbe s materijalnim poljima

- danim nekim brojem skalarnih polja (pretpostavimo, klase C^2 na horizontu),
- s pozitivno-semidefinitnim potencijalom
- koji su minimalno vezani uz gravitaciju
- i koji zadovoljavaju svoje odgovarajuće statičke jednadžbe gibanja

nužno je trivijalno. Odnosno, prostorvrijeme je Schhwarzschildovo i skalarna polja su konstante te odgovaraju nuli potencijala.[8]

Sudarsky je zapravo konstruirao način analize mogućnosti netrivijalnih sferno simetričnih rješenja za crne rupe u Einstein-Higgsovoj i Einstein-Yang-Millsovoj teoriji i pokazao nepostojanje takvih rješenja.

[8] Dokaz u literaturi.[8]

4 Kose crnih rupa

Nakon osvrta i upoznavanja s temeljem dokaza NH hipoteze, lako se uviđa oslanjanje na mnoštvo vrlo važnih pretpostavki čija je opravdanost upitna. Kako i sam Bekenstein navodi, napretkom fizike elementarnih čestica dolazi do definiranja prvih kosa i NH nagađanje prestaje biti općeprihvaćeno. Dapače, danas govorimo i o više vrsta kosa, od kojih ćemo se posebno osvrnuti na **skalarnu** kosu crnih rupa. Neka osnovna podjela kose bila bi na neabelova, skalarna i ostala polja. Rezultati se razlikuju po izboru asimptotskog oblika prostorvremena, odnosno vrijednosti kozmološke konstante. Dobiveni rezultati, odnosno različita rješenja crnih rupa s kosom ukazuju na nedostatke prijašnjih dokaza i pokazuju se stabilnima. Kosa crnih rupa svakako otvara i nova pitanja u istraživanju crnih rupa. Prvi od primjera kose jest **konformna kosa** o kojoj govori Bekenstein u obliku bezmasenog konformnog skalarnog polja. Ovdje ćemo samo spomenuti što definira konformnu transformaciju (40) i konformno invarijantno polje (41):

$$g_{\mu\nu}(x) \to \Omega^2(x) g_{\mu\nu}(x), \tag{40}$$

gdje x označava sve koordinate, a Ω je neka funkcija. Neka je R skalar zakrivljenosti. Polje Φ je konformno invarijantno ako zadovoljava sljedeću jednakost:

$$\Phi^{;\alpha}_{,\alpha} - \frac{R}{6}\Phi = 0. \tag{41}$$

Ovo rješenje je ukazalo da neregularnost polja ne povlači nefizikalno rješenje.

Neabelova kosa su bezmasena baždarna polja s neabelovom interakcijom - za njih NH hipoteza neće nužno vrijediti. Potonje se može pokazati na primjeru Einstein-Yang-Millsova sustava s SU(2) baždarnom grupom.[17] Yasskin[18] je osmislio metodu kojom se konstruira skup rješenja vezanih za Einstein-Yang-Millsove jednadžbe bilo koje baždarne grupe s invarijantnom metrikom za svako rješenje Einstein-Maxwellovih jednadžbi, s tim da su pritom baždarna polja bezmaseni vektorski mezoni, a baždarni naboji su očuvane velične. Za U(1) grupu postoje Kerr-Newmanova rješenja, a kako je U(1) podgrupa od SU(2), očekivano, a i pokazano[18], sva ranije spomenuta rješenja Einstein-Yang-Millsove jednadžbe tada imaju Kerr-Newmanovu geometriju. Ova se rješenja nazivaju *uronjena abelova*[9], odnosno *obojene crne rupe*[10], a činjenica da su sva statična rješenja Einstein-Yang-Millsovih jednadžbi s konačnim nabojem boje urojena abelova (pokazano za SU(2) grupu) naziva se *neabelov teorem ćelavosti*. Naziv "obojene crne rupe" zadržan je usprkos neutralnosti rješenja, a odnosi se na sva rješenja Einstein-Yang-Millsova sustava neovisno o baždarnoj grupi. Einstein-Yang-Millsov sustav može se proširiti npr. dodavanjem dilatonskog polja pa se tada pripadna rješenja nazivaju *dilatonske obojene crne rupe*[10].

[9] SU(2) baždarni potencijal produkt je U1(diona) i konstantne matrice - svi nelinearni članovi baždarnih polja su nula.

[10] Naziv za uronjena U(1) rješenja Einstein-Yang-Millsovih jednadžbi. Nose konačni Yang-Millsov naboj, a generatori simetrije su gluoni - nosioci naboja boje.

Skyrme[19] je prvi pronašao crnu rupu s neabelovom kosom - rješenje Einstein-Skyrme modela Schwarzschildove geometrije gdje u lagranžijanu (invarjantnom na SU(2) $\times$ SU(2) transformaciju) imamo nelinearno materijalno polje[11]. Ova kosa je linearno stabilna. Stabilnost kose zapravo u dosta slučaja još nije poznata budući da na pitanje stabilnosti nije trivijalno odgovoriti, a ispituje se različitim načinima. Ipak, nosi fizikalnu važnost. *Skyrme kosa* je stabilna, ali njezina entropija je takva da bi se izgubila prilikom formacije crne rupe. Nestabilne kose na kozmičkim skalama vremena gotovo sigurno prelaze u vakuum.

Budući da su pronađena rješenja u Yang-Mills-Higgsovoj teoriji koja opisuju gravitacijske monopole[12], neabelova crna rupa može postojati u tim okvirima i ako je gravitacijski radijus manji od veličine monopola. *Crne rupe u monopolima* stoga su crne rupe s neabelovom kosom.

Neabelova kosa je i *Proca kosa* - maseno Yang-Millsovo polje koje interagira s gravitacijom.

Mekana kosa o kojoj piše Hawking[7] proizlazi iz supersimetrija u asimptotskom prostorvremenu Minkowskog. Prema Hawkingu (Perryju i Stromingeru), crne rupe trebale bi imati veliku količinu mekane kose - kose čija energija je nula te ju opisuje u vidu mekanih gravitona i fotona na horizontu crne rupe.

Pri promatranju i dokazivanju NH hipoteze za polja spina 2 zanemarivano je njihovo djelovanje na metriku zbog manjka mogućnosti postavljanja energijskog uvjeta. NH hipoteza za takva polja bila je u skladu s ranije spomenutim Hartleovim i Teitelboimovim rezultatima. Ipak, kosa u obliku *spin-2 polja* moguća je u određenim teorijama kao *gravitonska masena kosa* - u teorijama s masenim gravitonom. Među ostalim, spominju se i *kvantne kose* crnih rupa poput *aksionske kvantne kose*. Ona je nebaždarna, proizlazi iz rotacije crne rupe kod rotirajućih te iz postojanja električnog (i magnetskog naboja) kod nerotirajućih crnih rupa i ne modificira vakuumsku metriku.

4.1 Skalarna kosa crnih rupa

Skalarna kosa crnih rupa posebno je zanimljiv primjer budući da u literaturi nalazimo razne dokaze NH teorema za skalarna polja, a istovremeno i skalarne kose. Za centralni primjer skalarne kose promatrat ćemo crne rupe Kerr tipa prateći literaturu[9]. Herdeiro i Radu pokazuju da materijalna polja mogu Kerrovoj metrici dati kosu - permanentnu deformaciju koja zadržava horizont događaja regularnim, a prostorvrijeme asimptotski ravnim. Za ovaj slučaj promatrat ćemo kompleksno maseno skalarno polje minimalno vezano uz gravitaciju. Slične se "kosate" crne rupe mogu naći i u drugim modelima skalarnih polja s općenitijim samointerakcijama kakva se pojavljuju u teorijskoj (astro)fizici. Herdeiro i Radu tvrde da skalarne kose crnih rupa predstavljaju uvjerljivije astrofizičke kandidate od ostalih primjera "kosatih" crnih rupa. Metriku ostavljaju stacionarnom, osnosimetričnom u istom smislu kao Kerr, ali potpuna rješenja (uključujući materijalno polje) nisu sačuvana u tim izometri-

[11] sa svojstvima ujedinjena mezona i njihovih izvora

[12] 't Hooft–Polyakov monopol

jama[13] Zbog ovoga su takva rješenja kosatih crnih rupa van opsega NH hipoteza koje se mogu primijeniti na na stacionarna rješenja, ali budući da je metrika stacionarna, rješenja kosatih crnih rupa su ravnotežna stanja i mogu igrati ulogu u realističnim astrofizičkim procesima.

Akcija Einsteinove gravitacije minimalno vezane uz kompleksno maseno skalarno polje Φ (ponovno mase m) definirano je sljedećim izrazom:

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\big[\frac{1}{16\pi G}R - \Phi^*_{,\mu}\Phi^{,\mu} - m^2\Phi^*\Phi\big]. \tag{42}$$

Dobivene jednadžbe polja su Einstein-Klein-Gordon sustav

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi T_{\mu\nu}, \tag{43}$$

$$\Box\Phi = m^2\Phi, \tag{44}$$

gdje je $\Box$ d'Alembertov operator[14], $T_{\mu\nu}$ tenzor impulsa i energije skalarnog polja. Do Hardeira i Radua (2014.), jedina poznata rješenja bila su Kerrova rješenja s $\Phi = 0$. Promatraju perturbacije oko Kerrove metrike i traže rješenja Teukolskyjeve jednadžbe koja iščezavaju u prostornoj beskonačnosti, za linearizirani pristup. Rubni uvjet je da na horizontu događaja ($r = r_h$) može postojati samo ulazni val, za crne rupe Kerr tipa s kritičnom frekvencijom[15]

$$\omega_c = m\Omega_h, \tag{45}$$

gdje je Ω_h kutna brzina horizonta takva da za $\omega < \omega_c$ imaginarni dio ω postaje pozitivan. Za $\omega = \omega_c$, imaginarni dio frekvencije iščezava pa se može očekivati postojanje vezanih stanja. Takva stanja, nazvana *skalarni oblaci*, pronađena su za ekstremalne Kerrove crne rupe. U nelinearnom modelu koriste slobodu izbora ansatza skalarnog polja:

$$\Phi = \phi(r,\theta)^{i(a\phi - \omega t)}, \tag{46}$$

gdje je $\phi(r,\theta)$ realna funkcija, $\omega > 0$ frekvencija polja i a je cijeli broj - azimutalni broj namatanja. Činjenica da je dana ovisnost Φ o t i ϕ, implicira da tenzor energije i impulsa o istima ne ovisi, što je uvjet za stacionarnu i osnosimetričnu geometriju. $T_{\mu\nu}$ ovisi pak o ω i a pa će o njima ovisiti i geometrija.

[13]budući da su invarijantna samo pod akcijom jednog Killingovog vektorskog polja koje je tangentno na generatore nul-geodezika horizonta.

[14]$\Box = \pm\eta^{\mu\nu}\partial_\mu\partial\nu$

[15]Općenito, crne rupe ne podržavaju vezana stanja s realnom frekvencijom, ali podržavaju kvazivezana stanja s kompleksnom frekvencijom ω čiji je imaginarni dio negativan - ukazuje na opadanje polja ulaskom u crnu rupu.[9]

Promatranjem rubnih uvjeta problema[9] i zadržavanjem svih pretpostavki zaključuju se četiri ulazna parametra pri numeričkom rješavanju Einstein - Gordonovog sustava, a to su:

- broj namatanja $a \geq 1$
- broj čvorova polja n
- radijus horizonta događaja crne rupe r_h
- frekvencija polja ω.

Fiksiranjem prvog parametra, prebrisuje se prostor $r_h - \omega$ čime se definira domena postojanja "kosatih" crnih rupa koju jednim dijelom prekrivaju Kerrova rješenja, a drugim rotirajuće bozonske zvijezde. Jedini globalni parametri su masa i zamah te postoje kosate crne rupe s istim globalnim parametrima kao i Kerrove crne rupe. Uspoređujući kosate crne rupe i Kerrove crne rupe s istim globalnim parametrima (istom masom i istim zamahom), valja primijetiti da kosate od Kerrovih mogu imati veću entropiju što isključuje jedinstvenost i adijabatski raspad u Kerrovu crnu rupu. Analogno za bozonske zvijezde koje su stabilne konfiguracije kompleksnih skalarnih polja vezanih gravitacijom. Nadalje, crne rupe s kosom rješavaju problem dodavanja male crne rupe u centar bozonske zvijezde. Herderio i Radu analizu problema nastavljaju u sljedećem radu gdje podrobnije analiziraju simetrije polja i pozadinskog prostorvremena što je u suštini njihova točka razilaženja s Bekensteinom. Jesu li rješenja stabilna nije sasvim jasno, a za napomenuti je i da se granice stabilnosti i kakvoća stabilnosti nekih skalarnih kosa mijenjaju često i ovisno o vrijednosti kozmološke konstante.

Među skalarnim kosama u literaturi zastupljena je i *dilatonska* kosa, odnosno *dilatonske crne rupe*, ponuđene prvo od strane Gibbonsa[20], a NH hipoteza pobijena je za još mnoge slučajeve, među kojima je i *Higgsova kosa* koristeći netrivijalnu topologiju i konfiguraciju polja što mijenja pretpostvke u odnosu na Bekensteina (poglavlje 2.3).

5 Najnoviji rezultati

Burko i Khanna[22] (2021.) promatrali su skalarne perturbacije ekstremalnih Reissner-Nordstörmovih crnih rupa i skalarne ili gravitacijske perturbacije ekstremalne crne rupe Kerr tipa te pokazali da ekstremalne crne rupe Kerr tipa imaju gravitacijsku kosu koja se može mjeriti s konačnih udaljenosti što narušava teoreme jedinstvenosti. U principu bi ova kosa mogla biti detektirana detektorima gravitacijskih valova. Dvije godine ranije Burko[23], potaktnut rezultatima Agelopoulusa, Aretakisa i Gajića[24], proučava novi tip kose - ne skalarno polje, već određeni integral na derivaciji skalarnog polja na površini crne rupe, to jest, na horizontu događaja. Nakon što je pokazano da takva kosa vrijedi za ekstremalne[16] crne rupe[24], Burko se zainteresirao za crne rupe koje su gotovo

[16] Crne rupe koje rotiraju maksimalnom brzinom

ekstremalne. Naravno, od iznimne zanimljivosti je mogućnost eksperimentalne provjere dobivenih rezultata, ali Burko također dolazi do zanimljivog rezultata, to jest, svojstva gotovo-ekstremalnih crnih rupa: za gotovo-ekstremalne rotirajuće crne rupe, kosa je tranzijentno ponašanje. Povremeno, takve crne rupe ponašaju se kao ekstremalne, ali nekad i kao regularne - neekstremalne crne rupe. Zaključeno je da "gotovo-esktremalne" crne rupe koje imaju tendneciju da im "naraste kosa", izgubit će je i ponovno postati "ćelave". Burkov tim je za numeričke simulacije koristio sustav[17] koji je odrađivao 7 trilijuna radnji po sekundi, a proces je trajao tjednima. Burkov tim također razgovara o mogućim eksperimentalnim provjerama s obezervatorijima poput LIGO/VIRGO ili LISA.

Event Horizont Telescope mogao bi ponuditi podatke za stvaranje više informacija o kosi crnih rupa, štoviše, takve informacije se očekuju. Najavljeno je kako će EHT promatrati orbitalnu dinamiku zvijezda oko Sgr A* i, budu li mjerenja potvrdila da se kvadrupolni moment crne rupe može izraziti samo preko zamaha i mase, pokazat će se, u principu, da crna rupa u centru naše galaksije nema kosu. U suprotnom, Sgt A* ima kosu.

6 Zaključak

Kronološki smo promotrili NH hipotezu: od samih začetaka ideje o trima parametrima koji bi bili dovoljni za konačan opis stanja crne rupe, do danas. Počevši od Bekensteina, vidjeli smo kako se mijenjao pristup NH hipotezi te kako su naumi bili povećati broj slučajeva u kojima bi NH hipoteza vrijedila. Ipak, postignućima moderne fizike, naročito fizike elementarnih čestica, mnijenja o mogućnosti kose crnih rupa krenula su i u drugom smjeru pa se tako javlja niz teoretskih kosa crnih rupa.

Kosa crnih rupa još uvijek, čini se, više postavlja pitanja nego što na njih odgovara. NH hipoteza uvelike ovisi o snažnim pretpostavkama, simetriji i njenom nasljeđivanju, masenosti polja pa i regularnošću horizonta. Ne zaboravimo i da se među pretpostavkama nalazi i asimptotski ravno prostorvrijeme, kao i odnos gravitacije i polja. S druge strane, mnoge pronađene kose crnih rupa nisu stabilne. Tako se može reći kako NH hipoteza generalno ne vrijedi - crne rupe očito mogu imati kosu, u nekim slučajevima i stabilnu. Naravno, ove analize redovito počivaju na pojednostavljenjima za koja ne znamo vrijede li u prirodi, ali za neke znamo da ne vrijede u prirodi - primjerice, isključenje izvora polja u okolini crne rupe. Kosa crnih rupa, osim podvojenih rezultata izaziva i podvojene reakcije (npr. reakcije na [7]) i mišljenja o daljnjem postupanju u istraživanju ove teme pa tako Sudarsky (Núñez i Quavedo)[21] predlaže smanjenje općenitosti NH hipoteze ograničavanjem samo "duljine kose", to jest, tvrdi da crne rupe ne mogu imati "kratku kosu". Ovo bi značilo da postoji donja granica udaljenosti od crne rupe (Sudarsky navodi $\frac{3r_h}{2}$) do koje se kosa prostire. Čak i ovaj rezultat dobiven je na temelju velikih pretpostavki pa je ubrzo pokazano da ni ova vrsta NH hipoteze ne vrijedi općenito.

[17]Simulacije su koristile desetke najboljih grafičkih kartica, svaka s preko 5000 ćelija u paraleli.

Posebno smo promotrili skalarnu kosu crnih rupa koja se u nekom vidu pojavljuje i u novijim rezultatima[23]. Bekensteinov dokaz NH hipoteze za realno skalarno polje među prvim je dokazima NH hipoteze uopće. Potom slijede proširenja, a proširenje Sudarskog[8] također promatra skalarnu kosu i zaključuje da je nemoguća. Kasnije vidimo da to nije slučaj: osim što je skalarna kosa pronađena, nađeno je više vrsta skalarne kose od kojih su neke i stabilne. Skalarnom kosom crnih rupa definitivno je isključena jedinstvenost i riješen problem dodavanja male crne rupe u centar bozonske zvijezde.

Unatoč vremenu koje je prošlo od začetaka ove teme, ne postoji potpun odgovor na pitanje o kosi crnih rupa. Ipak, jasno je da crne rupe mogu imati kosu - u nekim slučajevima i stabilnu. Posrijedi je vrlo aktualno područje i novi rezultati daju nadu u skore eksperimentalne provjere i bolje numeričke simulacije. Postoji puno neodgovorenih pitanja i prostora za daljnje istraživanje, a Burkovi[23] rezultati usmjeravaju na mogućnost mjerenja kose s konačne udaljenosti. Ovo bi moglo značiti da će kosa crnih rupa eventualno moći dati neke informacije o crnoj rupi što bi možda moglo pomoći i razrješnju informacijskog paradoksa.

Literatura

[1] W. Israel, Phys. Rev. 164, 1776 (1967); Commun. Math. Phys. 8, 245 (1968)

[2] B. Carter, Phys. Rev. Lett. 26, 331 (1971)

[3] R. Ruffini i J. A. Wheeler, Phys. Today 24, 30 (1971)

[4] J.D. Bekenstein: Nonexistence of Baryon Number for Static Black Holes, Phys. Rev. D 5 (1972) 1239;

[5] J.D. Bekenstein: Nonexistence of Baryon Number for Black Holes. II, Phys. Rev. D 5 (1972) 2403

[6] J.D. Bekenstein: Novel “no-scalar-hair” theorem for black holes,Phys. Rev. D 51 (1995) R6608

[7] S. Hawking: Soft Hair on Black Holes, Phys. Rev. Lett. 116, 231301 (2016)

[8] D. Sudarsky: A simple proof of a no-hair theorem in Einstein-Higgs theory, Class. Qantum Grav. 12 (1995) 579

[9] C.A.R. Herdeiro, E. Radu: Kerr black holes with scalar hair, Phys. Rev. Lett. 112 (2014) 221101, [arXiv: 1403.2757]

[10] Bedić, Suzana: ”Kosa crnih rupa.” Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, 2016. *ht-tps://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:430497*

[11] Chase, J. E. Event horizons in static scalar-vacuum space-times. // Commun. math. phys. Vol. 19 (1970), str. 276-288

[12] Particle Physics (2nd Edition), B.R. Martin, G. Shaw, Manchester Physics, John Wiley Sons, 2008, ISBN 978-0-470-03294-7

[13] Smolić, I. Symmetry inheritance of scalar fields. // Class. Quant. Grav. Vol. 32, 14 (2015), str. 145010(19)

[14] Hartle, J. B. Long-range neutrino forces exerted by Kerr black holes. // Phys. Rev. D Vol. 3, 12 (1971), str. 2938-2940

[15] Teitelboim, C. Nonmeasurability of the lepton number of a black hole. // Lett. Al Nuovo Cim. Vol. 3, 10 (1972), str. 397-400

[16] S.W. Hawking, Commun. Math. Phys. 25, 152 (1972)

[17] Bartnik, R.; McKinnon, J. Particlelike solutions of the Einstein-Yang-Mills equations. // Phys. Rev. Lett. Vol. 61 (1988), str. 141-144

[18] Yasskin, P. B. Solutions for gravity coupled to masless gauge fields. // Phys. Rev. D Vol. 12, 8 (1975), str. 2212-2217

[19] Skyrme, T. H. R. A non-linear field theory. // Proc. R. Soc. Lond. A 260 (1961), str. 127-138

[20] Gibbons, G. W.; Maeda, K. Black holes and membranes in higher-dimensional theories with dilatonic fields.

[21] D. Núñez, H. Quevedo i D. Sudarsky, Phys. Rev. Lett. 76, 571 (1996

[22] Lior M. Burko, Gaurav Khanna, and Subir Sabharwal Scalar and gravitational hair for extreme Kerr black holes, Phys. Rev. D 103, L021502

[23] Lior M. Burko et al, Transient scalar hair for nearly extreme black holes, Physical Review Research (2019)

[24] Y. Angelopoulos, S. Aretakis, and D. Gajic, Horizon Hair of Extremal Black Holes and Measurements at Null Infinity, Phys. Rev. Lett. 121, 131102 (2018)