

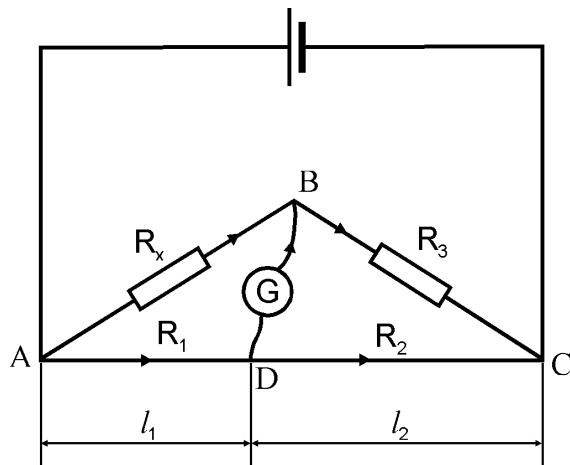
## E4. Wheatstoneov most

### 1. Ključni pojmovi

Kirchoffovi zakoni, otpor, napon, paralelni i serijski spoj otpornika, otpornost

### 2. Teorijski uvod

#### Wheatstoneov most



Slika 1. Shema Wheatstoneova mosta

Za precizno mjerjenje nepoznata otpora često rabimo Wheatstoneov most – električni sklop prikazan na slici 1. Otpor  $R = R_1 + R_2$  na toj slici predstavlja otpor jedne otporne žice duljine  $l = l_1 + l_2$ , homogena poprečna presjeka. Pomicanjem kliznog kontakta (točka D na slici), moguće je kontinuirano mijenjati omjer  $l_1/l_2$ , a time i omjer  $R_1/R_2$ . Pri razmatranju Wheatstoneova mosta poslužit ćemo se Kirchoffovim zakonima. Prvi Kirchoffov zakon kaže nam da je zbroj svih struja koje ulaze u neki čvor strujnoga kruga jednak nuli:

$$\sum_v I_v = 0. \quad (1)$$

Pritom struje koje izlaze iz čvora smatramo negativnim. Drugi Kirchoffov zakon opisuje neku zatvorenu strujnu petlju. U svakoj zatvorenoj strujnoj petlji

zbroj svih padova napona na otporima u toj petlji jednak je zbroju svih elektromotornih sila u njoj:

$$\sum_{\nu} (I_{\nu} R_{\nu} - U_{\nu}^e) = 0. \quad (2)$$

Označimo struje u Wheatstoneovu mostu istim indeksima koje imaju otpori kroz koje te struje prolaze. Odaberimo smjerove protjecanja struja kao na slici. Za čvor B vrijedi

$$I_x + I_G - I_3 = 0, \quad (3)$$

a za čvor D

$$I_1 - I_G - I_2 = 0. \quad (4)$$

Za petlju ABD imamo

$$R_x I_x - R_G I_G - R_1 I_1 = 0, \quad (5)$$

a za petlju BCD vrijedi

$$R_3 I_3 + R_G I_G - R_2 I_2 = 0. \quad (6)$$

Kliznim kontaktom uravnotežujemo Wheatstoneov most tako da galvanometrom ne teče struja, tj.  $I_G = 0$ . U uravnoteženome mostu, prema jednadžbi (3), vrijedi  $I_x = I_3$ , a prema jednadžbi (4) vrijedi  $I_1 = I_2$ . Jednadžbe (5) i (6) daju nam odnose

$$R_x = R_1 \frac{I_1}{I_x} = R_1 \frac{I_2}{I_3} \quad (5a)$$

i

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2}. \quad (6a)$$

Uvrštavanjem (6a) u (5a) dobivamo

$$R_x = R_3 \frac{R_1}{R_2} = R_3 \frac{l_1}{l_2}. \quad (7)$$

Ovdje smo uzeli u obzir da je omjer otpora  $R_1$  i  $R_2$  jednak omjeru duljina otporne žice s lijeve i desne strane kliznog kontakta ( $l_1$  i  $l_2$ ), jer je poprečni presjek te otporne žice konstantan.

### Kombiniranje otpornika

Spajanjem više otpornika u seriju, dobivamo zbroj otpora:

$$R_u = \sum_i R_i. \quad (8)$$

Ako otpornike spojimo u paralelu, ukupan otpor manji je od svakoga pojedinog otpora:

$$\frac{1}{R_u} = \sum_i \frac{1}{R_i}. \quad (9)$$

### Otpornost

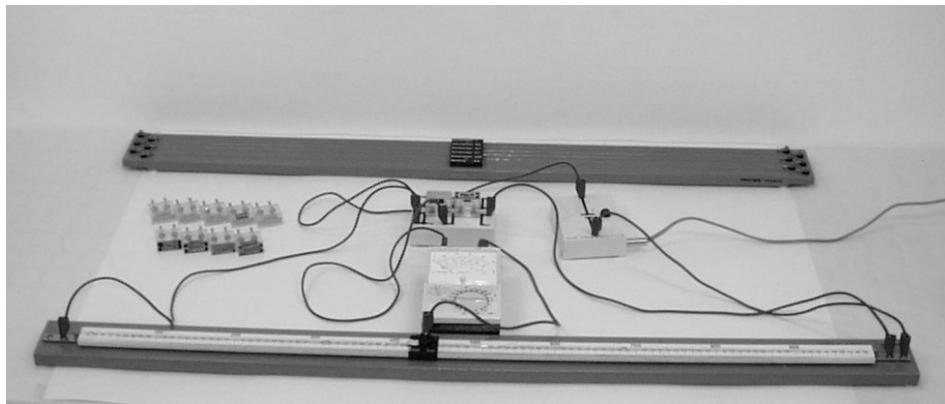
Otpor neke žice ovisi o njezinoj duljini  $l$ , poprečnom presjeku  $S$  i vrsti materijala, prema relaciji

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (10)$$

gdje je  $\rho$  otpornost danog materijala, a  $S = r^2\pi$  poprečni presjek žice.

### **3. Mjerni uređaj i mjerjenje**

Na raspolaganju nam je izvor istosmernog napona 4,5 V, otporna žica duljine  $l = 1\text{m}$  s kliznim kontaktom, mjerni instrument te niz otpornika poznatih i nepoznatih otpora. Također imamo 4 žice od konstantana različitih promjera poprečnog presjeka, i jednu mjedenu žicu promjera  $2r = 0,5\text{ mm}$ . Duljina tih žica također je 1m. Priložena je i kutija za spajanje otpornika na kojoj su crnom crtom spojene točke u kratkom spoju. Postav je prikazan na slici 2.



Slika 2. Mjerni postav

Neki nepoznati otpor možemo mjeriti s pomoću raznih poznatih otpora. Uvjerite se da je pouzdanost mjerjenja znatno smanjena kad je omjer  $l_1/l_2$  veoma velik ili veoma malen, tj. kad klizni kontakt dovedemo blizu kraja otporne žice. Najpreciznija mjerjenja otpora Wheatstoneovim mostom izvode se kad su otpori  $R_x$  i  $R_3$  usporedivi.

Pozor! Prilikom svake promjene nekog otpornika u strujnom krugu, treba isključiti izvor elektromotorne sile. Prije svakog uključivanja provjerite da je mjerni instrument postavljen na najmanju osjetljivost. Nakon uključivanja, postupno povećavajte osjetljivost radi točnijeg mjerjenja. Međutim, tada se više ne smiju praviti nagle i velike promjene otpora u mostu jer kazaljka instrumenta brzo izlazi iz mjernog područja, a može doći i do oštećenja instrumenta. Na završetku svakog mjerjenja najprije vratite instrument na najmanju osjetljivost, isključite izvor, a zatim mijenjajte elemente u krugu.

#### 4. Zadaci

1. Izmjerite nepoznate otpore  $R_x$ . Za svaki nepoznati otpor  $R_x$  pronađite najpogodniji od poznatih otpora  $R_3$  kako bi mjerjenje bilo što preciznije. Analizirajte pogreške.
2. Jedan od nepoznatih otpora izmjerite mjereći struju i napon kroz njega. Usporedite rezultat s onime iz prvog zadatka i analizirajte njegovu točnost.
3. Ponovno sastavite Wheatstoneov most. Sastavite po dvije serijske i paralelne kombinacije otpora  $R_x$  te provjerite valjanost relacija (8) i (9). Uvjerite se da nisu pogodne kombinacije otpora koji se razlikuju za red veličine ili više.
4. Wheatstoneovim mostom izmjerite otpore svih žica od konstantana. Nacrtajte graf ovisnosti logaritma otpora  $R$  o logaritmu polumjera poprečnog presjeka  $r$ . Provjerite ovisi li otpor žice o inverznom kvadratu njezina polumjera. Nacrtajte graf ovisnosti  $R$  o  $r^{-2}$  i metodom najmanjih kvadrata izračunajte otpornost konstantana  $\rho$ .
5. Izmjerite otpor mjestene žice i izračunajte otpornost mјedi.