

# 1.

## UVOD

Kako sam došla na ideju za temu za svoj diplomski rad iz fizike?

Kroz četverogodišnji studij matematike i fizike naučila sam mnogo novih, meni dosad nepoznatih podataka iz oba predmeta, i oba sam studija jednako zavoljela. Nisam se mogla odlučiti iz kojeg predmeta pisati diplomski rad jer su mi i matematika i fizika zanimljive i poučne svaka na svoj način.

Željela sam nešto što povezuje matematiku i fiziku i sjetila sam se grafova!

Pretraživala sam na internetu razna istraživanja provedena u školama u Americi o kinematici, odnosno o razumijevanju učeničke interpretacije grafova u kinematici.

Sva istraživanja su imala iste rezultate-učenici imaju poteškoća s razumijevanjem grafova!

Odlučila sam provesti isto istraživanje u našim školama i usporediti rezultate naših i njihovih istraživanja. Sastavila sam test za učenike osnovnih i srednjih škola koji su učili fiziku odnosno iz nastave su već učili kinematiku.

Podijelila sam učenicima testove i kroz dva tjedna sam sakupila dovoljno podataka o učeničkom razumijevanju grafova. Iskoristila sam to vrijeme provedeno u školi za upoznavanje učenika, upoznavanje rada u školi, promatrala sam način rada profesora u razredu, načine na koje oni svojim učenicima približavaju razumijevanje matematike i fizike, načine na koje objašnjavaju i uvode nove pojmove.

Stekla sam jedno dodatno iskustvo koje će mi pomoći kao budućem profesoru. To iskustvo mi je pomoglo i u pisanju ovog diplomskog rada.

Rezultati testa kojeg sam provela u našim školama su bili nešto bolji od rezultata testa provedenog u Americi.

Primjeri testova i njihovi rezultati su zapisani u ovom diplomskom radu. Osim rezultata su zapisani i ciljevi koji se odnose na razumijevanje grafova u kinematici, savjeti za nastavu te savjeti za profesore, načini kako približiti grafove učenicima da bi ih učenici bolje razumjeli, najčešće pogreške koje učenici naprave pri radu s grafovima...

Diplomski rad sam napisala u četiri poglavlja. Prvo poglavlje se odnosi na ovaj uvodni dio.

U drugom poglavlju sam opisivala gibanja objekata, tipove gibanja-jednoliko po pravcu i jednoliko ubrzano gibanje, uvela sam pojam grafa-način pomoću kojeg se to gibanje može predstaviti.

U trećem poglavlju sam zapisala primjere testova i rezultate svog istraživanja, te sam uspoređivala pojedino pitanje i njegov rezultat s rezultatima testa u Americi.

U četvrtom poglavlju sam zapisala zaključke svog dvotjednog iskustva u školi, savjete svim profesorima kako da poboljšaju svoju nastavu i bolje objasne i približe učenicima grafove. Navela sam još u ovom zadnjem poglavlju osnovne metode crtanja grafova koje su jako bitne za budućeg profesora matematike i fizike. Svaki profesor primjenjujući na

svom nastavnom satu te metode uči učenike crtati grafove i približava im razumijevanje grafova.

## 2.

### OPISIVANJE GIBANJA POMOĆU S-T GRAFA

#### ZNAČENJE OBLIKA S-T GRAFA

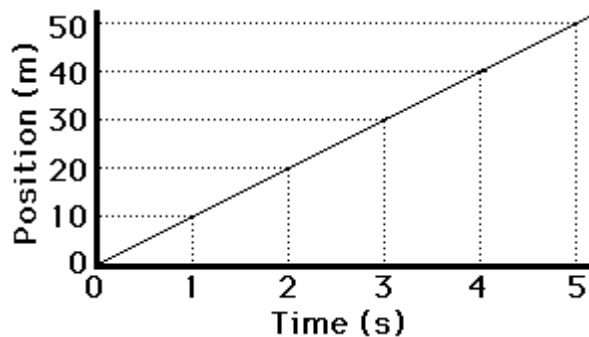
Proučavanje jednodimenzionalne kinematike se bavilo višestrukim načinima pomoću kojih se gibanje objekta može predstaviti. Takva sredstva uključuju upotrebu riječi, upotrebu dijagrama, upotrebu brojeva, upotrebu jednažbi i upotrebu grafova.

Usredotočimo pažnju na upotrebu s-t grafa za opisivanje gibanja. Posebne karakteristike gibanja objekata su pokazane oblikom i nagibom linije na s-t grafu.

Proučimo odnos između gibanja objekta i oblika njegovog s-t grafa.

Za početak, razmotrimo auto koje se kreće stalnom brzinom od 10 m/s u desno.

Da su podaci o položaju i vremenu za takvo auto bili predstavljeni grafičkim putem, rezultatni graf bi izgledao kao graf na slici 1.

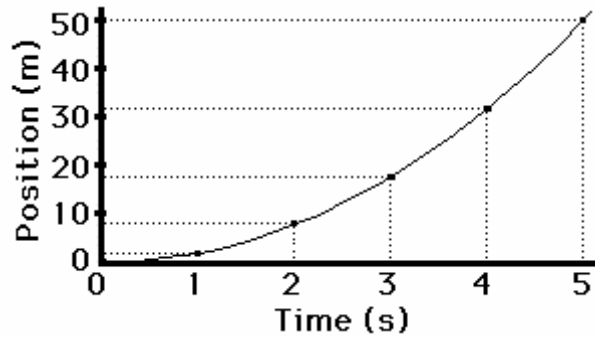


Slika 1.

Primjećujemo da gibanje konstantnom, pozitivnom brzinom rezultira linijom konstantnog i pozitivnog nagiba kad ga nacrtamo kao s-t graf.

Sad razmotrimo auto koje se kreće promjenjivom brzinom u desno-tj. auto koje se kreće u desno i ubrzava ili akcelerira.

Da su podaci o položaju i vremenu za takvo auto bili predstavljeni grafičkim putem, rezultatni graf bi izgledao kao graf na slici 2.

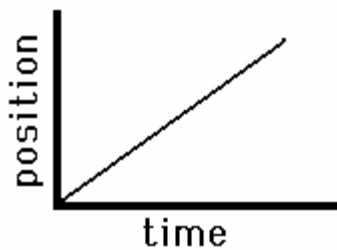


Slika 2.

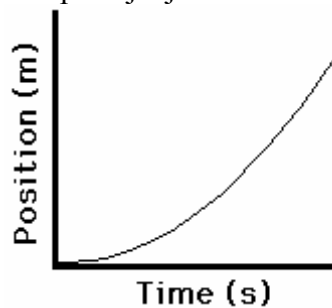
Primjećujemo da gibanje promjenjivom, pozitivnom brzinom rezultira linijom promjenjivog i pozitivnog nagiba kad ga nacrtamo kao s-t graf.

S-t grafovi za dva tipa jednolikog gibanja-stalnom (konstantnom) brzinom i promjenjivom brzinom (akceleracijom)-su naslikani na slici 3.

pozitivna brzina  
konstantna brzina



pozitivna brzina  
promjenjiva brzina



slika 3.

### PRAVILO NAGIBA ZA S-T GRAF

Dva glavna tipa gibanja su jednoliko gibanje i nejednoliko gibanje, a jednoliko gibanje djelimo na gibanje sa stalnom brzinom (po pravcu) i ubrzano gibanje (jednolik je prirast brzine).

Oblici s-t grafova za ova dva osnovna tipa jednolikog gibanja-gibanje stalnom brzinom i gibanje promjenjivom brzinom (akcelerirano gibanje)-otkrivaju važno pravilo..

Pravilo je to da nagib linije na s-t grafu otkriva korisnu informaciju o brzini objekta. Često se kaže "Kako nagib ide, tako ide i brzina."

Kakve god karakteristike brzina ima, nagib će pokazati iste (i suprotno).

Ako je brzina konstantna tada je nagib konstantan (ravna linija). Ako je brzina promjenjiva tada se nagib mijenja (zakrivljena linija).

Ako je brzina pozitivna tada je nagib pozitivan (gibanje prema gore i u desno). Ovo pravilo se može proširiti na bilo koje gibanje koje možemo zamisliti.

### PRIMJER 1

Razmotrimo grafove na slici 4. kao primjere ovog pravila o nagibu linije na s-t grafu.

Graf na slici 4.a je predstavnik objekta koji se giba pozitivnom brzinom (označeno pozitivnim nagibom), konstantnom brzinom (označeno konstantnim nagibom) i malom brzinom (označeno malim nagibom)

Graf na slici 4.b ima slične odlike - tu je konstantna pozitivna brzina (označena konstantnim pozitivnim nagibom).

Ipak, nagib grafa na slici 4.b je veći od onog na slici 4.a i ovaj veći nagib je pokazatelj veće brzine.

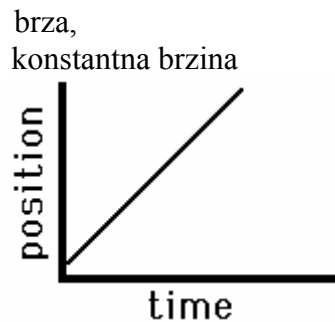
Objekt predstavljen pomoću grafa na slici 4.b putuje brže od objekta predstavljenog pomoću grafa na slici 4.a.

Pravilo nagiba se može upotrijebiti da izvuče bitne karakteristike gibanja iz s-t grafa;

Kako nagib ide, tako ide i brzina



slika 4.a



slika 4.b

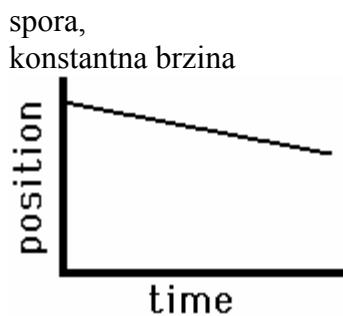
### PRIMJER 2

Razmotri grafove na slici 5. kao još jednu primjenu ovog pravila nagiba.

Graf na slici 5.a je predstavnik objekta koji se kreće negativnom brzinom (koju označavamo negativnim nagibom), konstantnom brzinom (koju označavamo konstantnim nagibom) i malom brzinom (koju označavamo malim nagibom).

Graf na slici 5.b ima slične odlike-tu je konstantna negativna brzina (označena konstantnim negativnim nagibom). Ipak, nagib grafa na slici 5.b je veći od onog na slici 5.a i još jednom, veći nagib je pokazatelj veće brzine.

Objekt predstavljen pomoću grafa na slici 5.b putuje brže od objekta predstavljenog pomoću grafa na slici 5.a.



slika 5.a



slika 5.b

### PRIMJER 3

Kao posljednja primjena ovog pravila nagiba razmotrimo dva grafa na slici 6. Oba grafa prikazuju nanese točke koje oblikuju zakrivljenu liniju.

Zakrivljene linije imaju promjenjiv nagib; one mogu krenuti s veoma malim nagibom i onda početi zakrivljavati oštro (bilo prema gore ili prema dolje) prema velikom nagibu.

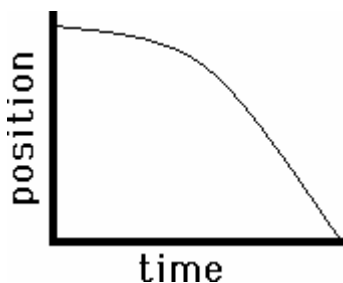
U bilo kojem slučaju zakrivljena linija promjenjivog nagiba je znak ubrzanog gibanja (promjenjive brzine).

Primjenjujući ovo pravilo nagiba na graf na slici 6.a, možemo zaključiti da objekt opisan grafom se giba negativnom brzinom (pošto je nagib negativan). Osim toga, objekt kreće s malom brzinom (nagib kreće malen) i završava s velikom brzinom (nagib postaje velik). To znači da se ovaj objekt kreće u negativnom smjeru i ubrzava (povećava brzinu), (malena brzina se pretvara u veliku brzinu). Ovo je primjer negativne akceleracije- gibanje u negativnom smjeru i ubrzavanje.

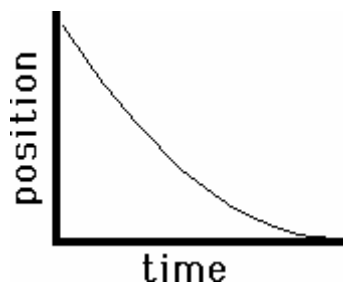
Graf na slici 6.b također opisiva objekt s negativnom brzinom (pošto je nagib negativan). Objekt počinje velikom brzinom (nagib je u početku velik) i završava malom brzinom (nagib postaje manji). Ovaj objekt se giba u negativnom smjeru i usporava (velika brzina se pretvara u manju brzinu). Ovo je primjer pozitivne akceleracije- gibanje u negativnom smjeru i usporavanje.

od spore do brze  
brzine

od brze do spore  
brzine



slika 6.a



slika 6.b

Pravilo nagiba je nevjerojatno koristan način za izvlačenje bitnih informacija o gibanju objekata opisanih njihovim s-t grafom. Jednom kad se izvježba pravilo nekoliko puta, ono postaje prirodan način analiziranja s-t grafova.

### 3.

## ISPITIVANJE UČENIČKE INTERPRETACIJE GRAFOVA U FIZICI U NAŠIM ŠKOLAMA

### 3.1. UVOD

Mnoga dosadašnja istraživanja su otkrila dosljedan skup učeničkih poteškoća s grafovima s-t, v-t i a-t.

Ovo uključuje pogrešno tumačenje grafova kao slika, brkanje nagib/visina, problemi pronalaženja nagiba pravaca koji ne prolaze kroz ishodište i nesposobnost shvaćanja značenja površina ispod različitih krivulja grafa.

Za ovo osobito proučavanje, sakupljeni su i analizirani podaci od učenika srednjih škola i studenata u Americi.

Uspoređujući istraživanje za otkrivanje učeničkih miskoncepcija u interpretaciji grafova u kinematici u Americi, ja sam odlučila provesti takvo istraživanje i u našim školama te usporediti rezultate svog istraživanja s njihovim.

Ispitala sam učenike testom koji sam sastavila za osnovne i srednje škole.

Tokom procesa sastavljanja odgovarajućeg testa sam napravila pretpostavke o tome što učenici razmišljaju dok odgovaraju na svako od pitanja. Ispitivanje mi je dalo uvid u opravdanost tih pretpostavki.

Učenici u našim školama su pokazali razmišljanje koje je odgovaralo rezultatima istraživanja provedenog u Americi.

Oba istraživanja su otkrila područja koja izazivaju probleme koji nisu utvrđeni ranije.

Analiza testa o razumijevanju grafova u kinematici koje sam provela u našim školama i opisala u svom diplomskom radu je namijenjena da posluži dvima svrhama.

Prva-rezultati mog proučavanja ciljani na otkrivanje problema učenika s tumačenjem grafova u kinematici će biti izvješćeni. Ovakvo znanje može biti od velike pomoći prije, za vrijeme i nakon nastave. Učitelji fizike naginju upotrebi grafova kao nekakav drugi jezik, pretpostavljajući da njihovi učenici mogu izvući većinu njihovih bogatih sadržajnih informacija. Rezultati testa pokazuju da je ovo često netočna pretpostavka.

Druga svrha mog proučavanja je da predloži model za stvaranje testova iz kinematike koji mogu biti upotrijebljeni u nastavi fizike za buduće profesore koji često imaju poteškoća pri sastavljanju testova iz fizike kao profesori početnici bez iskustva u učionici.

I u Americi je postojalo dugotrajno zanimanje za stvaranje dobrog testa iz fizike. Oni su testirali učenike testovima s višestrukim izborom. Drugi način na koji su istraživali učeničko razumijevanje fizike su ispitivanja pribavljena intervjuiranjem.

Ispitivali su što učenici iz fizike uče na uvodnim predavanjima baveći se kinematikom-gibanjem objekata.

Iako nije jasno zašto je ovo područje nastave fizike primilo više pažnje od drugih, moglo bi se špekulirati da su istraživači prepoznali važnost ove teme kao "lego kockice" na kojima su bazirani drugi pojmovi iz fizike..

### **3.2.ZAŠTO GRAFOVI?**

Sposobnost za udoban rad s grafovima je osnovna vještina znanstvenika.

"Izrada i interpretacija linije grafa su veoma važne jer su sastavni dio eksperimentiranja, srca znanosti."

Graf opisivajući fizički događaj dozvoljava kratak pregled kretanja koje se nemogu lako prepoznati u tablici istih podataka. Grafovi dozvoljavaju znanstvenicima da koriste svoj snažan vizualan obrazac prepoznavanja da vide kretanje i otkriju jedva primjetne razlike u obliku.

Ne postoji nijedan drugi statistički alat tako snažan za olakšavanje obrasca prepoznavanja u kompleksnim podacima. Grafovi ukratko izlažu velike iznose informacija dok još dozvoljavaju da se riješe detalji. Sposobnost korištenja grafova bi mogao biti važan korak prema vještini rješavanja problema otkad "centralna razlika između stručnjaka i početnika koji rješava probleme u znanstvenom području je ta da početnik ima mnogo manju sposobnost izraditi ili koristiti znanstvena predstavljanja." Možda najviše prisiljavajući razlog za istraživanje učeničke sposobnosti da protumače grafove u kinematici je njihova rasprostranjena upotreba kao aparata za učenje. Otkad su grafovi tako efikasni paketi podataka, upotrebljavaju se gotovo kao jezik kod učitelja fizike. Nažalost, ovo istraživanje pokazuje da učenici ne dijele riječnik.

### 3.3. REZULTATI RANIJIH ISTRAŽIVANJA

Učitelji fizike su često izvještavali da njihovi učenici nemogu koristiti grafove da predstave fizičku stvarnost. Tipovi problema koje učenici fizike imaju u ovom području će biti kategorizirani. Nekoliko istraživanja je pokazalo da oni učenici koji pohađaju uvodna predavanja iz fizike razumiju osnovnu konstrukciju grafova, ali imaju poteškoća primjenjujući te vještine na zadaće.

Grafovi u kinematici imaju položaj, brzinu ili akceleraciju kao ordinatu i vrijeme kao apscisu. Najčešće pogreške koje su učenici napravili dok rade s ovakvim grafovima su:

- (1) razmišljanje da je graf doslovna slika situacije i
- (2) brkanje značenja nagiba pravca i visine točke na pravcu.

Prva od ovih bi se mogla pojaviti kad se od učenika traži da nacrtava  $v$ - $t$  graf bicikle koja ide nizbrdo, uzbrdo i onda na ravnoj cesti. Mnogi učenici proizvode netočne grafove brzine koji izgledaju kao brda i doline pređeni biciklom. Lako se vidi kako je putanja bicikle pogrešno uzeta kao znak u crtanju grafa.

U drugoj situaciji, učenike pitane da pronađu točku maksimalne promjene na grafu ponekad pokazuju točku najveće vrijednosti. Općenito, učenicima je pronalazak nagiba mnogo teži od pronalaska individualnih podataka o točkama. Također imaju poteškoća odvajajući značenja  $s$ - $t$ ,  $v$ - $t$ ,  $a$ - $t$  grafova. Bez obzira na tip pogrešaka koje učenici rade, općenito se slažemo da je važna komponenta razumijevanja veze između stvarnosti i bitnih grafova sposobnost da se prevede natrag i naprijed u oba smjera.

Potrebno je prepoznati važnost vještina predstavljanja grafičkim putem!

### 3.4. IZVORI PODATAKA

Pregledala sam nekoliko najčešće korištenih pitanja na testovima provedenim u Americi i knjige iz uvoda u fiziku.

Formulirala sam listu od 8 specifičnih ciljeva koji se odnose na razumijevanje grafova u kinematici.

Nakon istraživanja u našim školama jedan cilj sam eliminirala. Skoro svi učenici su bili sposobni ići od točke na grafu do njihovih koordinatnih parova i obrnuto.

Preostali ciljevi su nabrojani u TABLICI 1.



**Tablica 1.** Ciljevi TRG-K(testa razumijevanja grafova u kinematici).  
Posljednji stupac dolazi od podataka sakupljenih najnovijom verzijom testa.

Zadano:	učenici će:	postotak točnosti
1. s-t graf	odrediti brzinu	51
2. v-t graf	odrediti akceleraciju	40
3.v-t graf	odrediti prijeđeni put	49
4. a-t graf	odrediti promjenu u brzini	23
5. kinematički graf	odabrati drugi odgovarajući graf	38
6. kinematički graf	odabrati tekstualni opis	39
7. tekstualni opis gibanja	odabrati odgovarajući graf	43

U Americi su sastavljali test na način da su pitanja i trik-pitanja namjerno napisani tako da privuku učenike koji su već prethodno imali poteškoće s crtanjem grafova. Drugi način da se osigura da se uobičajene pogreške uključe kao trik-pitanja je bilo pitati grupu učenika otvorena pitanja i tad koristiti najčešće pojavljujuće pogreške kao trik-pitanja za verziju testa s višestrukim izborom.

Ja sam sastavila test za naše škole po uzoru na njihove sastavljene testove u kojima sam neznatno promijenila mjerne jedinice grafova, te nacrtane pravce napravila strmije ili ravnije i prilagodila gradivo fizike koje se uči u našim školama.

### **3.5. TESTOVI I REZULTATI**

Za ovo proučavanje učeničkih miskonceptija u interpretaciji grafova u kinematici sakupila sam i analizirala podatke od 50-tak učenika osnovne škole i 50-tak učenika srednje škole-gimnazije.

Sastavila sam test za osnovnu i srednju školu koji se sastojao od dvije grupe, Grupa A i Grupa B.

U svakoj grupi je bilo 5 pitanja koja su obuhvaćala sve ciljeve koji se odnose na razumijevanje grafova u kinematici

(iz zadanog s-t grafa odrediti brzinu, iz zadanog v-t grafa odrediti akceleraciju i prijeđeni put, iz zadanog a-t grafa odrediti promjenu u brzini, iz zadanog kinematičkog grafa odabrati drugi odgovarajući graf, te iz tekstualnog opisa gibanja nacrtati odgovarajući graf)

Test sam podijelila 100-tinjak učenicima koji su već bili izloženi kinematici kroz tradicionalnu nastavu.

#### **PRIMJERI I REZULTATI TESTOVA**

Srednji rezultat testa od 62 % za učenike osnovne škole i 61 % za srednje škole nije jako nizak s obzirom da je test polagan prateći nastavu u kinematici. Rezultat testa koji sam ja sastavila učenicima naših škola je isti kao rezultat prethodnih testova koji su podijeljeni učenicima i studentima u drugim zemljama : učenici nisu bili sposobni tečno protumačiti grafove u kinematici!

Uspoređujući srednji rezultat testa od 60 % u našim školama i srednji rezultat testa od 40 % u drugim zemljama zaključujemo da su učenici naših škola riješili test iz kinematike uspješnije, no ipak je vidljivo loše razumijevanje grafova u pojedinim pitanjima u testu.

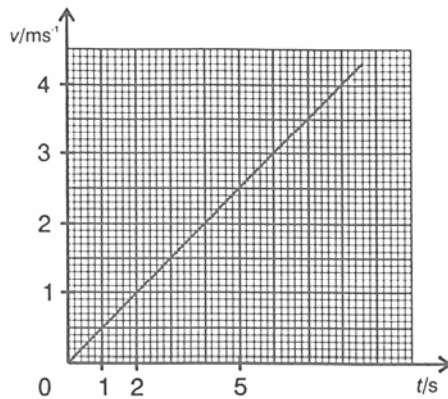
Za prvo pitanje je srednji rezultat 95 %, za drugo pitanje je srednji rezultat 75 %, za treće 50 %, za četvrto pitanje je 10-20 %, te za posljednje pitanje je srednji rezultat 65-70 %.

#### **TEST ZA SREDNJU ŠKOLU**

##### **Grupa A**

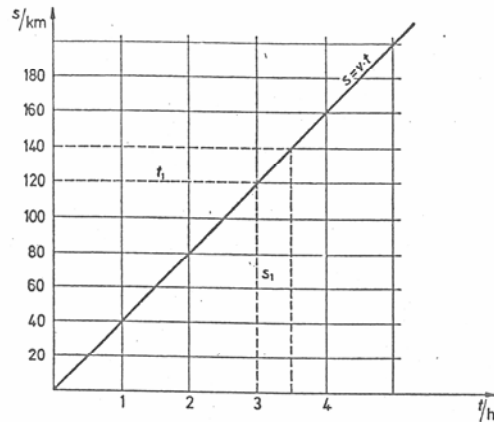
1. Gibanje tijela predočeno je dijagramom na slici.  
Dopunite sljedeće rečenice:

- a) Brzina tijela točno 5 s nakon početka gibanja iznosi \_\_\_ m/s
- b) Tijelo će postići brzinu 3 m/s \_\_\_ s nakon početka gibanja.



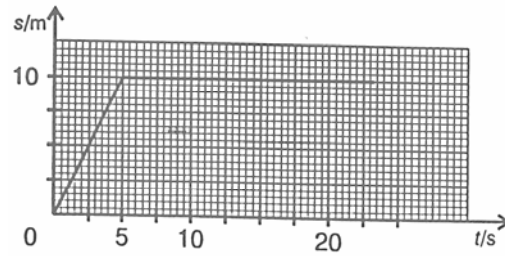
2. Na slici vidimo grafikon s-t za neko gibanje. odredi iz grafikona:

- a) koliki je putprijeđen za 3 sata
- b) za koliko će vremena tijelo prijeći 140 km
- c) kolika je brzina gibanja?

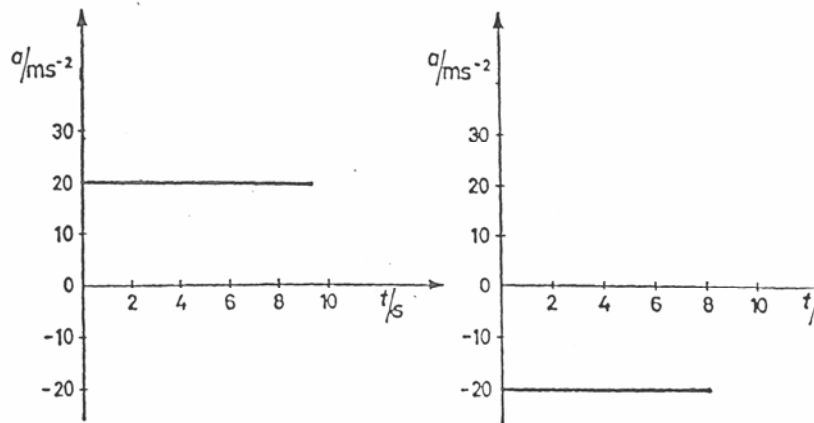


3. Gibanje tijela predočeno je s,t dijagramom na slici. Dopunite:

- a) Brzina tijela prvih 5 s gibanja iznosi \_\_\_ m/s.
- b) Brzina tijela između 7. i 8. s gibanja iznosi \_\_\_ m/s.



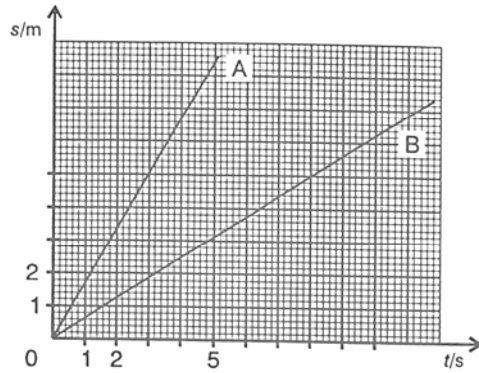
4. Na slici su zadana 2 grafikona. Kakva gibanja oni predložuju?  
Nacrtaj grafikone brzina za oba smjera.



5. Nacrtaj grafikon brzina-vrijeme za auto koje se giba stalnom brzinom 50 km/h. U istom koordinatnom sustavu nacrtaj grafikon brzina-vrijeme za auto koji se počeo gibati iz stanja mirovanja i jednoliko povećava brzinu do maksimalne od 50 km/h.

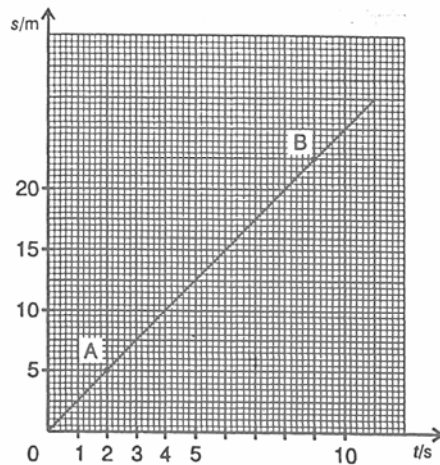
### Grupa B

1. Pravocrtna gibanja tijela A i B predložena su s,t dijagramom na slici. Uz pomoć dijagrama dopunite sljedeće tvrdnje:
- Tijelo \_\_\_ giba se brže od tijela \_\_\_ .
  - Put od 5 m tijelo A prevalilo je za \_\_\_ s, A tijelo B za \_\_\_ s .



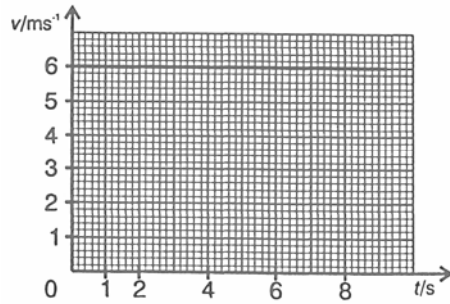
2. Pravocrtno gibanje tijelo predočeno je dijagramom na slici. Uz pomoć dijagrama dopunite sljedeće rečenice:

- Za prve 4 s gibanja tijelo je prevalo put od \_\_\_ m.
- Gibanje od točke A do točke B trajalo je \_\_\_ s
- Put od točke A do točke B iznosi \_\_\_ .
- Brzina tijela iznosi \_\_\_ .

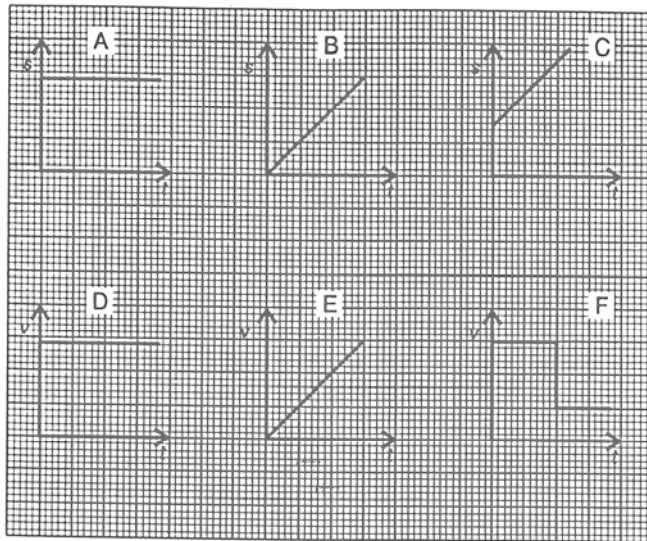


3. Gibanje tijela predočeno je dijagramom na slici. Uz pomoć dijagrama dopunite sljedeće rečenice:

- Brzina tijela u trenutku 6 s nakon početka gibanja iznosi \_\_\_ m/s.
- U prvih 6 s tijelo je prevalo put od \_\_\_ m.
- Akceleracija u ovom gibanju iznosi \_\_\_ m/s\*s



4. Jednoliko pravocrtno gibanje predloženo je dijagramima \_\_\_\_\_ .



5. Lift se u prve dvije sekunde podiže jednoliko ubrzano i postigne brzinu 2 m/s kojom nastavlja gibanje u iduće 4 sekunde. Posljednje dvije sekunde lift se podiže jednoliko usporeno s jednakom akceleracijom koju je imao u prve dvije sekunde, ali suprotnog predznaka. Nacrtaj grafikone brzine gibanja lifta!

## REZULTATI

Grupa A (15 žena, 9 muškaraca)

	<i>ŽENE</i>	<i>MUŠKARCI</i>	<i>ŽENE</i>	<i>MUŠKARCI</i>	<i>ŽENE</i>	<i>MUŠKARCI</i>
<b>ZADATAK</b>	<b>TOČAN ODGOVOR</b>		<b>NETOČAN ODGOVOR</b>		<b>% TOČNOSTI</b>	
1-a	15	9	0	0	100	100
1-b	15	8	0	1	100	83,3
2-a	12	6	3	3	75	50
2-b	13	8	2	1	87,5	83,3
2-c	11	6	4	3	62,5	50
3-a	7	5	8	4	37,5	50
3-b	6	1	9	8	25	0
4.	4	1	11	8	37,5	16,6
5.	12	6	3	3	87,5	66,6

Tablica 2.a Statistički rezultati testa uzetog iz uzorka od 50 učenika srednje škole-grupa A

Od 24 učenika sve je riješilo troje učenika (dvije žene, jedan muškarac  $\Rightarrow$  12,5 %)

Petero ih je riješilo za ocjenu vrlo dobar  $\Rightarrow$  20,8 %.

Žene (70 %) su bolje od muškaraca (60 %).

**Grupa B** (15 žena, 4 muškarca)

	ŽENE	MUŠKARCI	ŽENE	MUŠKARCI	ŽENE	MUŠKARCI
ZADATAK	TOČAN ODGOVOR		NETOČAN ODGOVOR		% TOČNOSTI	
1-a	14	3	1	1	93,33	75
1-b	14	3	1	1	93,33	75
2-a	15	4	0	0	100	100
2-b	13	4	2	0	86,66	100
2-c	5	1	10	3	33,33	25
2-d	11	2	4	2	73,33	50
3-a	13	4	2	0	86,66	100
3-b	9	3	6	1	60	75
3-c	6	1	9	3	40	25
4.	0	0	15	4	0	0
5.	10	1	5	3	66,66	25

Tablica 2.b Statistički rezultati testa uzetog iz uzorka od 50 učenika srednje škole-grupa B

Od 19 učenika nitko nije sve riješio  $\Rightarrow$  0 %.

Petoro ih je riješilo za ocjenu vrlo dobar  $\Rightarrow$  26.3 %.

Žene (64 %) su bolje od muškaraca (50 %).

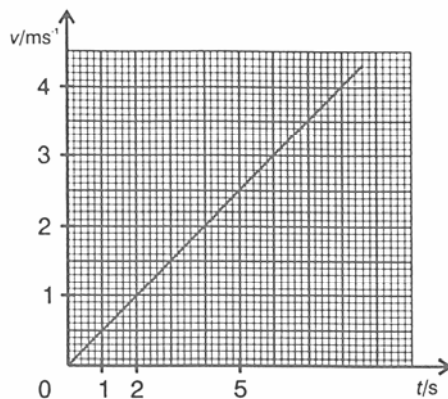
## TEST ZA OSNOVNU ŠKOLU

### Grupa A

1. Gibanje tijela predočeno je dijagramom na slici.

Dopunite sljedeće rečenice:

- Brzina tijela točno 5 s nakon početka gibanja iznosi \_\_\_ m/s
- Tijelo će postići brzinu 3 m/s \_\_\_ s nakon početka gibanja.

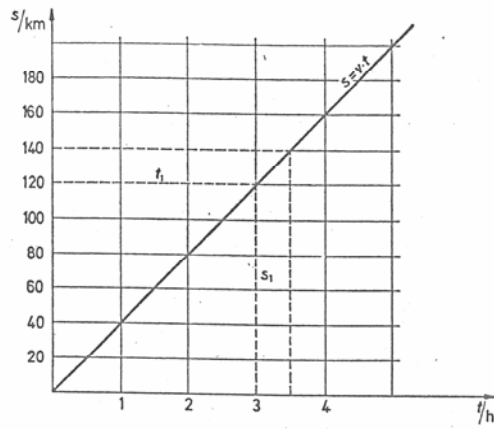


2. Na slici vidimo grafikon s-t za neko gibanje. odredi iz grafikona:

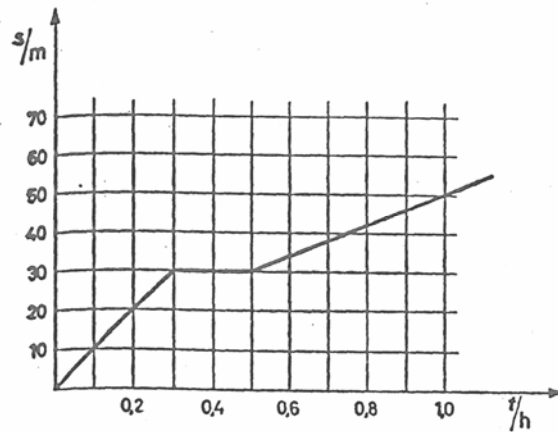
- koliki je put prijedn za 3 sata



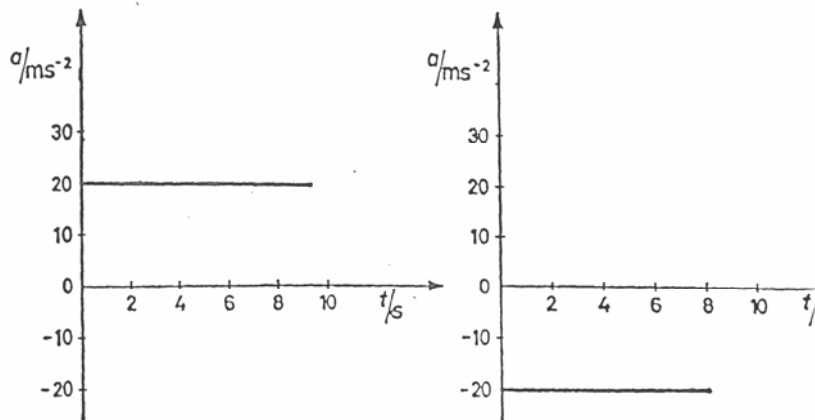
- b) za koliko će vremena tijelo prijeći 140 km  
 c) kolika je brzina gibanja?



3. Na slici je zadan grafikon puta nekoga gibanja. Nacrtaj grafikon brzine za to gibanje.



4. Na slici su zadana 2 grafikona. Kakva gibanja oni predočuju?  
 Nacrtaj grafikone brzina za oba smjera.



5. Neko se tijelo giba jednoliko pravocrtno, a pritom se mjere prewaljeni put i pripadno vrijeme. Neki od rezultata mjerenja predočeni su u tablici:

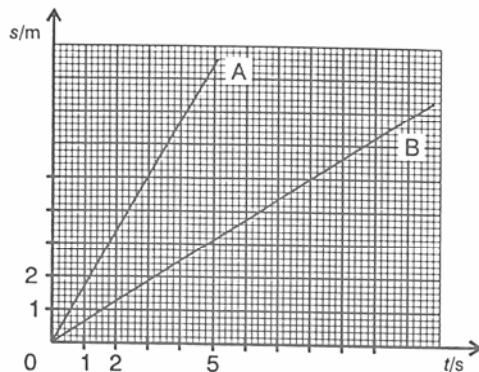
s/m	0	0.2	0.4	___	___	1.0	___	3.0
t/m	0	1.0	2.0	3.0	4.0	___	10.0	___

Dopunite tablicu podacima koji nedostaju!  
Nacrtajte graf!

### Grupa B

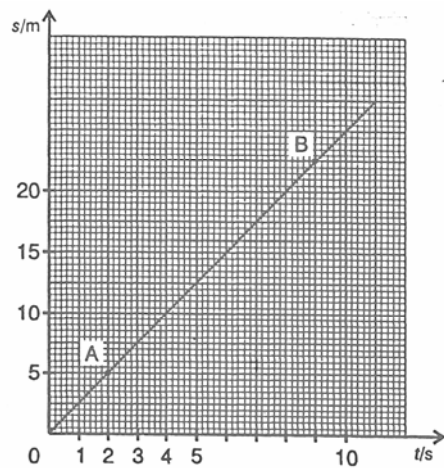
1. Pravocrtna gibanja tijela A i B predočena su s,t dijagramom na slici. Uz pomoć dijagrama dopunite sljedeće tvrdnje:

- Tijelo \_\_\_ giba se brže od tijela \_\_\_ .
- Put od 5 m tijelo A prewalilo je za \_\_\_ s, A tijelo B za \_\_\_ s .

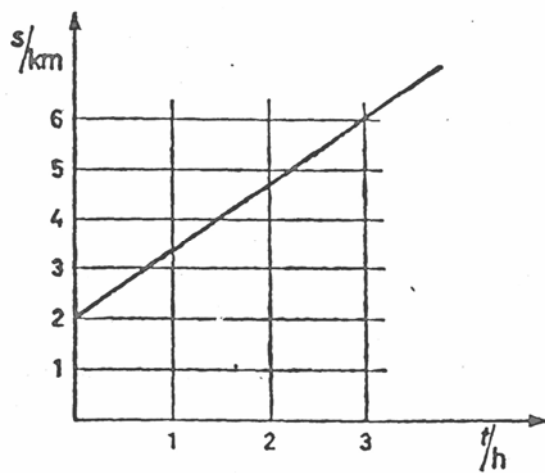


2. Pravocrtno gibanje tijelo predočeno je dijagramom na slici. Uz pomoć dijagrama dopunite sljedeće rečenice:

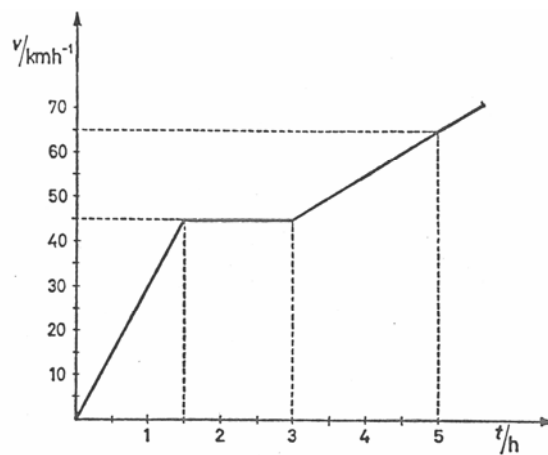
- Za prve 4 s gibanja tijelo je prewalilo put od \_\_\_ m.
- Gibanje od točke A do točke B trajalo je \_\_\_ s
- Put od točke A do točke B iznosi \_\_\_ .
- Brzina tijela iznosi \_\_\_ .



3. S pomoću zadanog grafikona na slici nacrtaj grafikon brzine.



4. Iz zadanog grafikona gibanja nekog tijela nacrtaj grafikon akceleracije.



5. Neko se tijelo giba jednoliko pravocrtno brzinom 3 m/s.  
Ako je s put što ga tijelo prevali za vrijeme t, dopunite s-t tablicu vrijednostima za s.

t/s      0    1.0    2.0    3.0    5.0    10.0

s/m      —    —    —    —    —    —

Nacrtajte graf!

## REZULTATI

**Grupa A** (12 žena, 14 muškaraca)

	ŽENE	MUŠKARCI	ŽENE	MUŠKARCI	ŽENE	MUŠKARCI	ŽENE	MUŠKARCI
ZADATAK	TOČAN ODGOVOR		NETOČAN ODGOVOR		NIJE ODGOVORILO		% TOČNOSTI	
1.	12	13	0	0	0	1	100	92,86
2-a	11	10	1	1	0	3	91,6	71,43
2-b	11	9	1	2	0	3	91,6	64,3
2-c	12	5	0	4	0	5	100	35,7
3	7	2	3	4	2	8	58,33	14,3
4	4	2	4	3	4	9	33,33	14,3
5-a	11	10	1	3	0	1	91,6	71,43
5-b	9	5	1	2	1	7	75	35,7

Tablica 3.a. Statistički rezultati testa uzetog iz uzorka od 50 učenika osnovne škole-grupa A

Od 26 učenika sve je riješilo troje učenika (jedan muškarac i dvije žene  $\Rightarrow$  11.54 %)

Troje ih je riješilo za ocjenu vrlo dobar (1 muškarac i 2 žene  $\Rightarrow$  11.54 %)

**Grupa B** (14 žena, 9 muškaraca)

	ŽENE	MUŠKARCI	ŽENE	MUŠKARCI	ŽENE	MUŠKARCI	ŽENE	MUŠKARCI
ZADATAK	TOČAN ODGOVOR		NETOČAN ODGOVOR		NIJE ODGOVORILO		% TOČNOSTI	
1.	13	8	1	1	0	0	92,86	88,88
2-a	14	6	0	2	0	1	100	66,66
2-b	13	6	1	2	0	1	92,86	66,66
2-c	9	4	5	4	0	1	64,3	44,44
2-d	9	3	5	4	0	2	64,3	33,33
3	10	4	3	1	1	4	71,43	44,44
4	3	2	10	4	1	3	21,43	22,22
5-a	13	4	1	3	0	2	92,86	44,44
5-b	13	5	1	0	0	4	92,86	55,55

Tablica 3.b. Statistički rezultati testa uzetog iz uzorka od 50 učenika osnovne škole-grupa B

Od 23 učenika sve je riješilo četvero ljudi (dva muškarca i dvije žene  $\Rightarrow$  17.4 %)

Šestero učenika je riješilo za ocjenu vrlo dobar (6 žena  $\Rightarrow$  26.1 %)

Žene su bolje od muškaraca.

Najčešće pogreške koje učenici naprave dok rade s grafovima su:

- a) poteškoće odvajanja značenja s-t, v-t, a-t grafova (sposobnost da se prevede natrag i naprijed u oba smjera)
- b) proizvođenje netočnih grafova brzine
- c) brkanje značenja nagiba pravca i visine točke na pravcu

Svim učenicima je pronalazak nagiba mnogo teži od pronalaska individualnih podataka o točkama.

Skoro svi učenici su bili sposobni ići od točke na grafu do njihovih koordinatnih parova i obrnuto (90 %).

Mnoga istraživanja, kao i istraživanje u Americi, su pronašla da, općenito, žene ne prolaze dobro na testu kao muškarci u prirodnim znanostima. No, ovdje nije takav slučaj. Žene su prošle bolje od muškaraca u skoro svim pitanjima i u osnovnoj i u srednjoj školi u mom istraživanju.

Srednja vrijednost za žene od 74 % u osnovnoj školi, te 61 % u srednjoj školi je značajno bolja od vrijednosti 49 % za muškarce u osnovnoj školi, te 53 % u srednjoj školi.

Interpretacija grafova u kinematici ne izgleda da se nalazi iza kognitivnog razvoja učenika. Iako nije postojao razlog za očekivati od učenika srednje škole (gimnazije) da postignu lošije rezultate od učenika osnovne škole, jer su učenici srednje škole učili fiziku u obe škole i provodili više vremena s grafovima, ipak su učenici srednje škole prošli puno lošije na testu. Ovo smatram dokazom da dodatno izlaganje tradicionalnim metodama učenja ne čini veliku razliku u učeničkom razumijevanju grafova u kinematici.

### **3.6. ANALIZA POJEDINIPIH PITANJA**

#### **Analizirajmo pojedina pitanja:**

U prvom pitanju su učenici trebali sa zadanog grafa očitati vrijednosti koordinata s pojedinih točaka grafa, te odrediti koji od dva pravca je strmiji. 95 % učenika je točno odgovorilo na prvo pitanje. Nekoliko učenika čak ni ovo najlakše pitanje na testu nije uspješno riješilo. Na preporuku testova u Americi da test ne počinje s najtežim pitanjem, iz tog razloga sam za prvo pitanje i odabrala najlakše očitati vrijednosti s grafa.

Kako je predviđeno u svim ranijim istraživanjima i ovaj rezultat pokazuje da učenici imaju znatne poteškoće određujući nagibe  $\Delta v = \Delta s / \Delta t$ . Istraživanje u Americi je pokazalo da je ovo istina samo za "neobične" pravce. Ako su pravci išli ravno kroz ishodište, 73 % učenika je bilo sposobno točno odrediti nagib. Da pravac nije prolazio kroz ishodište točni odgovori su se snizili na 25 %.

Da bih usporedila rezultate ovog pitanja iz testa u Americi, u drugom pitanju sam zahtjevala ovo računanje. Učenici su trebali očitati sa s-t grafa prijedenu udaljenost, vrijeme, te izračunati brzinu kretanja tijela, odnosno odrediti nagib pravca. Ovo je pitanje imalo 85 % točnih odgovora za očitati prijedenu udaljenost i vrijeme s grafa, te samo 64 % za izračunati brzinu. Ovaj rezultat pokazuje da i učenici u našim školama imaju znatne poteškoće određujući nagibe, često računaju nagib u točki jednostavno dijeleći samu vrijednost ordinate s vrijednošću apscise.

Bili su sposobni prisjetiti se i upotrijebiti formulu  $v = s / t$  da pronađu brzinu.

Brkanje nagiba i visine je primjećeno i u Američkim i u našim školama. Da pravac nije prolazio kroz ishodište kao u trećem pitanju grupe A i B za osnovnu školu i četvrtom pitanju grupe B za srednju školu točni odgovori su se snizili na 45 %.

U Americi je otprilike 25 % učenika vjerovalo da prebacivanje iz jedne u drugu varijablu u kinematici nebi promijenilo izgled grafa. Učenici koji su točno preveli iz jednog grafa u kinematici u drugi su također imali najbolje ukupno razumijevanje grafova. To bi moglo značiti da pogreške "graf-kao-slika" su najkritičnije za posvetiti se. Da su učenici gledali grafove kao fotografije situacije, nebi vidili razlog za promijeniti izgled grafa, iako je promijenjena vrijednost ordinate. Razgovori ili prijepisi učenčkih "razmišljanja naglas" bi moglo rasvijetliti pitanje na to zašto su učenici odgovarali kako jesu.

Brkanje varijabli u kinematici sam primjetila i u svom istraživanju. Ovo se direktnije vidilo u trećem pitanju za osnovnu školu i u četvrtom pitanju za osnovnu i za srednju školu. Treće pitanje iz testa za osnovnu školu je od učenika tražilo da iz s-t grafa nacrtaju v-t graf. Samo nekoliko učenika je točno izračunalo brzinu računajući nagib  $\Delta v = \Delta s / \Delta t$ . 48 % učenika je točno nacrtalo v-t graf.

U trećem pitanju za srednju školu 40 % učenika je uspješno odredilo iz s-t grafa brzinu, a 63 % je uspješno izračunalo put iz v-t grafa, te 37 % je uspješno izračunalo akceleraciju iz v-t grafa.

Također sam primjetila da učenici koji su točno preveli iz jednog grafa u drugi su imali najbolje rezultate i ukupno razumijevanje grafova u kinematici kao što je i rezultat istraživanja u američkim školama. Najviše je pogrešaka bilo u brkanju nagib/visina, brkanju varijabli put, vrijeme, akceleracija, učenici lako zamjenjuju oznake osi od jedne varijable do druge, te pogrešno pronalaze nagibe pravaca koji ne prolaze kroz ishodište. Velika većina učenika ne shvaća da pri konstantnom putu je brzina jednaka nuli (30 % točnih odgovora), da je pri konstantnoj brzini akceleracija jednaka nuli (37 % točnih odgovora). Neki učenici su nacrtali v-t graf isti kao zadani s-t graf. Ovo pitanje je bilo drugo najteže pitanje na testu.

U četvrtom pitanju za Grup A učenici su trebali prepoznati jednoliko ubrzano i jednoliko usporeno gibanje, te iz a-t grafa nacrtati pripadajući v-t graf. Samo 22 % učenika je točno odgovorilo na ovo pitanje. Ostali odgovori na ovo pitanje su bili da je to jednoliko gibanje po pravcu, mirovanje, nejednoliko gibanje... (što je dokaz učeničkog neznanja i pogrešnog tumačenja grafova)

U četvrtom pitanju za Grup B (osnovna škola) iz v-t grafa je trebalo nacrtati pripadajući a-t graf. Rezultat je isti (22 %).

Usporedivši rezultat od 25 % u Americi i 22 % u našim školama možemo zaključiti isto: Učenici su vjerovali da prebacivanje jedne u drugu varijablu u kinematici nebi promijenilo izgled grafa.

Meni najveće iznenađenje od svih pitanja je četvrto pitanje Grupe B (srednja škola) koje je od učenika tražilo da zaokruže grafove koji predočavaju jednoliko pravocrtno gibanje od ponuđenih grafova. Točnih odgovora je bilo 0 %!!!

Mnogi učenici nisu zaokružili graf na kojem pravac nije išao kroz ishodište.

Skoro svi su smatrali da je jednoliko gibanje predočeno "paralelnim" pravcem (pravcem paralelnim s osi apscise, bez obzira koje su veličine bile na ordinati-put, brzina ili akceleracija), za njih je jednoliko gibanje prikazano "ravnom linijom" paralelnom s vremenskom osi bilo da je graf s-t ili v-t. Smatrali su da prebacivanje varijable nebi promijenilo izgled grafa.

I ovo pitanje je još jedan dokaz brkanja nagiba/visine i brkanja varijabli u kinematici. Ovo je bilo najteže pitanje na testu i daleko najteži cilj koji sam očekivala od učenika da imaju nakon nastave.

Zadnje peto pitanje za srednju školu je tražilo od učenika da sami nacrtaju s-t i v-t grafove za jednoliko gibanje iz tekstualnog opisa gibanja i podaka iz zadane tablice. Ovo je zadnji cilj testa o razumijevanju grafova. 65 % učenika je uspješno nacrtalo grafove.

Peto pitanje za osnovnu školu je tražilo također nacrtati s-t graf za jednoliko gibanje iz tekstualnog opisa gibanja koristeći podatke iz tablice u koju su morali prethodno dopuniti podatke koji nedostaju. Točnost je 72 %.

U Americi je primjećeno još da učenici brkaju nagibe i površine. Učenici su dosljedno odabirali odgovore koji se odnose na nagib radije nego na izbore povezane s površinom. To je moglo biti pogoršano upotrebom riječi "promjena" u pitanjima koja su tražila od učenika da odrede promjene u brzini iz a-t grafa računajući površinu ispod krivulje grafa.

Mnogi učenici su odabirali točno rješenje pronalaska površine kad su riječi koje opisuju tu radnju predstavljene kao jedan od izbora (pitanje na zaokruživanje), no prošli su puno lošije kad su stvarno morali napraviti račun. Njihova je tendencija izračunati nagib radije nego površinu ili pročitati vrijednosti s vertikalne osi.

U jednom pitanju su učenici primjetili da je brzina konstantna i oni su jednostavno pomnožili tu vrijednost s dužinom intervala vremena - čak ni ne shvaćajući da su pronašli površinu! Drugim riječima, učenici su bili sposobni prisjetiti se i upotrijebiti formulu  $s = v \cdot t$  da pronađu prijedenu udaljenost, ali nisu mogli odrediti istu informaciju gledajući graf i računajući površinu. Točnih odgovora je bilo 50 %.

Ja nisam sastavila nijedno pitanje u testu koje se odnosilo na računanje površina ispod krivulja grafa. Razlog tome je što u programu fizike za osnovnu i srednju školu učenici nisu učili i ne poznaju te površine, pa su me profesori savjetovali da im to ne sastavljam u testu. No usporedivši treće pitanje grupe B za srednju školu u kojem je brzina bila konstantna u vremenu i iz v-t grafa je trebalo izračunati put i akceleraciju, 63 % učenika je točno izračunalo put primjenjujući formulu  $s = v \cdot t$  da pronađu prijedenu udaljenost, ali nisu ni shvatili da su u biti pronašli površinu ispod v-t grafa.

Naši su učenici pokazali bolje rezultate od učenika u Americi.

### 3.7. POTEŠKOĆE S GRAFOVIMA

**Učenici crtaju grafove položaja i brzine kao putanje čestice.**

**Učenici neznaju koji kvantitet na grafu će odgovoriti na pitanje (koordinata, nagib ili površina).**

**Učenici imaju poteškoće s povezivanjem stvarnih gibanja u svijetu s grafom i obrnuto.**

**Brzina mora biti pozitivna, nacrtana iznad vremenske osi.**

**Pozitivan nagib za negativnu brzinu znači da objekt ubrzava.**

Tipovi problema koje učenici imaju su kategorizirani u TABLICI 4.

#### **Tablica 4. UČENIČKE POTEŠKOĆE S GRAFOVIMA U KINEMATICI**

##### **Pogreške "Graf kao Slika"**

Graf smatraju fotografijom situacije. Ne vidi ga se kao apstraktno matematičko predstavljanje, nego radije konkretnog duplikata gibanja događaja.

##### **Brkanje Nagib/Visina**

Učenici često očitavaju vrijednosti s osi i direktno ih dodjeljuju nagibu.

##### **Brkanje Varijabli**

Učenici ne razlikuju udaljenost, brzinu i akceleraciju. Često vjeruju da bi grafovi ovih varijabli trebali biti isti i čini se da lako zamjenjuju oznake osi od jedne varijable do druge bez raspoznavanja da bi se nacrtani pravac također trebao promijeniti.

##### **Pogreške nagiba pravca koji ne prolazi kroz ishodište**

Učenici uspješno pronalaze nagibe pravca koji prolaze kroz ishodište. Međutim, imaju poteškoća određujući nagib pravca (ili odgovarajuće tangente) ako ne prolazi kroz nulu.

##### **Nepoznavanje Površina**

Učenici ne poznaju značenje površina ispod krivulja grafa u kinematici.

##### **Brkanje Površina/Nagib/Visina**

Učenici često izvode računanja nagiba ili neprikladno koriste vrijednosti osi kad se traže računanja površina.

### **3.8. KRATAK PREGLED**

Ovo istraživanje je pokušaj napravljen u kontekstu stvarnog istraživanja učeničke sposobnosti da protumače grafove u kinematici.

Nadala sam se da će biti korisno drugima, da će zaključci iz ovog osobitog testa pomoći budućim nastavnicima da prilagode svoju nastavu i da se bolje posvete učeničkim poteškoćama s grafovima u kinematici.



## 4. SAVJETI ZA NASTAVU

### 4.1. SAVJETI ZA NASTAVU

Što se može učiniti za posvetiti se poteškoćama koje učenici imaju s interpretacijom grafova u kinematici?

Prvi korak za učitelje je postati svjestan problema. Znajući da učenici nemogu upotrebljavati grafove "tečno" kako bi trebali znači da rasprave u razredu o situacijama i varijablama u kinematici nemogu započeti jednostavno odnoseći se na grafove. Učenici trebaju shvatiti grafove prije nego ih se koristi kao jezik za nastavu. Moguće je i vjerojatno čak poželjno-koristiti grafove za pomoći učenicima da shvate značenje varijabli u kinematici. Ali nastava pripovijajući ove grafove mora obuhvatiti temeljna objašnjenja svih informacija koje imaju veze s tim. Ovo istraživanje pokazuje da učitelji moraju pažljivo odabrati svoje riječi-npr., riječ "promjena" ne označava automatski "pronađi nagib"-i biti oprezni na slične pogreške kad su učenici uključeni u diskusiju među sobom ili s učiteljem.

Učitelji bi trebali ispitivati učenike samo gibanja gdje kinematički grafovi ne izgledaju poput fotografske kopije gibanja i pravci grafa ne prolaze kroz ishodište.

Od učenika bi trebalo tražiti da prevedu događaje gibanja u kinematičke grafove i obrnuto. Nastava bi trebala zahtijevati od učenika da idu natrag i naprijed među različitim grafovima u kinematici, izvodeći zaključak o obliku jednog iz drugog. Konačno, učitelji bi trebali tražiti od učenika da odrede nagibe i površine ispod krivulja i dovedu u vezu te vrijednosti do specifičnih vremena tokom gibanja. Svi ovi prijedlozi za prilagođavanje nastave se mogu sažeti jednom frazom-učitelji bi trebali davati učenicima veliku raznovrsnost zanimljivih situacija gibanja za pažljiv, grafički pregled i objašnjenje. Učenicima se mora dati:

- (1) mogućnost da razmisle o svojim idejama o grafovima u kinematici i onda
- (2) hrabrenje da im pomogne prilagoditi te ideje kad je potrebno.

Učitelji nemogu jednostavno reći učenicima kako bi trebali izgledati grafovi. Očigledno je iz rezultata ispitivanja da ovakav tradicionalan stil nastave ne funkcionira dobro za prenošenje znanja o grafovima u kinematici. Nastava koja zahtjeva od učenika da predvide oblike grafa, skupe bitne podatke i tad usporede rezultate predviđanjima, izgleda da je osobito odgovarajuća za unaprijeđivanje pojmovne promjene.

Sljedeća prezentacija organizira prijašnje i nove zaključke istraživanja pod zaglavljima napravljenim da pomognu učiteljima da rade na poboljšanju sposobnosti njihovih učenika pri radu s grafovima u kinematici.

#### **Navedi veći broj primjera s različitim nivoima složenosti.**

- Učenici vjeruju da je vrijednost ovisne varijable u  $t=0$  uvijek dio računanja.

Umjesto pronalazjenja nagiba oko točke koja se traži, učenik računa  $\Delta y / \Delta x$  upotrebljavajući početnu vrijednost, iako nema linije između dvije točke korištene u računu.

- Učenici mogu koristiti netočne metode da dobiju točne odgovore na određene probleme.

Množenje vrijednosti na osi može dati iste odgovore kao računanje površine ispod krivulje ako je površina slučajno pravokutnik.

- Učenici često poopćavaju znakove u neprikladnim situacijama.

Učenik se sjeća kako mu je njegov učitelj pokazivao kako računati površinu ispod krivulje kad graf formira trokut. On nailazi na drugi graf koji formira oblik trokuta i računa njegovu površinu, iako ovaj problem zapravo zahtjeva od njega da nađe nagib.

### **Usporediti grafove s-t, v-t, a-t u danoj situaciji.**

- Učenici vjeruju da se varijable u kinematici ponašaju identički ili jako slično i stoga bi ih trebalo nacrtati identično ili vrlo slično.

Učenik promisli da ako se akceleracija smanjuje, tada se brzina mora smanjivati.

- Učenici vide grafove kao predstavljanje fizičke putanje gibanja.

Danu situaciju lopte koja se kotrlja niz brežuljak, učenik bi nacrtao graf koji izgleda kao brežuljak.

- Učenici ne traže dosljednost nagiba i visina između grafova.

Učenik ne napravi segment najvećeg nagiba na p-t grafu da odgovara segmentu najveće visine na v-t grafu.

### **Navedi primjere koji zahtjevaju od studenata da naprave kvalitativnu usporedbu između grafova.**

- Učenici su nesposobni kvalitativno razlikovati između nagiba.

Učenik ne može reći koji od dva nagiba je strmiji.

- Učenici ne prepoznaju situacije koje zahtjevaju od njih da računaju površine ako nije prisutna nikakva mreža (mm papir).

Učenik koji je naučen računati površinu ispod krivulje brojeći kvadrate nezna kako pristupiti grafu jer nije bilo "kvadratića".

### **Zahtjevati od učenika da izraze riječima svoje misli o problemima.**

- Učenici upotrebljavaju izraze u kinematici neprikladno.

U situaciji u kojoj se položaj mijenja jednoliko, učenik upotrebljava izraz "akceleracija" kad bi trebao reći "brzina".

- Učenici pogrešno shvaćaju osnovne definicije.

Učenik vjeruje da bi v-t graf trebao izgledati kao odgovarajući s-t graf jer "put u vremenu je brzina".

### **Naglasiti računanja grafičkim putem koja su jedinstvena i različita od problema orijentiranih na jednadžbe.**

- Učenici koriste jednostavne formule ili mjerne jedinice kad bi trebali računati nagib ili površinu ispod krivulje.

Znajući da su jedinice brzine m/s, učenik podjeli vrijednost položaja s vrijednošću vremena umjesto da pronađe nagib.

- Učenici očitavaju s ordinate vrijednosti kad bi trebali pronaći nagib.

Na s-t grafu, učenik daje vrijednost položaja kao vrijednost brzine u tom trenutku vremena.

- Učenici ne razumiju značenje površine ispod krivulje.

Učenik ne shvaća da se promjena u brzini pronalazi računajući površinu ispod krivulje na a-t grafu.

## **4.2. CRTANJE GRAFOVA**

### **METODE CRTANJA GRAFOVA**

1. Svi grafovi bi trebali biti napravljeni rukom olovkom na papiru na kocke. (Kako semestar napreduje može nam biti dozvoljeno upotrijebiti kompjuter za proizvesti grafove jednom kad se pokaže stručnost s ručnim crtanjem grafova.)

2. Osim ako nam nije naređeno tako, crtati samo jedan graf po stranici.

3. Graf bi trebao iskoristiti papira na kocke što više moguće.

Pažljivo odabiranje najbolje jedinične vrijednosti je potrebno za postići ovo.

Osi bi trebalo produžiti iza prvog i zadnjeg podatka o točkama u oba smjera.

4. Svi grafovi bi trebali imati kratak, opisni naslov na vrhu svakog grafa, detaljno pričajući što se mjerilo.

5. Svaka os bi trebala biti jasno označena s naslovima i jedinicama.

6. Jasno označiti mjernu jedinicu svake osi. Npr., "1 kvadrat=0.1 m".

7. Nikad spajati točke na grafu, radije dati najbolje odgovarajući pravac ili krivulju.

8. Najbolje odgovarajući pravac bi se trebao nacrtati s ravnalom ili sličnim ravnim rubom i trebao bi približno odgovarati kretanju svih podataka, a ne nekom pojedinom točkom ili grupom točaka.

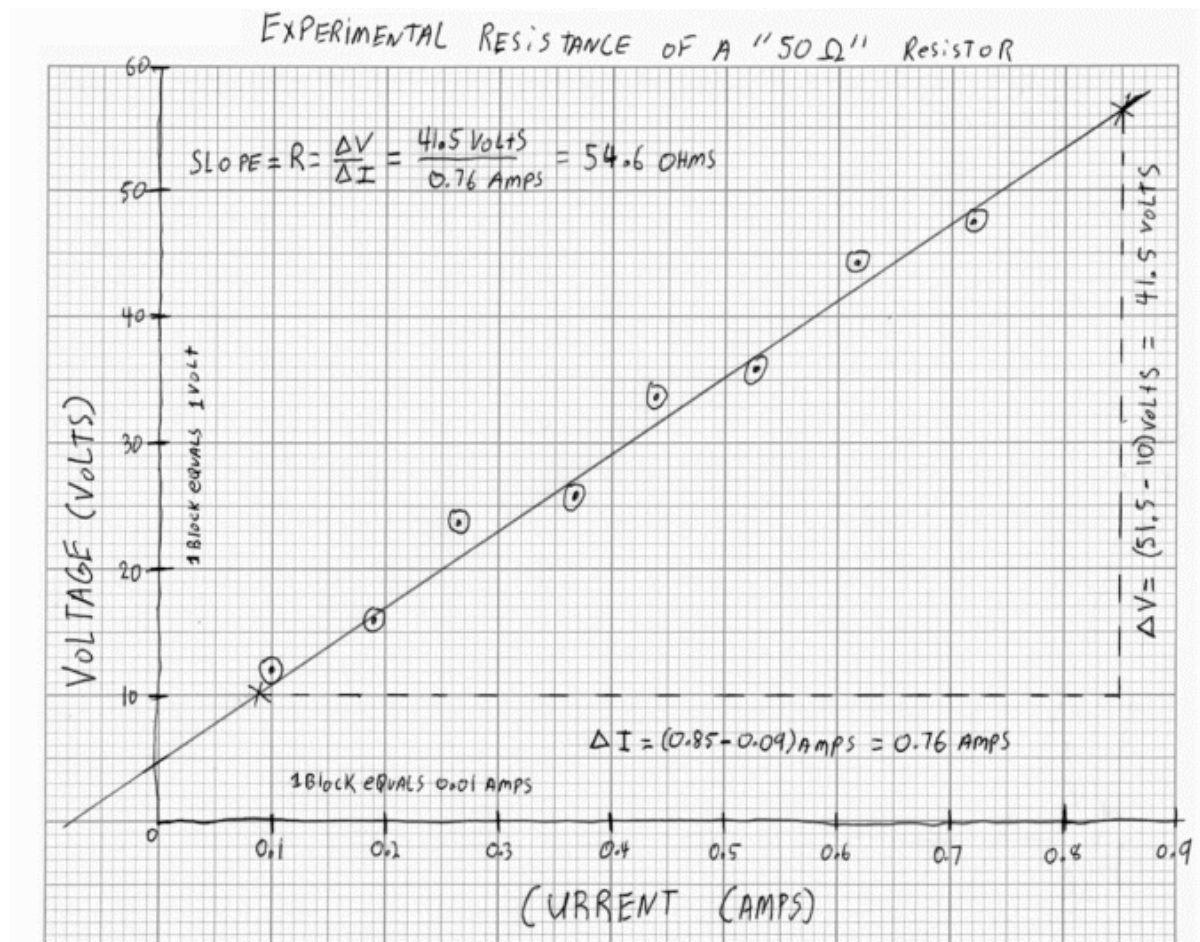
9. Najbolje odgovarajući pravac bi se trebao produžiti iza podataka o točkama.

10. Nagib bi se trebao računati iz dvije točke **na najbolje odgovarajućem pravcu.**

Te dvije točke bi trebale biti umjereno razmaknute.

Podaci o točkama se **nebi** trebali koristiti za računanje nagiba.

11. Na liernom grafu, nacrtati porast,  $\Delta Y$ , i tijek kretanja  $\Delta X$ , da formiramo trokut s najbolje odgovarajućim pravcem. Svakako označiti ove vrijednosti i uključiti jedinice.
12. Računanje nagiba,  $\Delta Y / \Delta X = (Y_2 - Y_1) / (X_2 - X_1)$ , bi trebalo biti jasno prikazano na samom grafu. Jedinice bi trebale biti uključene i vrijednosti nagiba bi trebale biti lako vidljive.
13. Vidi primjer grafa na slici 7. koji sjedinjuje gornje zahtjeve.



slika 7.

Ovih trinaest metoda crtanja grafova bi trebale biti od velike pomoći svim budućim i sadašnjim nastavnicima matematike i fizike kao uputstva kako učiti učenike crtati grafove i time im približiti razumijevanje grafova, te izbjeći poteškoće u tumačenju grafova koje često susrećemo među učenicima.

## 5. ZAKLJUČAK

Ovim testom sam pokušala dobiti povratnu informaciju o učeničkoj sposobnosti da protumače grafove u kinematici u našim školama. Nadala sam se da će rezultati testa biti puno veći nego

što su se pokazali. Ovo je obeshrabrujuće jer su ovo vještine koje nastavnici očekuju od svojih učenika da imaju nakon nastave. Očito je da učenici imaju poteškoća s interpretacijom grafova, te bi se problem mogao nalaziti u činjenici da tradicionalni stil nastave ne funkcionira dobro za prenošenje znanja. Učitelji bi trebali postati svjesni problema, davati učenicima raznolike situacije gibanja, davati mogućnost da sami razvijaju svoje ideje i hrabriti ih pritom, i nadasve bolje podučavati!!!