

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO – MATEMATIČKI FAKULTET

FIZIČKI ODSJEK

DIPLOMSKI RAD

VIZUALIZACIJA AKUSTIČNIH POJAVA

Ivan Lesić

Mentor: doc.dr.sc. Darko Androić

Zagreb, lipanj 2006.

Uvod.....	2
1. Povijesni razvoj akustike.....	3
2. Fizikalna pozadina fenomena zvuka	6
2.1. Valne pojave u prirodi.....	6
2.2. Što je zvuk?	7
2.3. Intenzitet zvuka	9
2.4. Boja zvuka.....	10
2.4.1. Harmonici i njihova uloga.....	11
2.5. Još neke akustičke pojave	13
3. Uvod u vizualizaciju akustičnih pojava i povijesni osvrt.....	15
3.1. Povijesni eksperimentalni postavi.....	16
3.1.1. Fonoautograf	16
3.1.2. Koenigov aparat – početak Fourierove analize	18
4. Moderne metode vizualizacije akustičnih pojava	20
4.1. Računalna podrška – hardverski zahtjevi.....	21
4.1.1. Glazbeni sintetizatori – izvori zvuka.....	23
4.2. Softverska podrška	25
4.2.1. Visual analyser - program za vizualizaciju zvuka.....	26
4.2.2. Mogućnosti primjene u nastavi fizike	29
4.3. Internet i mogućnosti vizualizacije akustičnih fenomena	31
4.3.1. Interaktivni appleti	32
Zaključak.....	34
Dodatak: Ukratko o Fourierovoj analizi.....	35
Literatura	36

Uvod

Rijetki su trenuci kada bi mogli reći da se nalazimo u potpunoj tišini jer je zvuk svuda oko nas. Zvuk je sastavni dio našeg života, i vrlo bitan faktor u stvaranju percepcije i cjelokupnog dojma o okolini. On je prijenosnik naših riječi i poruka u svakodnevnoj komunikaciji, prijenosnik naših osjećaja u glazbenom izričaju i neizostavan element bez kojeg svijet nebi bio isti. Često zvuk ne doživljavamo kao nešto posebno i zanimljivo. Ne razmišljamo toliko o njegovoj prisutnosti, fizikalnoj prirodi, ni primjeni u svakodnevnom životu.

Osnovni je cilj ovog diplomskog rada pokušati demonstrirati neke metode koje bi zvuk predočile na drugi način, točnije vizualizirale ga. Vizualizacijom fenomena zvuka produbljuje se shvaćanje njegove fizikalne prirode i doprinosi razumijevanju brojnih akustičnih pojava koje on neposredno uzrokuje ili u kojima sudjeluje.

Ovaj rad je podijeljen u nekoliko cjelina. U prvoj cjelini opisan je povijesni razvoj razmatranja fenomena zvuka i razvoj podgrane fizike - akustike. Druga cjelina donosi objašnjenje fizikalne osnove zvuka, kao i kratki pregled akustičnih pojava kao izravnog manifesta spomenutog fenomena. Treća cjelina daje svojevrsan uvod u problematiku vizualizacije akustičnih fenomena, predstavlja neke metode vizualizacije koje su se razvile kroz povijest, te donosi primjer jednostavnih metodičkih pokusa koji se mogu izvoditi u školama u sklopu praktičnog izvođenja nastave fizike. Četvrta cjelina bavi se modernim tehnološkim dostignućima i informatičkim alatima koji su se razvili zadnjih godina, a uvelike su pripomogli kvalitetnijem prikazu kako samog zvuka, tako i njegovih fizikalnih karakteristika (boje, intenziteta, zvučnih udara) i ostalih akustičnih fenomena. Pri tome su u razmatranju prikazani neki od načina korištenja hardvera (npr. glazbeni sintetizatori), ali i mogućnosti korištenja softverskih rješenja u razmatranju fizikalnih fenomena.

1. Povijesni razvoj akustike

Počeci razmatranja fenomena zvuka stari su sigurno koliko i sama ljudska vrsta. Ljudi su od samih početaka bili okruženi zvukom: pjev ptica ili šum mora u njima je zasigurno morao izazvati neku dozu znatiželje i zainteresiranosti. Prva smisljena razmatranja i zaključke o zvuku izvide grčki *filozofi*. Tada izvedeni zaključci u današnjim okvirima nemaju veliku fizikalnu točnost, niti daju pravo objašnjenje pojava. Najveća vrijednost tih zaključaka je u trudu koji je uloženi u njihovo stvaranje, te u činjenici da su služili kao poticaj za daljnja razmišljanja i istraživanja.

Negdje u 6. stoljeću prije Krista grčki filozof Pitagora uočava vibracije žica glazbenih instrumenta pri svakom trzaju, te ih povezuje sa percipiranom glasnoćom zvuka. Uočava da kraće žice vibriraju „brže“, te da ova „brža“ vibracija proizvodi „viši“ ton. Slijedeći zapisi datiraju iz vremena oko 400. godine prije Krista kada Arhit, pripadnik Pitagorejske filozofske škole, donosi „postulat“ o nastanku zvuka. Tvrdi da zvuk nastaje sudaranjem objekata. Iz toga dalje zaključuje kako brže gibanje tijela pri sudaru stvara „viši“ zvuk, dok sporije gibanje daje „niži“ ili „dublji“ ton.

Oko 350. godine prije Krista, Aristotel se kao i Pitagora bavi vibrirajućim žicama glazbenih instrumenata. Zaključuje da žica dok vibrira „udara“ zrak oko sebe, te da svaki udareni „dio zraka“ udara dio do sebe, koji pak udara slijedeći i tako redom. Aristotel stvara tezu da je zrak potreban kao medij kroz koji se širi zvuk. Nadalje zaključuje da se zvuk ne može širiti bez medija, tj. da u vakuumu nema zvuka.

Spoznajom da vibrirajuća žica udara zrak puno puta, a ne samo jednom, rimski inženjer Marco Pollio u 1. st. poslije Krista zaključuje da zvuk ne samo da se širi nego da i vibrira. Smatra da su upravo vibracije koje nastaju titranjem žice ono što čujemo i doživljavamo kao zvuk.

Slijedeći vrlo važan korak u razvoju proučavanja akustičnih fenomena bio je uspostavljanje povezanosti između gibanja zvuka i gibanja vala. Rimski filozof Anicius Boethi oko 500. g. poslije Krista uspoređuje širenje zvuka kroz zrak sa širenjem valova na vodi. Danas znamo da su zvučni valovi i valovi na vodi dvije različite vrste valova, ali samo povezivanje fenomena zvuka sa valnim gibanjem predstavlja velik napredak.

Od vremena grčkih filozofa, kroz cijelo mračno doba srednjeg vijeka, nije bilo značajnijeg napretka u istraživanju zvuka i akustičnih pojava. Razvojem i napretkom društva, dolazi i do povećanog interesa za istraživanjem prirodnih fenomena, pa tako i akustičnih pojava. Strpljivim istraživanjem počinje se polako dobivati uvid u fizikalnu pozadinu zvuka i postavljaju se osnovni principi na kojima i danas počiva akustika.

U 16. i 17. stoljeću svojevrsne temelje moderne akustike postavljaju francuski prirodoslovac Marin Mersenne (1588-1684), kojeg nazivaju još i „ocem akustike“, te Galileo Galilei (1564-1642), koji u svojim djelima iznose važne pretpostavke: valno gibanje koje nastaje titranjem tijela i stvara zvuk određene frekvencije je periodično i ima identičnu frekvenciju kao promatrano tijelo koje titra.

Početak matematičke teorije gibanja zvuka u svojem djelu *Principia* (1686) daje Isaac Newton (1642-1727). Zvuk opisuje kao pulseve tlaka koje stvara vibrirajuće tijelo, a koji se dalje prenose preko okolnih čestica fluida. Matematički modeli koje djelo donosi bili su ograničeni samo na valove konstantne frekvencije i u velikoj mjeri su „patili“ od nedostatka terminologije i odgovarajućih koncepata.

1711. godine John Shore izrađuje prvu glazbenu viljušku i time uvelike unapređuje proučavanje zvučnih pojava. Stvorena je mogućnost da se dobije zvuk točno određene frekvencije. Akustika sve više dobiva na popularnosti i veliki broj i znanstvenika i glazbenika ulaže sve veće napore sa ciljem objašnjenja akustičnih fenomena.

Rudolf Koenig (1832-1901) obilježio je svoje razdoblje kao vodeći graditelj akustičnih instrumenata i dijelova eksperimentalnih postava. Dao je velik doprinos istraživanju akustičnih pojava i razumijevanju fenomena. Posebno je potrebno istaknuti njegov rad na vizualizaciji akustičnih pojava, a o jednom njegovom eksperimentalnom uređaju biti će više govora kasnije.

Daljnji napredak akustika doživljava u radovima Christianna Dopplera (1803-1853). On je dao objašnjenje fenomena kod kojeg dolazi do promjene frekvencije i valne duljine vala koju uočava promatrač koji se giba u odnosu na izvor zvuka. Taj efekt i danas nosi njegovo ime, Dopplerov efekt. Efekt nije uočen samo u akustici, već i u astronomiji, te ima i svoju praktičnu primjenu u medicini i tehnici. O fizikalnoj pozadini Dopplerovog efekta biti će još govora u ovom radu.

Uz gore navedene, još je velik broj znanstvenika dao svoj doprinos istraživanjima akustičnih pojava: Helmholtz, Weber, Fletcher, Mach samo su neki od njih.

Važno je napomenuti da tradicija istraživanja akustičnih fenomena postoji i na Fizičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu. Nakon što je 1875 g. izabran za profesora fizike na tadašnjem Mudroslovnom fakultetu, profesor Vinko Dvořák, asistent Ernesta Macha i cijenjen svjetski znanstvenik, oprema zbirku pokusa velikim brojem tada najmodernijih uređaja. Među tim eksperimentalnim postavima bio je i velik broj postava za pokuse iz akustike. Velik dio uređaja sačuvan je do današnjih dana u povijesnoj zbirci Fizičkog odsjeka. Neki od njih se još uvijek koriste u nastavi opće fizike, a zbirka kao cjelina predstavlja značajnu kulturno-znanstvenu baštinu. U zadnje vrijeme postoji tendencija obnavljanja starih pokusa i eksperimentalnih postava kako bi se šira javnost što bolje upoznala sa načinom izvođenja eksperimenata i nastave u prošlosti. U tom su vidu u sklopu „Tjedna fizike“, u studenom 2005. godine održana predavanja o četiri povijesna eksperimenta iz zbirke Fizičkog zavoda. O jednom eksperimentalnom postavu za vizualizaciju akustičnih pojava biti će nešto više govora kasnije.

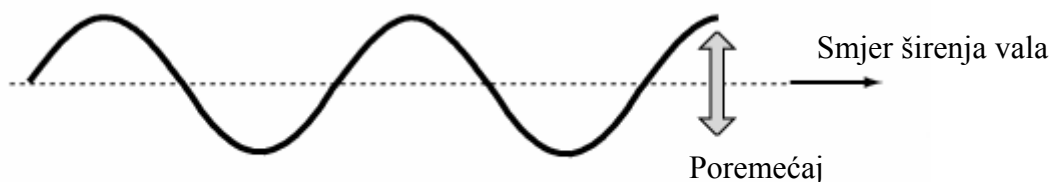
2. Fizikalna pozadina fenomena zvuka

U ovom dijelu ukratko će biti objašnjeni osnovni pojmovi koji objašnjavaju fenomen zvuka, biti će opisane fizikalne veličine, te uspostavljene relacije među njima. Svrha je ovog poglavlja pružiti uvod u svijet akustičnih pojava kako bi se postavio odgovarajući temelj za razmatranja koja slijede u narednim odjeljcima.

2.1. Valne pojave u prirodi

Val možemo definirati kao poremećaj u nekom mediju. Poremećaj se kroz medij širi brzinom koja ovisi o fizikalnim karakteristikama medija. Val također prenosi energiju zahvaljujući kojoj na svojem putu može izvršiti neki rad.

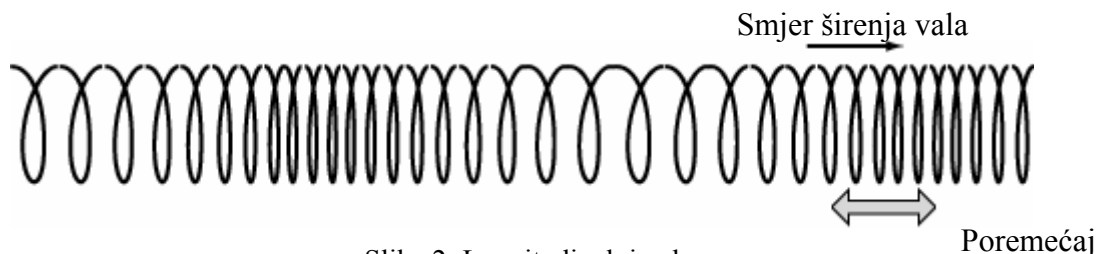
Postoje dvije osnovne vrste valova: *transverzalni* i *longitudinalni* valovi. Razlikuju se međusobno po smjeru oscilacija u mediju u odnosu na smjer rasprostiranja vala. Kod transverzalnih valova oscilacije koje tvore val su okomite u odnosu na smjer širenja vala (slika 1).



Slika 1: Transverzalni val

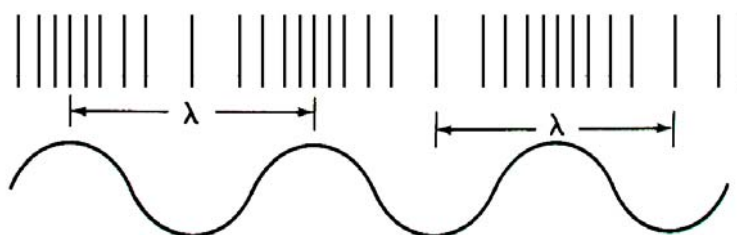
Transverzalni se valovi najlakše mogu uočiti npr. na žici nekog glazbenog instrumenta. Jako bitna kategorija transverzalnih valova su elektromagnetski valovi, koji su jedinstveni po tome što za širenje ne trebaju medij. Različiti tipovi EM valova su slični u svim svojim svojstvima, osim u frekvenciji (valnoj duljini). Spektar EM zračenja se može podijeliti prema rastućim frekvencijama na slijedeći način: radio-valovi (TV, radar), IC područje, vidljivo područje, UV zračenje, X-zračenje, gama zračenje. Transverzalni valovi se ne mogu širiti kroz tekućine ili plinove zato što ne postoji mehanizam koji bi omogućavao titranje čestica okomito na smjer širenja.

Kod longitudinalnih valova gibanje oscilacija u mediju koje tvore val odvija se u smjeru širenja vala.



Slika 2: Longitudinalni val

Longitudinalni valovi sastoje se od niza gušćih i rijedih dijelova u mediju. Moguće je napraviti usporedbu između transverzalnih i longitudinalnih valova: mjesto „zgušćivanja“ sredstva je područje gdje je tlak veći nego normalni tlak, i analogno je brijegu transverznog vala. Isto tako mjesto „razrjeđenja“ sredstva je područje manjeg tlaka od normalnog, i analogno je dolu transverznog vala.



Slika 3: usporedba transverznog i longitudinalnog vala

2.2. Što je zvuk?

Zvuk je najlakše definirati kao longitudinalni val neke frekvencije koji se širi kroz medij. Tijelo koje proizvodi zvuk mora vibrirati i biti u direktnom kontaktu sa medijem koji zvuk prenosi. Princip širenja zvučnog vala zasniva se na nizu poremećaja, odnosno „zgušćivanja“ i „razrijeđivanja“ sredstva koji nastaju uslijed promjena tlaka. Zbog toga zvuk za svoje širenje obavezno zahtjeva neko sredstvo (voda, zrak, metal). Iz tog razloga u vakuumu nema zvuka – ne postoji sredstvo za njegovo širenje.

Zvučni valovi obuhvaćaju frekvencije unutar područja čujnosti – od 16 do 20000 Hz. Područje čujnosti zvučnih valova individualno je za svaku osobu – gornja granica praga se smanjuje sa godinama starosti. Područje frekvencija ispod 16 Hz naziva se infrazvuk, a područje iznad 20 KHz ultrazvuk. Određena frekvencija titranja nosi sa sobom dojam „visine“ tona - valovi većih frekvencija zvuče nam kao „viši“ tonovi.

Za sve vrste valova, pa tako i za zvučne valove vrijedi slijedeća relacija koja povezuje valnu duljinu i frekvenciju:

$$v = f \cdot \lambda$$

v – brzina širenja vala, f – frekvencija, λ – valna duljina. Pri tome je: $f=1/T$, pa se prethodni izraz može zapisati i kao:

$$\lambda = v \cdot t$$

Poput svih valova, zvuk putuje različitim brzinama, ovisno o sredstvu kojim se širi. Točna brzina širenja zvuka u nekom sredstvu ovisi o njegovoj elastičnosti i gustoći. Konkretnije: brzina ovisi o tome koliko se daleko molekule medija mogu odmaknuti od ravnotežnog položaja (elastičnost medija), te koliko su te molekule međusobno udaljene (gustoća medija). Što je veća elastičnost medija, a manja njegova gustoća to će se zvuk brže širiti kroz medij. Na brzinu širenja će utjecati i promjena temperature, i to iz razloga što se povećanjem temperature smanjuje gustoća medija (npr. zraka), bez utjecaja na elastičnost. Dok temperatura ima utjecaja na brzinu širenja zvuka, tlak utjecaja nema. To je zbog toga što promjena tlaka uzrokuje jednake promjene u elastičnosti i gustoći, pa brzina ostaje nepromijenjena. Brzina zvuka u zraku može se ovisno o temperaturi prikazati slijedećim izrazom:

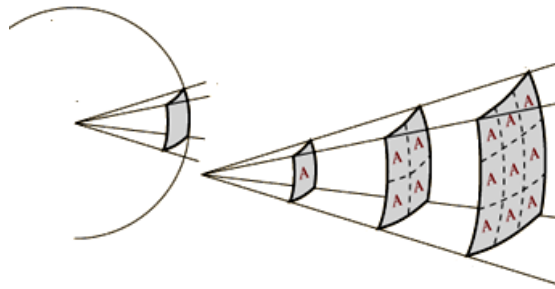
$$v_{zvuka} \approx 331.4 + 0.6T_c \text{ m / s}$$

gdje je T_c temperatura u stupnjevima Celzijusa. Iz izraza slijedi da je brzina zvuka u zraku pri 20° celzijusa 343.6 m/s.

Zvučni valovi dijele interakcijske karakteristike sa ostalim vrstama valova, tako da i kod njih uočavamo pojavu interferencije, difrakcije-ogiba, refleksije te refrakcije - loma na prijelazu između dva sredstva. O svim će ovim pojavama ukratko biti govora u jednom od slijedećih odjeljaka.

2.3. Intenzitet zvuka

Zamislimo točkasti izvor koji emitira zvuk u vidu sfere koja se širi od izvora u prostor.



Slika 4: točkasti izvor i sferno širenje zvuka u prostor

Kako se sfera povećava, njezina se površina udaljuje od točkastog izvora zvuka, a ista količina energije se distribuira na veće područje. Time se intenzitet zvuka smanjuje. To je razlog zašto zvuk čujemo tiše ako je izvor udaljeniji od nas. Iz toga možemo zaključiti sljedeće: što je veća amplituda zvučnog vala, veća je glasnoća i veći je *intenzitet* zvuka. Kvadrat amplitude vala je proporcionalan intenzitetu zvučnog vala. Promotrimo npr. žicu gitare. Što se žica jače trzne, više se otkloni od položaja ravnoteže. Samim time veća je amplituda zvučnog vala i nastali zvuk je glasniji. Za razliku od amplitude, intenzitet zvuka nije teško izmjeriti. Intenzitet zvučnog vala se može opisati kao energija koju prenese val u nekom vremenu, po jedinici površine valne fronte. Jedinica za intenzitet je wat po metru kvadratnom (W/m^2).

Zvuk se obično „mjeri“ kao razina intenziteta. Razlika između stvarnog intenziteta i razine intenziteta je u tome što je skala razine intenziteta zvuka prilagođena ljudskoj precepciji glasnoće. Kako bismo pronašli razinu intenziteta izraženu u decibelima, počinjemo razmatranje od *razine čujnosti*, najmanjeg intenziteta $I_0=1 \times 10^{-12} \text{ W}/\text{m}^2$ što iznosi 0 dB, i najmanji je intenzitet zvuka kojeg ljudsko uho može registrirati. Pošto se odnosi prikazuju na logaritamskoj skali, 10 puta glasniji zvuk od početnog ima razinu intenziteta od 10 dB, dok 100 puta glasniji zvuk ima intenzitet od 20 dB. Razina intenziteta zvuka koja izaziva bol je 120 dB što znači da je stvarni intenzitet zvuka jednak $1 \text{ W}/\text{m}^2$. Matematička relacija koja povezuje intenzitet u W/m^2 i razinu intenziteta u dB glasi:

$$I(\text{dB}) = 10 \log_{10} \left[\frac{I}{I_0} \right]$$

S obzirom da je zvuk u svojoj osnovi manifestiran kao niz promjena tlaka u sredstvu oko izvora, jedan od načina opisivanja njegovih svojstava je i izražavanje promjene tlaka relativno u odnosu na atmosferski tlak. Tako prag čujnosti izražen preko tlaka iznosi $P_0=2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$, a intenzitet u decibelima se može raspisati kao:

$$I(\text{dB}) = 10 \log_{10} \left[\frac{I}{I_0} \right] = 10 \log_{10} \left[\frac{P^2}{P_0^2} \right] = 20 \log_{10} \left[\frac{P}{P_0} \right]$$

U tablici su navedeni neki zvukovi koji se svakodnevno susreću, zajedno sa pripadajućim intenzitetima.

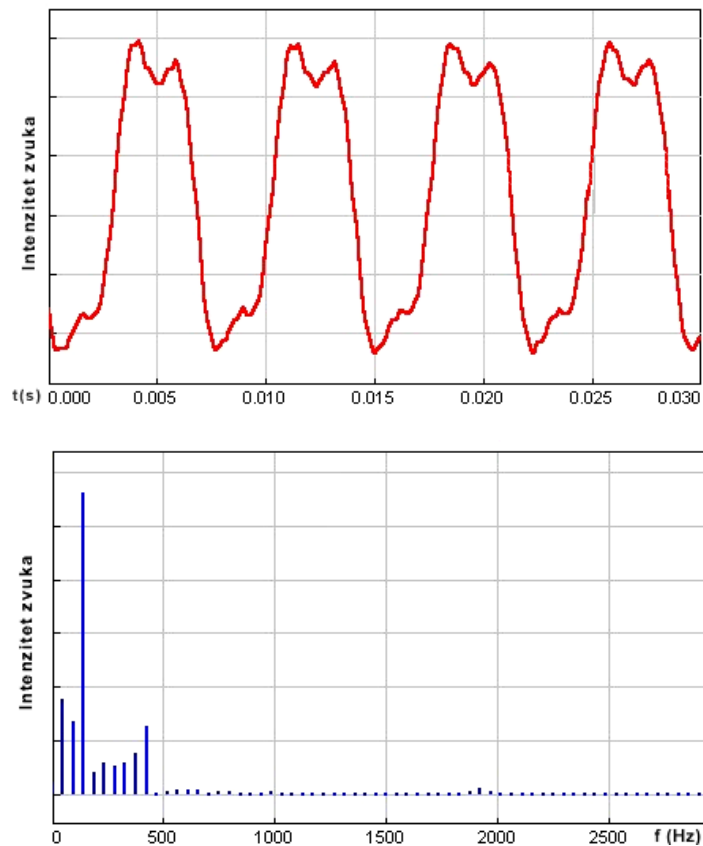
Zvuk	Razina intenziteta (dB)	Intenzitet (W/ m ²)
Prag čujnosti	0	1×10^{-12}
Šapat	10	1×10^{-11}
Razgovor	60	1×10^{-6}
Rock glazba	115	.30
Prag bola	120	1.0
Puknuće bubnjića	160	1×10^4

Tablica 1: neki zvukovi i njihovi intenziteti

2.4. Boja zvuka

U fizikalnim razmatranjima, boju zvuka po važnosti svrstavamo u rang sa frekvencijom i intenzitetom. Pojam „boje zvuka“ opisuje one karakteristike zvuka koje omogućavaju razlikovanje u slučaju kada dva ili više različitih zvukova imaju istu frekvenciju i intenzitet. Boja zvuka je uglavnom određena udjelom *viših harmonika* (tj. dodatnih frekvencija), koji se uz osnovnu pojavljuju više ili manje izraženo u svakom zvučnom uzorku. U manjem dijelu boji zvuka doprinose i dinamičke karakteristike zvuka (npr. vibracije). U svakodnevnom životu boja zvuka omogućava razlikovanje ljudskih glasova, glazbenih instrumenata (npr. klavira od violine) i sl. S obzirom da svaki zvuk koji se sastoji od više harmonika posjeduje karakterističan valni oblik, može se „razdvojiti“ na osnovne harmonike i pri tome je moguće odrediti doprinos svake frekvencije u valnom uzorku (slika 5). Taj se

postupak naziva *Fourierova analiza*. Uobičajena je praksa danas karakterizirati valni oblik zvuka prema spektru harmonika potrebnih za njegovu reprodukciju. O harmonicima i Fourierovoj analizi spektra biti će više govora u slijedećim poglavljima.



Slika 5: valni oblik zvuka gitare i udio frekvencija

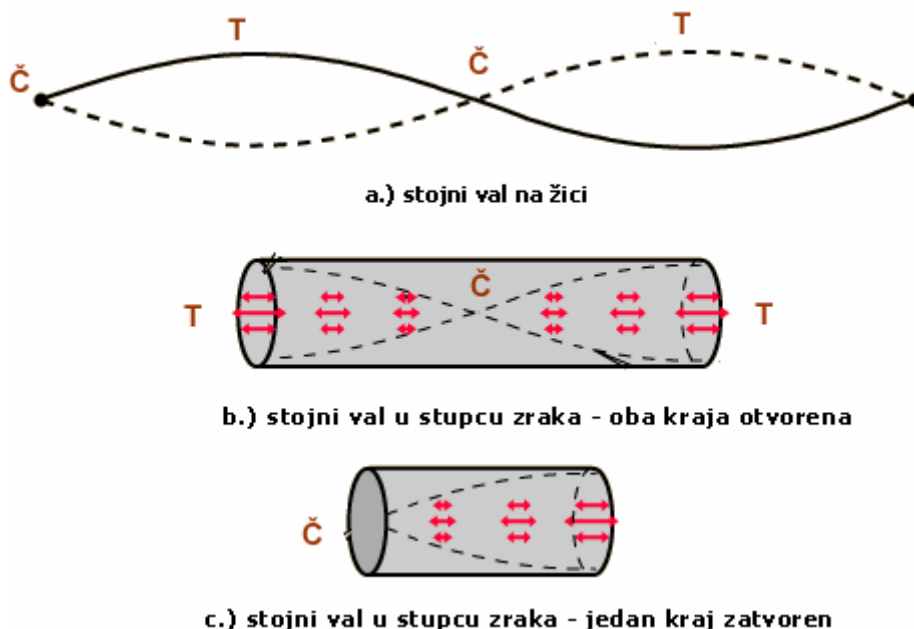
2.4.1. Harmonici i njihova uloga

Prije razmatranja uloge i važnosti viših harmonika u zvučnoj slici pojedinog uzorka, potrebno je ipak reći nekoliko riječi o pojmu *rezonancije*. U promatranju primjera sa zvukom rezonantnu frekvenciju možemo postaviti kao osnovnu ili točno određenu višu frekvenciju titranja određenu fizičkim parametrima izvora zvuka. Ideja o fizičkim parametrima određenoj osnovnoj frekvenciji provlači se kroz sve dijelove fizike – mehaniku, elektricitet i magnetizam pa čak i modernu fiziku. Tijelo koje vibrira na bilo koji način lako će vibraciju postići na rezonantnoj frekvenciji, dok će teško vibrirati na ostalim frekvencijama. Isto tako, tijelo će samo odabrati svoju rezonantnu frekvenciju iz kompleksnih pobuđenja, vršeći stanovito „filtriranje“ frekvencija.

Najniža rezonantna frekvencija vibrirajućeg tijela naziva se *osnovna frekvencija*. Većina tijela koja titraju ima više rezonantnih frekvencija – tipičan slučaj susrećemo kod glazbenih instrumenata koji uvijek imaju više harmonike u uzorku zvuka. N-ti *harmonik* je definiran kao n-ti cjelobrojni višekratnik osnovne frekvencije: $f_n = n \times f_0$. Vibrirajuće žice glazbenih instrumenata i otvoreni stupci zraka u cijevi mogu vibrirati svim harmonicima, dok stupci zraka zatvoreni na jednom kraju mogu imati samo neparne harmonike.

Promotrimo slučaj nastanka rezonancije na žici na primjeru sinusoidnog vala neke frekvencije. Širenjem kroz žicu val u jednom trenutku nailazi na fiksne krajeve. Tada mijenja fazu za 180° – vraća se „natrag“. Pri tome dolazi do konstruktivne interferencije sa valom „koji dolazi“ – stvara se *stojni val*. Dijelovi stojnog valova koji se ne miču nazivaju se čorovi, dok se dijelovi sa najvećom amplitudom nazivaju trbusi.

Slična se situacija dešava i u stupcu zraka. Pri razmatranju se mogu uočiti dvije situacije: a.) oba kraja cijevi su otvorena, b.) jedan kraj cijevi je zatvoren. Kod prvog slučaja otvoreni dijelovi stupca predstavljaju „trbuhe“, dok se za osnovnu frekvenciju titranja čvor nalazi na sredini cijevi. U drugom slučaju zatvoreni dio cijevi predstavlja čvor, a otvoreni trbuh stojnog vala.



Slika 6: stojni val na žici i u stupcu zraka otvorenom na oba kraja, i sa jednim krajem zatvorenim

Kod svih glazbenih instrumenata (gudački instrumenti, puhački instrumenti) osnovni harmonik, te jedan ili više viših harmonika nastaju istovremeno. Oni međudjelovanjem

stvaraju tzv. superponirani zvučni val. Kada različiti instrumenti sviraju isti glazbeni ton, oni proizvode istu osnovnu frekvenciju ali različite intenzitete za više harmonike. Npr. četvrti harmonik može biti izrazito naglašen kod jednog, a u potpunosti izostati kod drugog instrumenta. Iz tog razloga različiti instrumenti zvuče različito.

2.5. Još neke akustičke pojave

Uz gore opisane pojave vezane za fenomen zvuka, potrebno je u kratkim crtama dati objašnjenja još nekih, kako bi se u potpunosti stvorila slika o učincima i međudjelovanjima u akustičkim pojavama. Sva do sada prikazana objašnjenja, kao i ova koja tek slijede, dobro će poslužiti kao uvodna motivacija u razmatranja problematike vizualizacije akustičnih pojava.

S obzirom da su akustičke pojave u svojoj fizikalnoj osnovi valne pojave, valovi zvuka se ponašaju kao i sve druge vrste valova. I kod njihovih djelovanja i međudjelovanja u raznim situacijama uočljive su pojave interferencije, difrakcije (ogiba), refleksije, refrakcije (loma na prijelazu između dva sredstva) te Dopplerov efekt.

Interferencija je pojava koja se očituje pri međudjelovanju dva vala koji se u jednom trenutku nađu u zajedničkom dijelu prostora. Dolazi do interakcije njihovih amplituda. Ukoliko se njihove amplitude zbrajaju nastaje *konstruktivna interferencija*, a ako se amplitude međusobno poništavaju nastaje *destruktivna interferencija*. Interferencija kao posljedicu ima nastanak *udara* – područja izmjeničnog povećavanja i smanjivanja amplitude resultantnog vala.

Difrakcija je pojava ogiba zvučnog vala oko neke „malene“ prepreke ili pojava širenja vala kroz neku „malenu“ pukotinu. Pojam „malena“ označava da je prepreka ili pukotina usporediva sa valnom duljinom promatranog vala. Difrakcija se bolje uočava pri većim valnim duljinama, što znači da će se zvuk niže frekvencije bolje ogibati na preprekama i širiti dalje nego zvuk više frekvencije. Iz tog se razloga približavanjem npr. puhačkom orkestru najprije čuju bas bubanj i tuba, a zatim svi ostali instrumenti.

Refleksija zvuka slijedi *zakon refleksije*: kut upada vala jednak je kutu odbijanja. Identično se ponašanje primjećuje kod svjetlosnih valova, ili kod npr. odbijanja biljarske kugle od ruba stola. Odbijeni val može interferirati sa upadnim valom, proizvodeći pri tome uzorke konstruktivne i destruktivne interferencije. Ta interferencija može dovesti i do

rezonantnog stvaranja stojnih valova u prostorijama. Do kakve će interferencije doći, ovisi o promjeni faze na mjestima odbijanja vala.

Refrakcija je pojava zakretanja valova u situaciji kada oni prelaze iz jednog sredstva u drugo, u kojima im se brzine međusobno razlikuju. Refrakcija nije toliko važan fenomen u akustici koliko u optici. Prilikom refrakcije ne dolazi samo do zakretanja u smjeru prostiranja vala, nego i do smanjenja brzine širenja, odnosno valne duljine. Iz osnovne valne jednadžbe $v = \lambda \times f$, očito je da smanjenje brzine mora utjecati na smanjenje valne duljine s obzirom da je frekvencija vala određena na izvoru i ne može se mijenjati.

Dopplerov efekt je pojava kod koje dolazi do promjene frekvencije zvuka svaki put kad postoji relativno gibanje između izvora i promatrača. Efekt postaje jasno uočljiv kada relativna brzina iznosi barem nekoliko postotaka brzine zvuka (20-25 m/s). Promotrimo npr. situaciju kada se izvor zvuka giba prema opažaču: gibanje izvora zvuka uzrokuje promjenu registrirane valne duljine i frekvencije, unatoč tome što frekvencija izvora ostaje nepromijenjena. Valna duljina se smanjuje, a s obzirom da je brzina zvuka konstantna, veći broj valnih fronti dolazi do promatrača u određenom vremenskom intervalu, što stvara dojam povećanja frekvencije. Nakon prolaska izvora pokraj opažača, frekvencija se smanjuje – povećava se valna duljina.

3. Uvod u vizualizaciju akustičnih pojava i povijesni osvrt

Nakon ponešto detaljnijeg objašnjenja fizikalne pozadine fenomena zvuka i akustičnih pojava vezanih uz dotični fenomen, u daljnjim razmatranjima slijede detaljnija objašnjenja načina i metoda vizualizacije zvučnih pojava. U pregledu razvoja metoda, svojevrsna težina pri analizi će biti stavljena na metodičku komponentu i one aspekte koji bi se mogli što bolje iskoristiti u edukativne svrhe. Prvotna namjera pri stvaranju ovog rada bila je upravo naglasiti mogućnosti korištenja kako starijih tako i novijih metoda prezentacije akustičnih pojava sa svrhom što boljeg postavljanja koncepata i razvijanja učeničke percepcije pri usvajanju novih sadržaja. Valne pojave u klasičnoj fizici i kasnije valna svojstva materije u kvantnoj fizici bitan su i neizostavan dio u edukaciji fizike, koji ponekad nije sasvim jednostavno predočiti na razumljiv i učenicima pristupačan način. Zbog toga je potrebno sa razumijevanjem postaviti osnove na kojima će se dalje razvijati mogućnosti kognitivnog usvajanja novih elemenata u nastavnom procesu.

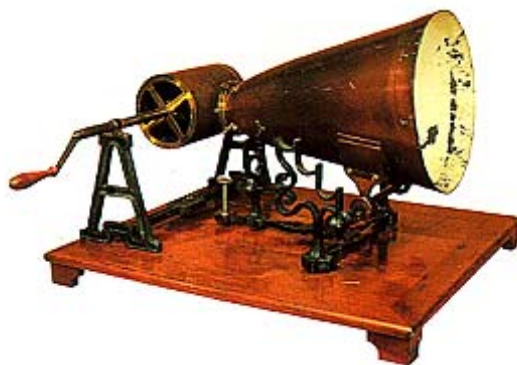
Svako vremensko razdoblje u kojem su se vršila akustička proučavanja i demonstracije istraženog, nosilo je sa sobom određenu razinu tehnološkog napretka kojom su ljudi koji su se time bavili bili ograničeni. Teško je u samim počecima razmatranja akustičnih pojava bilo zamisliti kako izgleda valni oblik koji stvara zvuk nekog glazbenog instrumenta ili koliki je udio različitih frekvencija u njemu. No s vremenom su eksperimentalni postavi napredovali toliko da vizualizacija do tad nevidljivog više nije predstavljala problem. Danas u računalnoj eri, vizualizacija akustičnih fenomena lako je izvediva i dostupna svakome. No u svoj raskoši prezentacije koju pruža moderna tehnologija, potrebno je ipak sačuvati osnovne koncepte neiskvarene, i prikazati fenomene na način da trajno i kvalitetno ostanu u sjećanju svima kojima su prezentirani. Opširnije o modernim – informatičkim načinima vizualizacije u poglavlju 4.

3.1. Povijesni eksperimentalni postavi

Vrijeme je druge polovice 19. stoljeća. Tehnologija tog vremena počinje lagano nuditi ljudima mogućnosti istraživanja do sada neviđenih fizikalnih pojava. Među njima su i akustičke pojave. Problemi koje je trebalo riješiti bili su mnogi – kako tehničke tako i konceptualne prirode. No upornost i domišljatost entuzijasta i zaljubljenika u fizikalne fenomene donijela je na svijet neke sasvim upotrebljive ideje koje su u velikoj mjeri doprinjele razvoju budućih eksperimentalnih i teorijskih metoda i tehnika u vizualizaciji akustičnih pojava.

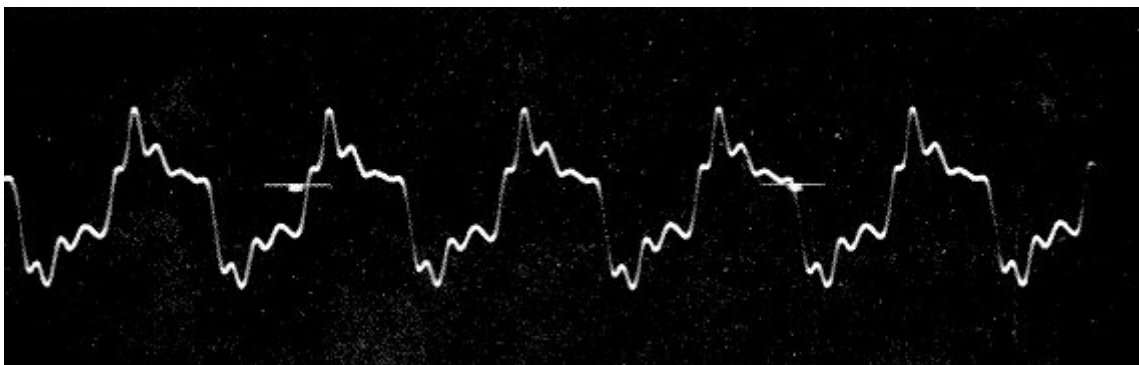
3.1.1. Fonoautograf

Fonoautograf je konstruirao Édouard-Léon Scott de Martinville 1857. godine. Osnovna mu je svrha bila pretvaranje zvučnih valova u vidljive tragove (valne oblike) na nekoj površini. Pretvaranje se vršilo uz pomoć jednostavnog mehanizma - povezivanjem membrane koja je prihvaćala zvučne signale sa odgovarajućom iglom koja je pak mogla ostavljati trag po nekom materijalu – uglavnom je to bilo začađeno staklo. Iako je bio od velike pomoći pri stvaranju prvih vizualizacijskih slika akustičnih pojava, uređaj nije zbog svoje jednostavnosti mogao u primjeni ostati duže vrijeme i naslijedile su ga neke modernije modifikacije. Na neki ga način možemo smatrati prethodnikom svih uređaja za reprodukciju zvuka, jer se iz njegovih principa i mehanizama razvila ideja *gramofona*, kojeg je prvi patentirao Thomas Alva Edison 1877. godine. Edisonova inačica gramofona je u svojim kasnijim izvedbama i modifikacijama doživjela niz promjena koje su pridonijele znatno kvalitetnijoj reprodukciji zvučnog zapisa, što je dovelo do toga da mnogi i danas kao osnovni uređaj pri slušanju glazbe koriste gramofon, unatoč svim modernim tehničkim uređajima.



Slika 7: fonoautograf

Naprednija verzija fonografa konstruirana oko 1910. godine nazivala se **fonodiek** (engl. *phonodiek*). Fonodiek je bio uređaj za stvaranje fotografskih zapisa oblika vala. Radio je na sljedećem principu: zvuk uzrokuje vibraciju membrane. Membrana je povezana sa malim zrcalom koje se „trese“ zajedno sa njom i reflektira svjetlosnu zraku u različitim smjerovima pod različitim kutevima, ovisno o prirodi zvuka. Refektirana se zraka svjetlosti bilježila na fotografski film, te su na taj način nastajali trajni zapisi o obliku zvučnih valova. Fonodiekom su detaljno snimljeni valni oblici gotovo svih glazbenih instrumenata, mnogi zapisi postoje i danas. S obzirom da je imao mogućnost prikazivanja iznosa tlaka kojeg proizvodi odgovarajući zvučni val, korišten je za vrijeme 1. svjetskog rata pri mjerenjima tlaka i trajanja udarnih valova topova i ostalih vrsta oružja, što je uvelike pridonijelo razumijevanju fizioloških učinaka promatranih pojava na čovjeka. U svoje je vrijeme bio neizostavan kao demonstracijski uređaj za valne oblike različitih zvučnih uzoraka – promatrači su mogli iz prve ruke uočiti razliku među njima, tj. uočiti razliku u boji zvuka.



Slika 8: valni oblik klarineta snimljen fonodiekom

S obzirom na složenu formu pojedinih valnih uzoraka, samo po sebi se postavilo pitanje o mogućnostima razdijeljivanja složenih uzoraka na jednostavnije dijelove – njihove konstituente. Počelo se razmišljati o osnovnim principima i idejama onog što danas poznajemo pod nazivom **Fourierova analiza** (po matematičaru Fourieru koji je postavio i dokazao teoriju). U četvrtom poglavlju biti će nešto više rečeno o osnovnim konceptima koje sa sobom donose pojmovi Fourierova analize i sinteze, te njihovim neposrednim implikacijama na akustičke pojave i istraživanja u akustici.

3.1.2. Kőenigov aparat – početak Fourierove analize

Daleko od teoretskih matematičkih modela, u radionici jednog zaljubljenika u akustičke fenomene, nastao je uređaj kojeg danas s pravom možemo smatrati uređajem za Fourierovu analizu¹. Radi se o Kőenigovom aparatu sa Helmholtzovim rezonatorima. Uređaj je ime dobio po svom konstruktoru - Karlu Rudolfu Kőenigu (1832 - 1901).

Kőenigov aparat je u svojoj osnovi jednostavan mehanički uređaj koji mogućnost vizualizacije zvuka temelji na promatranju plamena plina koji gori. Uređaj se sastoji od 7 ili više Helmholtzovih rezonatora (ovisno o modelu). Rezonatori su sa stražnje strane uređaja cjevčicama spojeni sa plamenicima, na koje pak sa prednje strane druga skupina cjevi dovodi plin. U središnjoj komori na kojoj se nalaze plamenici, sa unutrašnje strane postavljena je polupropusna membrana (fini papir). Plin na plamenicima gori. Zrcalo sa strane koje se može rotirati služi za bolje uočavanje promjene plamena na plamenicima.

Princip rada uređaja je krajnje jednostavan. Helmholtzovi rezonatori su načinjeni tako da rezoniraju na zvuk točno određene frekvencije. S obzirom da su povezani sa plamenicima na kojima gori plin, pojava rezonancije na rezonatoru imat će određeni učinak na plamen.



Slika 9: Kőenigov aparat

¹ V. Dodatak na str.35

Ukoliko izvor zvuka emitira određenu frekvenciju koja odgovara frekvenciji nekog rezonatora, na plameniku spojenom sa tim rezonatorom uočiti će se promjena veličine plamena. Na svim ostalim plamenicima promjene neće biti. U slučaju kada izvor zvuka emitira više frekvencija (npr. neka se radi o skupu svirala – dvije, tri ili više koje istodobno proizvode zvuk), moguće je prema učinku koji zvuk ima na plamen točno odrediti frekvencije koje se nalaze unutar emitiranog zvučnog uzorka. Upravo je određivanje osnovnih frekvencija od kojih se sastoji neki zvučni val princip na kojem počiva Fourierova analiza – stvorena je mogućnost razlaganja vala na njegove osnovne konstituente. Koenig ne samo da je pronašao vrlo jednostavan način za vizualizaciju djelovanja zvuka, već je uspio otići i korak dalje. Teško je u ono vrijeme bilo zamisliti jednostavniji i učinkovitiji uređaj za jednostavnu demonstraciju tako složenih fizikalnih pojava.

Koenigov aparat zajedno sa pripadajućim izvorom zvuka (malenim modularnim orguljicama) nalazi se i u povijesnoj zbirci Fizičkog odsjeka Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu. Eksperimentalni postav je dugo vremena služio u nastavi fizike, no sa vremenom je ipak ustupio mjesto naprednijim metodama i lagano pao u zaborav. U sklopu aktivnosti oko obilježavanja „Svjetske godine fizike 2005“, Koenigov aparat i orgulje u potpunosti su obnovljeni i ponovo stavljeni u funkciju. Zahvat je bio dosta zahtjevan s obzirom da su dijelovi aparature bili u potpunosti uništeni, te je bilo potrebno napraviti potpunu rekonstrukciju. Na predavanjima o povijesnim eksperimentima u studenom 2005. ponovo su u novom svjetlu predstavljani široj javnosti. Osnovna je zamisao pri tome bila skrenuti pažnju na vrijedne povijesne eksperimentalne postavke koji i danas mogu uspješno poslužiti u nastavi fizike, a nepravедno su stavljeni u drugi plan. Fizikalni principi trajni su i nepromijenjeni, bez obzira kojom se tehnikom u njihovom objašnjavanju služili.

Više o samom eksperimentalnom postavu i predavanjima može se pronaći na adresi:
<http://metodika.phy.hr/gf>

4. Moderne metode vizualizacije akustičnih pojava

Razvojem moderne računalne tehnologije mnoge su eksperimentalne tehnike prikaza fizikalnih pojava bitno pojednostavljene i doživjele su ogroman napredak. Eksperimentalni postavi obogaćeni su informatičkom opremom koja postaje njihov neizostavan dio – kao sustav kontrole cijelog procesa opažanja, kao sustav za prikaz rezultata ili oboje. Bez obzira o kojem se dijelu procesa radilo rad je uvelike olakšan.

Uvođenjem računala u fiziku, razvijaju se nove metode istraživanja, analize i prikaza podataka i u akustici. Stvoreni su mnogi napredni sustavi za primanje zvučnih signala (odgovarajući mikrofoni i akustični periferni uređaji), te sustavi za analizu i prikaz podataka (odgovarajući softverski paketi). Paralelno sa razvijanjem ekspertnih sustava za istraživanja, razvijaju se i edukacijska softverska i hardverska rješenja koja uvelike pripomažu razvoju percepcije i svijesti učenika o akustici i akustičkim procesima. Upravo će o nekima od tih rješenja biti više govora u odjeljcima koji slijede.

Dodatnu komponentu edukacijska rješenja dobivaju razvojem Interneta i prilagođivanjem njihovih mogućnosti za on-line upotrebu i prezentaciju. Time je u potpunosti izgubljena obaveza „lokalnosti“ nekog demonstracijskog postupka ili prikaza problema, jer se cijeli proces može odvijati putem Interneta, neovisno o lokaciji na kojoj se nalazi demonstrator – predavač, ili učenici koji ga prate.

Informatička tehnologija nije odmah bila spremna odgovoriti na izazove koje su pred nju postavile postojeće eksperimentalne metode i metode analize podataka. Bilo je potrebno određeno vrijeme kako bi računala ili neki njihovi dijelovi postali dovoljno moćni za obradu željenih procesa. Danas takvi problemi gotovo više i ne postoje, jer su moderna računala u potpunosti prilagođena prikazu multimedijalnih sadržaja i nose sa sobom potpunu mogućnost njihove analize i obrade.

Uz prikaz nekih pogodnih softverskih rješenja za vizualizaciju zvuka, u slijedećim će odjeljcima biti govora i o nekim praktičnim edukativnim rješenjima, te o tome kako u svemu iskoristiti mogućnosti koje pruža Internet i open-source zajednica.

4.1. Računalna podrška – hardverski zahtjevi

Od pojave prvih računala za „kućnu“ upotrebu, jedna od glavnih njihovih zadaća postala je mogućnost manipulacije multimedijalnim sadržajima. Prva su računala tu imala velikih poteškoća zbog nedostatnih hardverskih resursa. O obradi zvuka, pa tako i prikazu akustičnih pojava nije bilo govora.

Unazad deset godina računala postaju dovoljno „snažna“ i tu se javljaju prve mogućnosti njihove upotrebe u demonstracijskim pokusima i ispitivanjima. Intenzivnim razvojem tehnologije računala ubrzo postaju u potpunosti tehnički dorasla multimedijalnim zahtjevima. Današnja računala bez većih problema mogu raditi najsloženije zahvate na svim vrstama multimedijalnih sadržaja. Hardverski resursi mogu bez problema podnijeti sve što najnovije aplikacije od njih traže, a sve je skupa cijenom i mogućnostima dostupno najširem krugu korisnika.

Za uspješnu demonstraciju i vizualizaciju akustičnih fenomena postoje ipak neki minimalni tehnički zahtjevi koje računalo mora zadovoljiti. Prije svega mora biti opremljeno odgovarajućom zvučnom karticom kako bi moglo primiti ili reproducirati zvučni signal. Zvučna kartica ima mogućnost primanja signala sa mikrofona ili nekog vanjskog uređaja, te mogućnost pohranjivanja tog signala na računalo u odgovarajućoj kvaliteti zapisa, koja također ovisi o samoj kartici. Mikrofon koji se koristi za snimanje zvučnih zapisa moraju primiti sve frekvencije koje emitira izvor zvuka kako bi analiza signala bila potpuna. Alternativa primanju signala preko mikrofona u izvođenju demonstracijskih pokusa je korištenje specijaliziranih izvora zvuka, primjerice glazbenih sintetizatora (synthesizera). Zvučna kartica nadalje omogućuje reprodukciju zapisa putem odgovarajućih zvučnika ili slušalica. Sam dojam o zvučnom zapisu uvelike će ovisiti o zvučnicima preko kojih se reproducira. Potrebno je voditi računa o rasponu frekvencija koje određeni zvučnici mogu reproducirati, njihovom položaju u odnosu na slušatelja, materijalu od kojeg su načinjeni... Pri odabiru opreme vrijedi jednostavno pravilo: kvalitetnija oprema nudi bolju mogućnost stvaranja i reprodukcije zapisa, ali je ujedno i skuplja – zato je potrebno donekle voditi računa o omjeru kvaliteta/cijena. Srećom danas je situacija takva da i jeftinija oprema nudi dobre mogućnosti za izvođenje i analizu pokusa. U izvođenju demonstracijskih eksperimenata vezanih za vizualizaciju akustičnih pojava podjednako je važna kvalitetna reprodukcija audio sadržaja kao i sama vizualizacija, jer se u izvođenju zvuk odmah povezuje sa vizualizacijskim efektom koji stvara.

Da bi promatrani uzorak vizualizirali potrebno ga je predočiti na monitoru računala, ili u slučaju većeg broja promatrača na LCD projektoru. Monitor zajedno sa grafičkom karticom daje mogućnost prezentiranja sadržaja sa računala – neophodan je za rad. Današnji grafički podsustavi računala i monitori dorasli su svim zahtjevima koje pred njih postavlja vizualizacija zvuka, s obzirom da se ona svodi na prikaz sadržaja kojeg generiraju određeni računalni programi. Kao izlazna periferna jedinica računala može se koristiti i pisač s obzirom da se sadržaj koji generiraju programi može i ispisati. Na taj se način stvara trajniji zapis o izvršenoj analizi.

S obzirom da se danas teži sve većoj dostupnosti materijala putem Interneta, pogodno je računalo opremiti i mrežnim priključkom (mrežnom karticom), kako bi se stvorila mogućnost kako prikaza sadržaja najširem krugu korisnika, tako i mogućnost primanja sadržaja sa mreže. Internet je svojim mogućnostima otklonio prostorne prepreke i omogućio jednaku dostupnost svih sadržaja čak i fizički najudaljenijim korisnicima.

Shematski bi se cijeli sustav za vizualizaciju akustičnih pojava mogao predočiti na slijedeći način:



Slika 10: shema računalnog sustava za vizualizaciju akustičnih pojava

4.1.1. Glazbeni sintetizatori – izvori zvuka

Da bi se na bilo koji način izvršila kvalitetna vizualizacija akustičnih pojava potrebno je prije svega imati kvalitetne, raznovrsne izvore zvuka. S obzirom na širok raspon zahtjeva koje specifični slučaj vizualizacije može imati, potrebno bi bilo na raspolaganju imati mnoštvo različitih glazbenih instrumenata, udaraljki, izvora šumova i sl. Samim time izvođenje demonstracije ili mjerenja može postati poprilično tehnički zahtjevno.

Napredak moderne tehnologije imao je utjecaja na sve dijelove ljudske svakodnevnice, pa tako između ostalog i na glazbene instrumente. Dok su stari „mehanički“ instrumenti imali i još uvijek imaju neizostavnu ulogu u stvaranju glazbe ili izvođenju demonstracijskih pokusa i mjerenja, prava revolucija nastala je pojavom elektroničkih izvora zvuka – glazbenih sintetizatora (engl. *synthesizers*). Prvi synthesizeri nastali negdje 70'tih godina 20. stoljeća nisu imali tako velike mogućnosti u generiranju zvukova kao današnji, ali su već onda davali naznake jasnih i nenadoknadivih prednosti u odnosu na klasične izvore zvuka. Prije svega frekvencije zvukova koje su davali synthesizeri mogle su se određivati do u tisućiti dio herca, pa i preciznije. Stvorena je mogućnost kontinuiranog stvaranja zvuka kroz praktički neograničen vremenski period (tako nešto bi primjerice jednom saksofonistu za vrijeme demonstracije bilo neizvedivo). Frekvencije koje synthesizer daje mogle su se kontinuirano mijenjati kroz cijelo područje čujnosti uz mogućnost dodavanja i kombiniranja novih frekvencija po želji. Isto tako važno je spomenuti mogućnost jednostavnog generiranja raznih oblika valova (sinusni, trokutasti, četverokutni, oblik pile).

Sve navedene karakteristike su na neki način samo pozadina onog što je u biti glavna prednost glazbenih sintetizatora – generiranje zvuka određene boje prema karakteristikama specifičnih glazbenih instrumenata. Konkretnije, kvalitetan glazbeni sintetizator može reproducirati više ili manje kvalitetno zvuk gotovo svih glazbenih instrumenata. Time je stvorena mogućnost da se iz samo jednog jedinog izvora zvuka dobije uvid u sve moguće valne uzorke koji karakteriziraju boju zvuka različitih glazbenih instrumenata. Uz to, svi glazbeni sintetizatori imaju mogućnost stvaranja zvučnih uzoraka prema vlastitoj želji. Prednost ovakvog izvora zvuka pri demonstraciji ili mjerenju u odnosu na neki od klasičnih izvora nije potrebno niti spominjati. Nadalje, vrlo je bitna mogućnost direktnog povezivanja izvora sa sustavom za analizu ili vizualizaciju (putem odgovarajućih kablova i sučelja na računalu), čime se direktno umanjuje utjecaj vanjskih izvora zvuka – demonstracije je moguće izvoditi i u relativno bučnom okruženju (npr. učionici).

Postoji više tipova glazbenih sintetizatora. Obično se razlikuju prema načinu na koji generiraju zvuk, tj. tipu modulacije (sinteze). Općenito kod tehnika modulacije zvuk nastaje kombinacijom više signala. Pri tome jedan signal uzrokuje promjenu fizikalnih karakteristika drugog. Tipova sinteze ima puno i svaka nova generacija donosi nove mogućnosti u kvalitetnijem stvaranju zvuka.

Najnovija tehnologija koja se koristi u generiranju zvuka naziva se *sempliranje* (engl. *sampling*). Razlikuje se od klasične sinteze zbog toga što se u uređaje (*semplere*) stavlja uzorak zvuka (*sample*), snimljen i digitalno prilagođen za ovakvu vrstu reprodukcije. Zvučni uzorak koji se dobije iz semplera identičan je zvuku originalnog instrumenta sa kojeg je preuzet. Sempleri su danas neizostavan dio svakog procesa stvaranja glazbe upravo zbog svoje preciznosti u reprodukciji zvuka. Tako dobre tehničke osobine sigurno se mogu odlično iskoristiti i prilikom vizualizacije akustičnih fenomena.

Glazbeni sintetizatori i sempleri se danas zajedno ugrađuju u vrlo moćne glazbene instrumente, tzv. *workstatione*. Takvi uređaji kombiniraju najbolje osobine generiranja zvuka u procesu sinteze i najbolje osobine sempliranih uzoraka. Opremljeni su sustavima za dodavanje efekata na zvukove te imaju nebrojene mogućnosti kombiniranja i iskorištavanja zvučnih uzoraka. Sve funkcije objedinjuje jedinstven operativni sustav (neki čak koriste inačice Linux-a). Hardverski su vrlo moćni (procesori Pentium generacije, opremljeni tvrdim diskovima, optičkim uređajima), i u potpunosti su kompaktilni sa današnjom računalnom tehnologijom sa kojom komuniciraju preko USB ili firewire sučelja. Takav jedan uređaj zamjenjuje sve potrebno za stvaranje čak i najsloženijih glazbenih djela u glazbenoj produkciji, a njegove mogućnosti za demonstraciju akustičnih pojava su nebrojene. Na žalost cijenom su još uvijek pomalo nedostižni, no i slabija rješenja mogu dobro poslužiti u svakodnevnim demonstracijama akustičnih fenomena.



Slika 11: Korg PA1X pro – trenutno jedan od najboljih workstationa

4.2. Softverska podrška

Nakon pregleda hardverskih zahtjeva u računalnom sustavu za vizualizaciju akustičnih pojava, red je nešto reći i o softveru koji se koristi za tu namjenu.

Sve komponente računala kao i sve procese koje računalo obavlja nadgleda operativni sustav. On je zadužen za komunikaciju među uređajima, sinhronizaciju procesa, optimizaciju izvršenja naredbi i sl. Većina današnjih računala koriste razne inačice Windows ili Unix/Linux operativnih sustava. Operativni sustavi u većoj ili manjoj mjeri uglavnom imaju implementiranu potrebnu podršku za upravljanje dijelovima računala (primjerice zvučnom karticom), ili nekim od perifernih uređaja. Ukoliko to nije slučaj, moguće je upravljačke dijelove programa (tzv. *drivere*) instalirati i naknadno. Jednom kada je operativni sustav ispravno podešen, i bez problema radi sa svim uređajima priključenim na računalo, stvorena je osnova za korištenje daljnjih specijaliziranih programa preko kojih će se izvesti odgovarajuća mjerenja, analize ili demonstracije.

Pri odabiru operativnog sustava vrlo je bitno procijeniti prednosti i nedostatke koje on donosi u implementaciji konkretnog problema. Konkretno u problematici vizualizacije akustičnih fenomena Windows operativni sustavi su u maloj prednosti nad Linux/Unix sustavima. Prije svega više su okrenuti prema korisniku – nešto su jednostavniji za korištenje. Imaju bolje implementiranu podršku za komunikaciju sa dodatnim uređajima koji se u radu priključuju na računalo (npr. glazbeni workstation), a ukoliko podrška nije već realizirana lako se izvrši nadogradnja. Isto tako postoji veći broj specijaliziranih programa koji se mogu koristiti pri vizualizaciji, napravljenih upravo za Windows OS. Njihov je glavni nedostatak cijena, te ponekad nestabilnost u radu, što može predstavljati ozbiljan problem. Srećom, novije verzije Windowsa (XP) su ipak napravljene poprilično dobro tako da se korisnik može pouzdati u njihovu stabilnost.

Sa druge strane Linux/Unix operativni sustavi su besplatni. Novije inačice imaju bolje realiziranu podršku kako za računalne komponente, tako i za periferne uređaje. Odlikuju se stabilnošću u radu. Glavna im je mana nedostatak specijaliziranog softvera koji se može iskoristiti u vizualizaciji, i činjenica da softver koji postoji nije u većini slučajeva toliko kvalitetan kao za Windows sustave. No uz izvršne verzije programa dolazi često i source kôd, tako da korisnik ukoliko ima iskustva može softver u potpunosti prilagoditi svojim potrebama. Oba tipa operativnih sustava imaju svoje prednosti i mane, tako da je krajnja odluka o odabiru prepuštena je isključivo korisniku.

Operativni sustav sam po sebi nije dovoljan za prikaz akustičnih pojava. Uz njega na računalu mora postojati i odgovarajući softver koji će moći primiti, te na pravilan način obraditi i prikazati ulazni signal primljen na zvučnoj kartici. Softvera za tu namjenu ima mnogo – različitih proizvođača, kvalitete, namjene – od profesionalnih vrlo skupih i složenih programa za obradu zvuka i snimanje (Cubase), do besplatnih jednostavnih demonstracijskih programa prilagođenih svim skupinama korisnika. Upravo će jedan od takvih programa biti predmet detaljnijeg razmatranja u sljedećem poglavlju.

Za razmatranja u problematici vizualizacije akustičnih pojava, te kasnijoj eventualnoj obradi podataka nije nužno da softver koji se koristi bude usko specijaliziran. Ukoliko se primjerice kao rezultat analize dobije skup podataka u numeričkom obliku koji nosi informacije o međusobnom odnosu dviju ili više fizikalnih veličina, analiza i grafička prezentacije može se izvršiti u programu za tabličnu obradu podataka kakav je npr. Excel.

4.2.1. Visual analyser - program za vizualizaciju zvuka

Od mnoštva programa koji bi se mogli iskoristiti na manje ili više uspješan način za vizualizaciju akustičnih pojava, nešto više riječi u ovom poglavlju biti će o Visual Analyseru. Zbog niza prednosti koje ima nad ostalim programima za sličnu namjenu, odabran je kao izvrstan primjer softvera koji je jednostavnošću, pristupačnošću i mogućnostima korištenja dostupan svima, a ujedno je pogodan za ispunjenje svih zadaća koje bi demonstracijska analiza akustičnih pojava mogla pred njega postaviti.

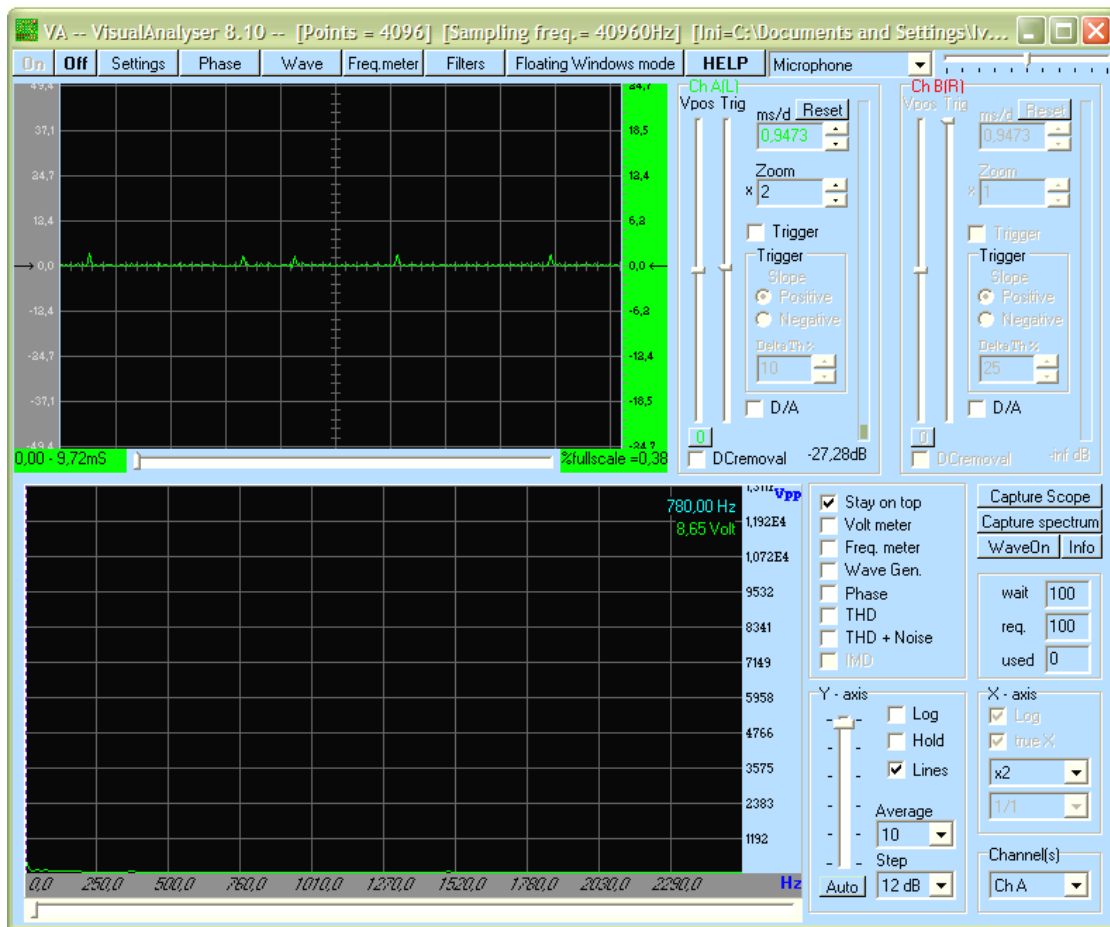
Visual Analyser proizvod je tvrtke Sillanum Software. Program je unutar „public“ domene, tj. besplatan je za korištenje. Radi pod Windows operativnim sustavima. Instalacija je dostupna na Internet adresi www.sillanumsoft.com. S obzirom na veličinu od samo 1.1 MB pristupačna je i korisnicima sa dialu-up pristupom.

Iako veličinom instalacije ne ostavlja takav dojam, Visual Analyser je poprilično moćan program. Svojim mogućnostima može zamijeniti niz uređaja i prikazati sve njihove funkcionalnosti na jednom mjestu – korisnikovom računalu. Visual Analyser može se koristiti kao:

1. Osciloskop (dva kanala, x-y osi, vremenska podjela, trigger)
2. Analizator spektra sa prikazom amplitude i faze (linearni i logaritamski prikaz, linije...)

3. Generator valnih oblika (triangular, square, sinus, noise, pulsni generator)
4. "Frequency metter" (sa prikazom vremena i raspona frekvencija)
5. Volt-metar
6. "Filtering" uređaj (low pass, hi pass, band pass, band reject...)
7. Potpuni softverski konverter za digitalno-analognu konverziju (za kompletnu rekonstrukciju signala)

Nakon pokretanja programa, otvara se njegov glavni prozor:



Slika 12: Sučelje Visual Analysera

Sučelje programa je jednostavno i podijeljeno na nekoliko dijelova. Pri vrhu prozora nalaze se izbornici pomoću kojih se mogu podešavati postavke programa ili uključivati neke njegove dodatne opcije (npr. opcije za dodatni prikaz pri mjerenju traženih veličina). Srednji dio služi za prikaz promatranih pojava. Gornji prozor prikazuje periodičnosti valnih oblika koji se promatraju i njihove amplitude, dok donji pokazuje frekvencije koje se pojavljuju u promatranom valnom uzorku (prikazuje spektar frekvencija). Sa desne strane sučelja nalaze se

izbornici za podešavanje karakteristika prikaza u svakom od prozora. Moguće je podesiti razinu ulaznog signala, raspon prikaza na svakoj osi, te uključiti neke od dodatnih funkcija programa. Od dodatnih funkcija potrebno je spomenuti mogućnost točnog prikaza frekvencije, prikaza faze promatranog vala te mogućnost generiranja raznih valnih oblika.

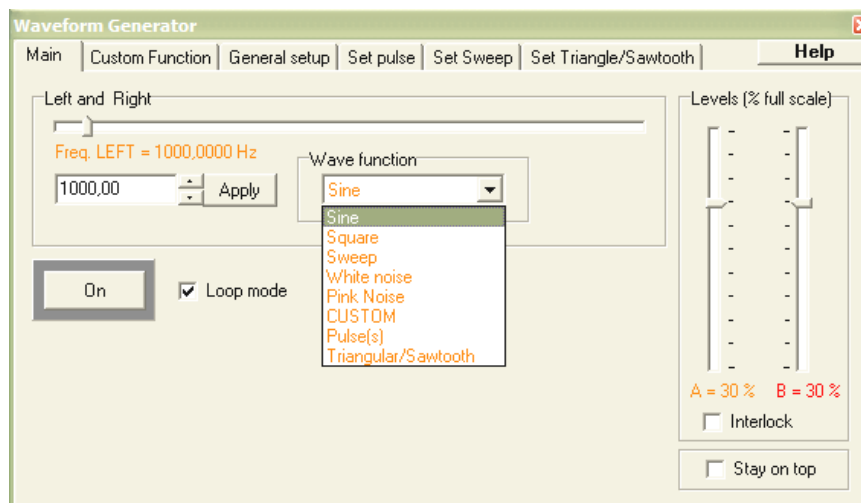


Slika 13: Mjerenje frekvencije zvuka

Frekvencija nekog izvora zvuka se uz pomoć Visual Analysera može odrediti sa dosta velikom točnošću (4 decimale). No rezultat može varirati ovisno o izvoru zvuka, načinu prijenosa zvučnog signala, količini šuma koji je obuhvaćen pri prijenosu i sl.

Uz pomoć "Phase" prikaza, moguće je promatrati promjene faze vala u vremenu. Prikaz je moguće prilagođavati ovisno o potrebama konkretnog slučaja analize.

Posljednja spomenuta dodatna funkcija odnosi se na mogućnost generiranja raznih valnih oblika proizvoljne frekvencije. Tako je moguće generirati pravilne oblike valova (sinusne, pravokutne, trokutaste), valne uzorke nepravilnih oblika (šumove ili pulseve), te oblike koji nastaju postavljanjem neke proizvoljne matematičke funkcije. Postoji mogućnost generiranja valnih oblika iz dva prividno nezavisna izvora, tako da se kod razmatranja mogu uočiti pojave interferencije, zvučnih udara i sl.



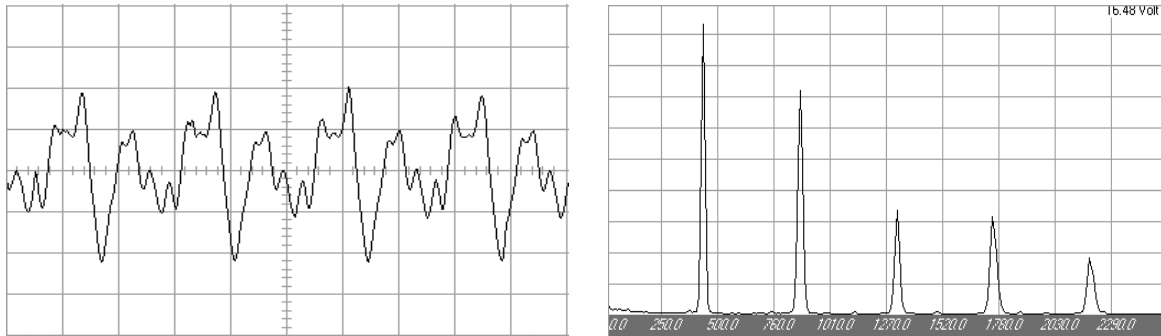
Slika 14: mogućnosti pri generiranju valnih oblika

Visual Analyser ima mogućnost primanja signala na više načina: putem mikrofona, iz nekog vanjskog izvora zvuka direktno spojenog odgovarajućim kablom, ili sa CD/DVD uređaja na računalo. Koji će se izvor zvuka koristiti, ovisi o mogućnostima i potrebama koje postavlja analiza. Visual Analyser također posjeduje odgovarajuće filtere koji se mogu koristiti u slučaju kada je prije analize potrebno izvršiti korekcije na signalu (npr. u slučaju kada je šum izrazito jak). Na kraju, kada se analiza napravi, program ima mogućnost pohranjivanja podataka u različitim oblicima. Podaci se mogu pohraniti kao slike ili u numeričkom (tekstualnom) obliku. Ukoliko se podaci pohranjuju u nekom od grafičkih (slikovnih) formata, Visual Analyser ima mogućnost promjene boja unutar svog sučelja, kako bi dobiveni rezultati pogodovali izgledom za eventualnu daljnju obradu. Tekstualni oblik podataka omogućuje pak daljnju analizu u nekom od programa (npr. Excell).

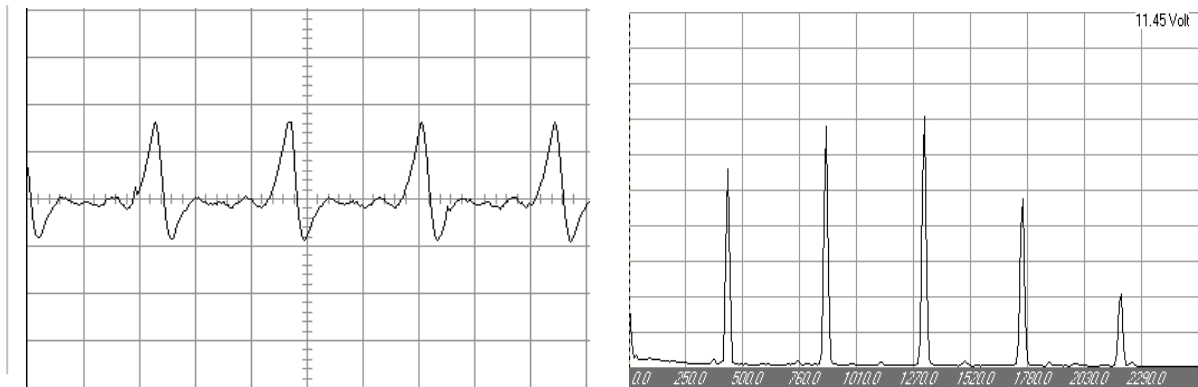
4.2.2. Mogućnosti primjene u nastavi fizike

Ako Visual Analyser stavimo u kontekst demonstracijskog softvera u nastavi fizike, u kombinaciji sa izvorom zvuka daje mogućnost kreiranja niza jednostavnih vježbi. Uz pomoć tih vježbi, učenici će na učinkovit način moći razumjeti i doživjeti akustičke pojave. Tako se primjerice može postaviti i slijedeći zadatak: potrebno je iz izvora zvuka generirati nekoliko valnih oblika različitih glazbenih instrumenata, izmjeriti frekvencije signala, razmotriti oblik vala, te napraviti analizu frekvencije harmonika koji stvaraju karakterističan valni oblik. Ovdje se pretpostavlja da se kao izvor zvuka koristi glazbeni sintetizator. U dolje provedenoj analizi u tu je svhu korišten synthesizer Korg i30. Korištenje glazbenih sintetizatora nudi mogućnost odabira valnih oblika različitih instrumenata (učenici ih mogu proizvoljno odabrati prema vlastitom interesu), te također mogućnost analize proizvoljno generiranih valnih oblika (zvukova) sastavljenih od više različitih valnih oblika različitih instrumenata.

Eksperimentalni postav koji je korišten za analizu je vrlo jednostavan: sastoji se od izvora zvuka (glazbenog sintetizatora), računala opremljenog zvučnom karticom i Visual Analysera. Za razmatranje su odabrani karakteristični valni oblici (zvukovi) violine i trube frekvencije 440 Hz (frekvencija tona A iz prve oktave prema kojem se formiraju svi odnosi ostalih tonova unutar glazbene ljestvice). Uzorci su odabrani samo za prikaz, kako bi se okvirno stekao dojam što se sve sa Visual Analyserom može učiniti. Prilikom praktičnog izvođenja demonstracije poželjno je iskoristiti što više različitih valnih uzoraka i razmotriti ih na više različitih frekvencija.



Slika 15: valni oblik i udio frekvencija u harmonicima violine²



Slika 16: valni oblik i udio frekvencija u harmonicima trube

Iz gore priloženih slika jasno je vidljiva razlika između valnih oblika violine i trube. Na osnovu te razlike stječe se dojam različite boje zvuka – razlikuju se glazbeni instrumenti. Isto tako, analiza frekvencija pokazuje različit doprinos viših harmonika u valnom obliku. Iz toga učenici direktno mogu uočiti doprinos viših harmonika konačnom obliku vala, tj. boji zvuka. Samim time uz akustički, direktno stječu i vizualni dojam, te njihovim kombiniranjem lakše usvajaju trajne spoznaje o prirodi zvuka. Dodatni bonus pri razumijevanju donosi prikaz promjene faze vala.

Uzimajući u obzir koliko je jednostavno danas pomoću računalne tehnologije i softvera izvršiti gore opisanu analizu, neupitna je uloga Visual Analysera i sličnih programa u razvijanju učeničkih koncepcija i usvajanju novih sadržaja. Unatrag samo 15 godina, napor i tehnološki zahtjevi za izvođenje slične demonstracije bili bi daleko veći.

² Za kvalitetniji prikaz unutar samog rada, prilikom stvaranja slika promijenjene su postavke boje Visual Analysera

4.3. Internet i mogućnosti vizualizacije akustičnih fenomena

S obzirom na aktualne trendove koji danas vladaju u svim aspektima ljudskog života, a odnose se na opću prisutnost informacija i sustava za razne namjene na Internetu, svoje mjesto na "mreži svih mreža" našli su i sustavi za vizualizaciju akustičnih pojava. Mogućnosti korištenja tih sustava, kao i njihov značaj pri usvajanju koncepcija kod učenika neupitni su. U razmatranjima, online sustavi za analizu akustičnih pojava mogu se podijeliti s obzirom na svoju namjenu i tehničku realizaciju. Svojom namjenom sustavi mogu biti namijenjeni edukaciji (demonstraciji) ili provođenju stručnih fizikalnih mjerenja (analizama). S obzirom na tehničku realizaciju mogu biti implementirani za rad putem web browsera, ili pružaju mogućnost pokretanja na nekom drugom informatičkom sustavu različitom od korisnikovog (takvom se sustavu obično pristupa preko odgovarajućeg sučelja, izvrši analiza te putem mreže korisniku dostavljaju rezultati). Sustavi namijenjeni edukaciji obično su implementirani kao web browser-based, dok se specijaliziranim analitičkim sustavima pristupa na neki drugi način. Naravno postoje i obrnute implementacije.

Promatrajući općenite prednosti koje donose mrežni sustavi za vizualizaciju i analizu akustičnih pojava, bez obzira na njihovu implementaciju potrebno je spomenuti njihove zajedničke karakteristike:

- Dostupnost svim skupinama korisnika bez obzira na lokaciju (npr. izvor zvuka i dio sustava za analizu mogu biti fizički vrlo udaljeni)
- Mogućnost brze razmjene aktualnih informacija i znanja
- Mogućnost razmjene velike količine podataka

Sustav ne mora nužno u sebi sadržavati samo hardversku i softversku implementaciju, već može uključivati i ljudski faktor (humanware). Ljudski faktor je od posebnog značaja pri razmjeni iskustva i informacija među korisnicima, ili kao aspekt pomoći kada hardverski ili softverski dijelovi sustava zakažu. U takvim se situacijama iskustvo ostalih korisnika i mogućnost dobivanja adekvatne informacije ne može ničim zamijeniti.

Iako su mogućnosti upotrebe mrežnih tehnologija i simulacija u edukaciji i razmatranjima velike i donose sa sobom niz prednosti, potrebno je ipak voditi računa o tome da pretjerana upotreba tehnološki "naprednih" metoda može neki puta imati i negativan učinak. Stoga se nikako ne smiju iz edukacijskog ciklusa izostaviti i "starije", ali jednako učinkovite metode prezentacije akustičnih fenomena.

4.3.1. Interaktivni appleti

Interaktivne applete danas vrlo često susrećemo kao alate za analizu i vizualizaciju akustičnih pojava. Najčešće su implementirani kao web-based aplikacije (rade unutar web browsera), ali mogu funkcionirati i kao samostalne (stand-alone) aplikacije. S obzirom na njihovu veliku raširenost, dostupnost i jednostavnost korištenja zaslužuju da se o njima spomene nešto više detalja.

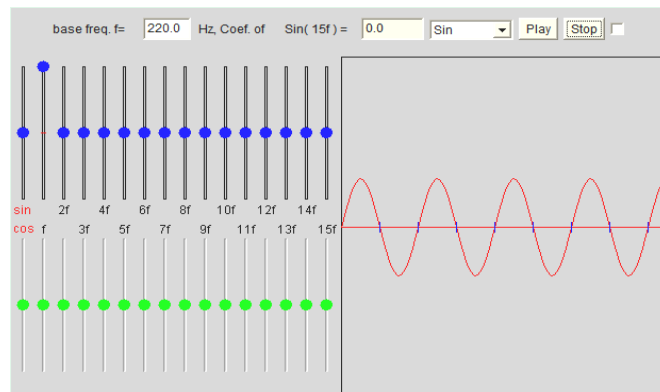
Najčešći programski jezik u kojem se interaktivni appleti implementiraju je Java. Većina appleta je napravljena upravo u tom objektno-orijentiranom programskom jeziku. Java je vrlo raširen jezik, prisutan na svim platformama. Programeri ga dosta koriste zbog semantičke i strukturne jednostavnosti, a pogodan je za pisanje kako mrežnih tako i stand-alone aplikacija. Zbog velikog broja već gotovih programskih biblioteka relativno je jednostavan za programiranje grafičkih sučelja i vizualnih aspekata programa, te je iz tog razloga pogodan za realizaciju vizualizacijskih sustava.

Interaktivni Java appleti koje danas susrećemo na Internetu uglavnom su namijenjeni u edukacijske svrhe. Osnovna im je ideja na jednostavan način predočiti neku od složenijih fizikalnih pojava kako bi učenici lakše stekli koncepcije i shvatili problematiku koja je pred njih postavljena. Veliki dio tih appleta je besplatan za korištenje i distribuira se kao "open-source" – izvorni kôd aplikacija dostupan je svima. To otvara korisniku velik broj mogućnosti, jer applet može u potpunosti prilagoditi svojim potrebama.

Appleti koje danas susrećemo dosta se međusobno razlikuju svojom funkcionalnošću i načinima provođenja analize. Neki su orijentirani na prikaz i analizu valnih oblika koje sami generiraju, dok drugi imaju mogućnost proizvoljnog moduliranja valnih oblika od strane korisnika, pa čak i mogućnost analize nekog zvučnog uzorka snimljenog preko web sučelja. Kao primjer, napravljen je kratki osvrt na mogućnosti i funkcionalnosti dva appleta od kojih svaki na svoj način prikazuju različite izvede metoda za vizualizaciju.

Na web adresi <http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/viewtopic.php?t=33> nalazi se prvi primjer. Radi se o jednostavnom Java appletu namijenjenom demonstraciji Fourierove sinteze. Korisnik ima mogućnost odabira nekoliko valnih oblika: sinusni/kosinusni, oblik pile, "square wave" oblik, ili može stvarati valne oblike po vlastitoj želji. Princip stvaranja novih valnih oblika počiva na dodavanju viših harmonika nekoj osnovnoj frekvenciji. Nakon odabira osnovne frekvencije, korisnik može nadodati više harmonike u rasponu od 1f do 15f, i u realnom vremenu može promatrati kakav učinak nadodavanje viših harmonika ima na

konačni valni oblik. Isto tako, modifikacija valnog oblika ima utjecaj i na promjenu zvuka koji se može reproducirati, tako da je uz vizualnu komponentu modifikacije prisutna i akustička, što korisniku odmah pruža bolji uvid u problematiku i nudi mu veću mogućnost razumijevanja.



Slika 17: applet – Fourierova sinteza

Uz applet i njegovu mogućnost korištenja na stranici, dostupan je i source kôd pomoću kojeg korisnik može mijenjati izgled i funkcionalnost appleta. U tu svrhu potrebno je imati neko od razvojnih okruženja za Javu (primjerice Eclipse).

Drugi primjer nalazi se na adresi <http://www.kt.tu-cottbus.de/speech-analysis/simulation.html>. Riječ je o interaktivnom appletu namijenjenom analizi već snimljenih zvučnih signala, ili analizi signala kojeg korisnik sam može snimiti putem web sučelja (najčešće se radi o ljudskom govoru). Nakon odabira ili snimanja zvučnog uzorka, applet nudi mogućnost analize frekvencija. Moguće je također izvršiti promjenu frekvencije na odabranom dijelu ili na cijelom uzorku. Iz dobivene analize, applet nadalje može sintetizirati dobiveni uzorak, te usporediti originalni sa sintetiziranim uzorkom. Na taj se način jednostavno može provjeriti učinkovitost sinteze uz pomoć Fourierove analize.



Slika 18: uzorak unutar appleta

Zaključak

Vizualizacija akustičkih pojava kao dio procesa usvajanja novih znanja iz fizike ima veliku ulogu u stvaranju učeničkih koncepcija i razvoju njihovih spoznaja o akustičnim fenomenima. Obzirom na svoju dugu tradiciju, ima mogućnost iskoristiti najbolja iskustva stečena kroz godine istraživanja i optimizacije metodičkih pristupa, te ih kombinirati sa prednostima moderne informatičke tehnologije.

Tradicionalne metode vizualizacije počivale su na mogućnostima mehaničke interpretacije učinaka zvučnih valova. Uz pomoć mehaničkih i optičkih uređaja učinci su bili jasno vidljivi i zahvaljujući trudu istraživača u velikoj su mjeri doprinjeli razvoju spoznaja i koncepcija. Moderna računalna tehnologija sa sobom donosi niz prednosti u samoj izvedbi vizualizacije, cijeli proces podiže na jednu višu razinu i vizualizacijske metode putem Interneta čini dostupnima i najširem krugu korisnika. Ipak potrebno je voditi računa da se zbog velikog broja pogodnosti ne izgube zahtjevi za poznavanjem osnovnih fizikalnih ideja, čime se unatoč dobrim namjerama u procesu usvajanja novih znanja postiže upravo suprotni učinak.

Budućnost koja dolazi, sa sobom će zasigurno donijeti neka nova i poboljšana rješenja koja će nuditi još jasniji prikaz akustičnih fenomena. Generacijama koje dolaze ostaje zadatak pratiti tehnološka dostignuća i postići što veću kvalitetu nastave fizike i razumijevanja fizikalnih koncepata. No isto tako, na brigu im je povjereno čuvanje metodičkih pristupa i ideja koje su se razvijale kroz povijest. Samo kombinacijom iskustva prošlosti i entuzijazma budućnosti može se postići uspješna edukacijska sadašnjost za generacije koje dolaze.

Dodatak: Ukratko o Fourierovoj analizi

S obzirom da je u ovim razmatranjima u nekoliko navrata spomenuta Fourierova analiza bez detaljnijih objašnjenja, osnovne ideje na kojima ona počiva prikazani su u ovom dodatku. Važno je napomenuti da objašnjenja počivaju strogo na konceptualnoj razini, vezana su za zvuk i zvučne fenomene, i daleko su od objašnjenja matematičkog aparata koji stoji iza Fourierove analize.

Francuski matematičar Fourier u svojim je razmatranjima pokazao da se bilo koja kontinuirana funkcija može prikazati kao beskonačna suma sinusnih i kosinusnih valova. Taj je rezultat imao dalekosežne posljedice kako u matematičkom kontekstu pri razmatranju funkcija, tako i na fizikalnu pozadinu reprodukcije i sinteze zvuka o kojoj je bilo govora u ovom tekstu.

Sa fizikalnog stanovišta gledano, jednostavan sinusni val može biti pretvoren u zvuk pomoću zvučnika i biti će percipiran kao čist ton određene frekvencije. Zvukovi glazbenih instrumenata obično se sastoje od jednog osnovnog i nekog dodatnog skupa harmonika koji se mogu smatrati superpozicijom sinusnih valova osnovne frekvencije f i cjelobrojnih višekratnika te frekvencije. Proces analize - razlaganja zvuka glazbenog instrumenta ili bilo koje periodičke funkcije na osnovne konstituente (sinusne ili kosinusne valove) naziva se Fourierova analiza. Zvučni se valovi mogu opisati amplitudama konstituentnih sinusnih valova koji ih tvore. Taj skup „brojeva“ govori o harmoničkom sadržaju zvuka i ponekad se naziva harmonijski spektar. On je najvažniji element pri određivanju boje zvuka. Jednom kada je poznat harmonički sadržaj nekog zvučnog uzorka dobiven Fourierovom analizom, postoji mogućnost sintetiziranja tog istog uzorka pomoću niza generatora zvuka koji daju uzorke sa ispravno podešenom amplitudom i fazom. Dobivene uzorke je potrebno posložiti zajedno. Taj se proces naziva Fourierova sinteza.

Matematički model Fourierove analize je poprilično složen, no ima svoju primjenu kako u matematičkim tako i u fizikalnim modelima i razmatranjima. Detaljnije razmatranje samog modela u velikoj bi mjeri prelazilo okvire ovog rada, čija je glavna svrha ipak bila pružiti osnovni uvid u problematiku fizikalnih fenomena i pružiti motivaciju za daljnje detaljnije upoznavanje sa navedenim temama.

Literatura

- [1] RICHARD E. BERG, DAVID G. STORK , *The physics of sounds*. Prentice-Hall, inc., New Jersey.
- [2] HUGH D. YOUNG, ROGER A. FREEDMAN, FRANCIS WESTON SEARS, *University physics*. Adison-Wesley-Longman, 1996.
- [3] UDŽBENIK SVEUČILIŠTA U BERKELEYU – *Valovi i optika – treći dio*. Tehnička knjiga Zagreb.
- [4] JAYANT, N.S.; NOLL, P, *Digital Coding of Waveforms*. Prentice-Hall, 1984
- [5] HYPERPHYSICS – <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu>