

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

SMJER: FIZIKA I TEHNIKA

Dejan Jakšić

Diplomski rad

**METODIČKI OBLIKOVANE
INTERAKTIVNE ANIMACIJE U
NASTAVI FIZIKE**

Voditelj diplomskog rada: prof. dr. sc. Darko Androić

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, 2011.

Sadržaj

1. Uvod.....	3
2. Važnost pokusa u nastavi fizike.....	4
2.1. Problemski usmjerena nastava.....	4
2.2. Primjena računala u nastavi fizike.....	5
3. Termodinamički koncepti.....	6
3.1. Termodinamika.....	6
.....	7
3.2. Izvršeni rad pri promjeni stanja plina.....	7
3.3. Ravnotežna i neravnotežna stanja termodinamičkog sustava.....	9
3.4. Što je toplina?.....	10
3.5. Prvi zakon termodinamike (1.ZT).....	10
3.6. Drugi zakon termodinamike (2.ZT).....	11
3.7. Entropija.....	13
3.8. Toplinski strojevi.....	15
3.9. Carnotov kružni proces.....	16
4. Alat EJS	20
4.1. Uvod u EJS.....	20
4.2. Model.....	22
4.3. Evolution	23
4.4. Povezivanje varijabli pomoću Fixed relations.....	25
4.5. Panel View.....	26
4.6. Izvršavanje simulacije.....	27
5. Zaključak.....	30
5.1. Korištenje simulacije u nastavi.....	30
5.2. Zaključak o programu.....	30
6. Literatura.....	31

1.Uvod

U današnjim tehničkim i znanstvenim granama važnu ulogu imaju računalne simulacije koje su se se razvijale u korak s razvojem računalne tehnologije.

U suvremenoj nastavi također možemo koristiti računala koja imaju različite mogućnosti. Pravilnim pristupom nastavi uz pomoć računala olakšavaju se mnogi problemi i štedi se na vremenu.

Poseban oblik računalnih simulacija zauzimaju i animacije pomoću kojih promatrač dobiva jasniju predodžbu o samom problemu kojeg animacija prikazuje.

Interaktivne animacije u nastavi fizike su posebno bitne jer vizualizirati poneki problem nije uvijek najjednostavnije. Upravo vizualizacija tvori glavni koncept i usmjerava promatračevo razmišljanje o viđenom. To se posebno događa kod učenika koji često prvi put obraćaju pažnju na fizikalni problem koji se prikazuje. Stoga su upravo simulacije i animacije jako bitne za demonstraciju fizikalnih problema i modela.

Za izradu animacije u fizici potrebno je imati određena predznanja i ideju kako na najjednostavniji i najzanimljiviji način demonstrirati problem.

Za kvalitetno predočenje animacije o nekom fizikalnom modelu ili problemu potrebno je izabrati problem i metodički ga razraditi kako bi se prikazale najbitnije stvari, a zaobišli manje važni detalji.

Stoga računalne animacije pružaju veliku pomoć učiteljima jer u relativno kratkom vremenu mogu uvesti učenike u sam temelj prikazanog modela.

U ovom diplomskom radu bit će prikazana izrada interaktivne animacije u kojoj će biti predstavljen toplinski stroj programskim paketom EJS (Easy Java Simulations) koji će imati i svoju metodičku razradu.

2. Važnost pokusa u nastavi fizike

2.1. *Problemski usmjerena nastava*

Cilj učenja fizike u školi je da učenik stekne znanje koje može primjeniti u novim, do tada za učenika nepoznatim situacijama. Takvo znanje se stiče prilikom rješavanja novih problemskih situacija.

Učenik polazi od prethodnog znanja i iskustva i pomoću usmjerenih pitanja učitelja dolazi do rješenja problema. Pri tome učenici razvijaju kreativnost i kritičko mišljenje te kroz raspravu uočavaju opravdanost ili neopravdanost vlastitih ideja.

Učenici tako stiču aktivno znanje i razvijaju vještinu odabiranja i rješavanja problema. Nužno je da proces nastave(učenja) bude problemski usmjeren i interaktivan. Učitelj u takvoj nastavi postaje mentor i suradnik dok je učenik aktivni sudionik u svim etapama rada.

Za nastavu je vrlo bitno motivirati i zainteresirati učenike za opažanje prirodnih zakona . Sva moderna tehnika se upravo bazira na znanju fizike. Stoga fiziku treba učiti s razumijevanjem jer fizika se ne može potpuno razumjeti ako se samo uče činjenice. Za kvalitetno razumijevanje fizike potrebno je promatrati i razmišljati o prirodi oko sebe, uočavati bitno.

Pokusi u nastavi fizike omogućavaju učenicima stjecanje direktnog iskustva o fizikalnim problemima, motiviraju učenike i pomoću njih učenici postavljaju vlastite ideje i predviđanja te na taj način se mogu uvjeriti u svoju ideju ili direktno korigirati vlastito predviđanje.

Kad god je u mogućnosti učitelj treba izvesti pokus. Najpoželjnija vrsta pokusa je učenički pokus jer učenici ne zaboravljaju ono što su sami napravili svojom aktivnosti. U tom slučaju učenici razvijaju kritičko mišljenje i koriste se predznanjima. Treba znati izabrati sadržaje prikladne za pokus koji na najjednostavniji način mogu doprinijeti stjecanju znanja.

Pokusom otvaramo probleme i započinjemo raspravu. Istražujemo fizikalne veličine koje kasnije povezujemo u zakonitosti i modele.

Izvođenjem pokusa provjeravaju se učeničke pretpostavke koje su temeljene na njihovim predznanjima. Svaki pokus djeluje na učeničku spoznaju jer na taj način učenici dobijaju fizičko iskustvo.

Vizualiziranje problema pomaže učenicima da dođu do logičkog iskustva o pojedinim vezama u promatranoj pojavi i na upravo tako razvijaju formalni način mišljenja.

Bez vizualiziranja problema učeničko znanje se svodi samo na poznavanje definicija i formula. U nedostatku pribora, učenički pokusi se mogu izvoditi demonstracijski ili se koriste računalne animacije i simulacije.

Prije izvođenja demonstracijskog pokusa, učenici predviđaju ishod i svoja predviđanja kratko objasne. Učitelj zatim izvodi pokus, a učenici promatraju i razmišljaju o dobivenim rezultatima. U slučaju neslaganja svojih predviđanja i ishoda pokusa, učenici ponovno pišu poboljšano objašnjenje.

2.2. Primjena računala u nastavi fizike

Računalo u školama se može koristiti ne samo za nastavu informatike već i ostalih nastavnih predmeta te je poželjno da se nalazi u svim učionicama.

U nastavi fizike računalo možemo koristiti za reprodukciju video-zapisa fizikalnih pojava u slučaju nedostatka pribora za izvođenje pokusa, za izvođenje simulacija (animacija) složenih pojava koje na možemo pokazati u učionici te za provjeravanje i ocjenjivanje znanja učenika.

Pri takvom radu učenici se upoznaju sa primjenom računala u nastavi, uočavaju značaj suvremenih izvora znanja i mogućnost različitih prezentacija rezultata (npr. tablično, grafički).

Korištenjem računala povećava se motivacija i aktivnost učenika na satu jer učenici individualno mogu stvoriti problemsku situaciju i brzo provjeriti svoje pretpostavke, a zatim mogu stvarati slične problemske situacije.

Također, učenici mogu napraviti pokus koji je u stvarnosti teško izvediv, mogu vizualizirati procese koji se brzo odvijaju, istraživati pojedine detalje, a sve to za puno kraće vrijeme. Sve to potiče motivaciju i interes za učenje fizike.

Računalo se može koristiti i za realizaciju različitih testova sa mogućnošću izbora točnog odgovora od više ponuđenih i time učitelj dobiva povratnu informaciju o napredovanju učenika.

3. Termodinamički koncepti

3.1. Termodinamika

Iskustveno znamo da tijelo možemo zagrijati mehaničkim radom na vrlo jednostavan način. Samim trljanjem nekog predmeta neko vrijeme uočavamo da se taj predmet zagrijava.

Rad možemo lako u cijelosti prevest u toplinu ali obratan proces pretvaranje topline u mehanički rad nemožemo obaviti na tako jednostavan način.

Uređaji koji to ipak mogu činiti nazivaju se toplinski strojevi. Oni imaju mogućnost dobivanja korisnog rada iz uložene topline. Takva pretvorba topline u koristan rad nikad nije potpuna i ima svoje gubitke pa se težilo razvijanju metoda kako bi se efikasnost toplinskih strojeva što više povećala.

Toplinski strojevi su jako važni za razvoj civilizacije. Njihovom pojavom čovjekov rad je uvelike olakšan. Omogućen mu je dodatan rad bez pretjeranog naprezanja što se kao ogroman revolucionaran pomak pokazalo u industriji (transport i proizvodnja). Možemo reći da se termodinamika u korak razvijala s industrijskom revolucijom. U to vrijeme znanstvenici su se koncentrirali na povećanje korisnosti toplinskih strojeva.

1824. godine Sadi Carnot je prvi razradio i objavio dobivanje korisnog rada iz topline. Objavio je to u svojoj knjizi: “Razmišljanje o pokretačkoj snazi topline”.

Danas termodinamiku gledamo kao granu fizike koja se bavi proučavanjem topline na makroskopskoj razini te pretvorbi topline u mehanički rad.

Termodinamika ne promatramo na razini atoma nego se koristimo makroskopskim veličinama koje opisuju neko termodinamičko stanje ili promjenu između neka dva termodinamička stanja (termodinamički proces).

Za dobro razumijevanje termodinamike potrebno je znati dva zakona na kojima se ona zasniva.

Prvi od njih je zakon očuvanja energije primjenjen na termodinamiku, a drugi je zakon koji nam govori o smjeru odvijanja spontanog procesa u prirodi.

3.2. Izvršeni rad pri promjeni stanja plina

Radi lakšeg razmatranja uzimamo kao najjednostavniji primjer termodinamički sustav idealnog plina unutar cilindra s klipom.

Idealni plin je plin u kojem su sile među molekulama zanemarive. Molekule smatramo materijalnim točkama koje ne djeluju jedna na drugu osim prilikom sudaranja.

Sudari su savršeno elastični, Svaku promjenu unutrašnje energije prati promjena temperature čestica. Idealni plin opisuju tri varijable: tlak p , volumen V i temperatura T . Te varijable su povezane plinskim zakonom koji glasi:

$$P V = n R T$$

n je množina tvari, a R je plinska konstanta i iznosi 8.314 J/molK .

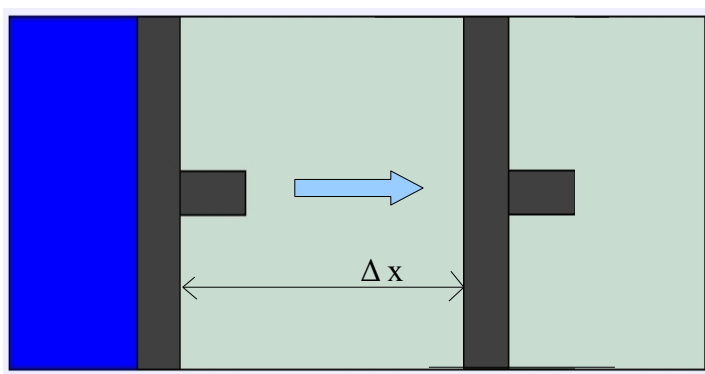
Sustav može vršiti rad na račun promjene unutarnje energije. Ako sustavu dovedemo toplinu Q doći će do promjene unutarnje energije i do izvršavanja rada.

Plin u cilindru radi dobivene energije se širi te koristi silu tlaka kojom pomiče klip. Zbog pomicanja klipa doći će do promjene volumena plina za ΔV .

Izvršeni rad je jednak:

$$\Delta W = \vec{F} \Delta \vec{s} = p S \Delta x = p \Delta V$$

Smatramo kada okolina predaje toplinu sustavu onda je toplina pozitivna, a kada toplina izlazi iz sustava je negativna. Rad je pozitivan kad ga vrši sustav, a negativan kad ga okolina vrši nad sustavom.



Slika 3.2.1. Promjena volumena plina

Ako je volumen stalan (izohorni proces) tada neće doći do pomicanja klipa i promjene volumena. Sustav ne vrši rad i sva dovedena toplina se pretvara u unutarnju energiju $Q = \Delta U$.

Pri izotermnoj promjeni temperatura je stalna i vrijedi $p \cdot V = \text{konst.}$ (Boyleov zakon). U tom slučaju izvršeni rad će biti jednak:

$$W = \int_{\text{početno}}^{\text{konačno}} p dV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{dV}{V} \right) = nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

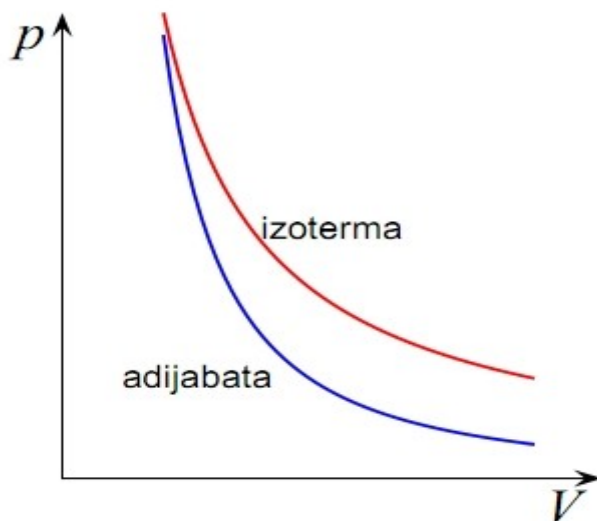
Adijabatski proces je proces u kojem sustav ne izmjenjuje toplinu s okolinom i tada je $dU = -\delta W$.

Kada sustav vrši rad ekspanzijom (plin se širi) dolazi do smanjenja njegove unutarnje energije te se on hladi. Prilikom adijabatske kompresije plina volumen će se smanjivati i plin će se grijati, povećat će se njegova unutarnja energija.

Kod adijabatskog procesa vezu između tlaka i volumena možemo pisati:

$$pV^\gamma = \text{konst.}$$

Pri čemu je γ adijabatski koeficijent koji ovisi o vrsti plina i temperaturi.



Slika 3.2.2. Prikaz adijabate i izoterme u PV dijagramu

Ako usporedimo nagib adijabate i izoterme uočavamo da je adijabata strmija. To proizlazi upravo zbog adijabatskog koeficijenta koji je uvijek veći od 1.

Tvar	He	Xe	H ₂	N ₂	O ₂	CO	CO ₂
γ	1,69	1,67	1,41	1,4	1,4	1,4	1,29

Tablica 3.2.1: Adijabatski koeficijenti za plinove

Za adijabatsku promjenu vrijedi :

$$n \frac{R}{(\gamma - 1)} dT = -pdV$$

Pa je rad koji idealni plin izvrši prilikom adijabatske ekspanzije :

$$W = \int_{\text{početno}}^{\text{konačno}} pdV = nR \int_1^2 T \frac{dV}{V} = \frac{nR}{(1-\gamma)} \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{nR}{(\gamma-1)} (T_1 - T_2)$$

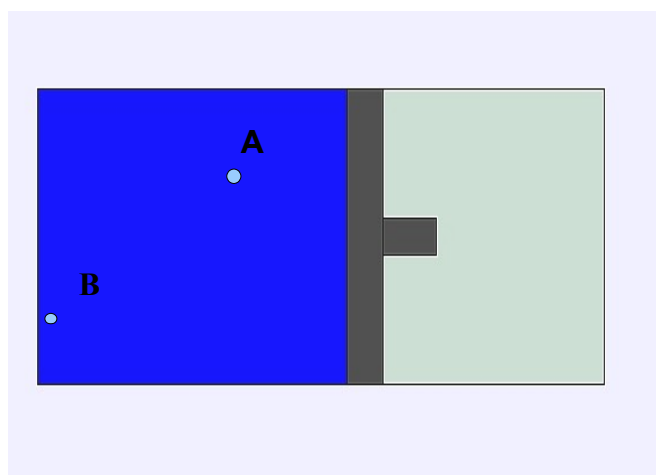
3.3. Ravnotežna i neravnotežna stanja termodinamičkog sustava

U cilindru s klipom klip se neće gibati ako ne dolazi do promjene energije plina u cilindru te ako se nalazi u stanju unutarnje ravnoteže koja vlada kada sve točke unutar plina imaju jednake tlakove i temperature. Možemo reći kada klip miruje da se tad nalazi u jednom termodinamičkom stanju. Ono je određeno skupom termodinamičkih vrijednosti koji su izmjereni za to stanje te ga na taj način jednoznačno određuju. Ako se termodinamičko stanje ne mijenja samo od sebe tada kažemo da je to ravnotežno stanje. Promjenu između termodinamičkih stanja nazivamo termodinamičkim procesom.

Ako se promjene kroz ravnotežna stanja odvijaju dovoljno sporo i ne stvara se poremećaj u unutarnjoj ravnoteži tada je proces ravnotežan.

Ravnotežni proces se može odvijati i u suprotnom smjeru pa ga onda nazivamo reverzibilnim (povratnim) za razliku od ireverzibilnih procesa (nepovratni) koji se ne mogu odvijati u suprotnom smjeru radi neravnotežnih stanja koje nastaju.

Toplinski strojevi rade u kružnom procesu tj. vraćaju sustav u početno stanje te ponovno ponavljaju proces.



Slika 3.3.1. Idealni plin u jednom ravnotežnom stanju

Tijekom ravnotežnog stanja sve točke unutar plina imaju jednak tlak i temperaturu (npr. u točkama A i B vrijednosti za tlak i temperaturu su jednake). U ravnotežnom stanju neće se dogoditi spontana promjena volumena.

Tijekom jako spore promjene volumena (ako se klip dovoljno sporo giba) proces će se odvijati preko niza ravnotežnih stanja pa možemo reći da spore promjene volumena uzrokuju neznatne promjene u tlaku.

Prilikom naglih promjena volumena nastat će neravnotežno stanje i tada sve točke unutar plina neće imati jednake vrijednosti tlaka i proces će biti ireverzibilan.

3.4. Što je toplina?

Općenito znamo da se čestice u tvari gibaju brže ako je temperatura viša, a sporije ako je temperatura niža.

Ako je temperatura viša kažemo da tijelo ima višu unutarnju energiju. Unutarnja energija je jednaka zbroju kinetičke energije gibanja čestica i potencijalne energije među česticama. Ako se dva različita sustava nalaze u istom termodinamičkom stanju tada oni imaju jednaku unutarnju energiju jer je unutarnja energija funkcija stanja.

Ako stavimo dva tijela različitih temperatura u kontakt dio energije će preći s toplijeg na hladnije tijelo.

Toplina je upravo ta energija u prijelazu tj. dio unutarnje energije koji prelazi s tijela više temperature na tijelo niže temperature sve dok se ne uspostavi toplinska ravnoteža.

Kako je toplina jedan od oblika energije, izražava se istom jedinicom kao energija i rad dakle džulom.

Ako dio unutarnje energije u obliku topline ode iz tijela tada će tijelo postati manje zagrijano, imat će nižu temperaturu.

3.5. Prvi zakon termodinamike (1.ZT)

Kada sustavu dovodimo toplinu Q za vrijeme termodinamičkog procesa, tada se ona može raspodjeliti na promjenu unutarnje energije i na izvršeni rad.

Pri tome iz zakona očuvanja energije slijedi 1.ZT:

$$Q = \Delta U + W$$

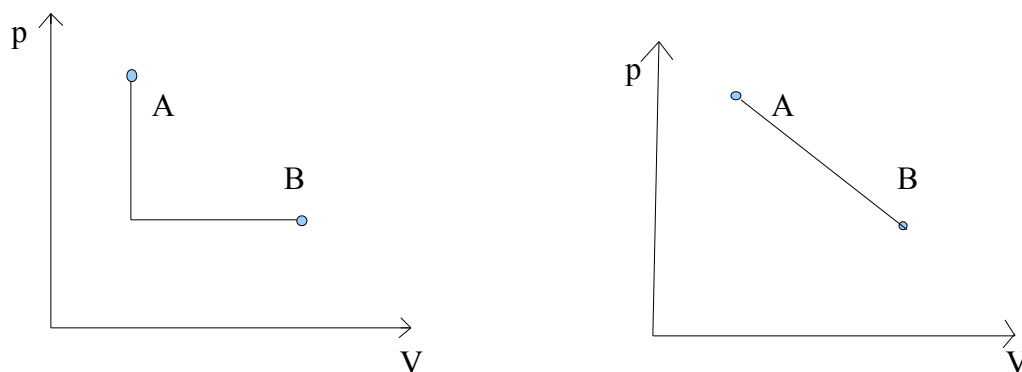
ili u diferencijalnom obliku:

$$\delta Q = dU + \delta W$$

U izoliranom sustavu ukupna energija će uvijek biti očuvana bez obzira na procese koji se događaju u sustavu. Promjena unutarnje energije se može vršiti radom ili toplinom. To su dva osnovna načina prijenosa energije u sustav ili iz sustava. Oni se mogu odvijati zasebno ili istodobno. Ako se odvijaju zasebno tad se toplina direktno pretvara u unutarnju energiju bez da sustav vrši rad ili toplina uzrokuje vršenje rada bez promjene unutarnje energije. Pretvaranjem topline u rad ili rada u toplinu energija će uvijek biti očuvana.

Perpetuum mobile 1. vrste nije moguć tj. nemoguće je napraviti stroj koji bi stvarao energiju iz ničega.

Vidimo da u diferencijalnom zapisu notacija za promjenu nije jednaka. To je zbog toga jer toplina i rad nisu funkcije stanja kao što je unutarnja energija. Oni su funkcija procesa. To znači da je bitan način na koji se mijenja termodinamičko stanje.



Slika 3.5.1. Različiti načini prijelaza iz termodinamičkog stanja A u termodinamičko stanje B

Za oba prikazana slučaja su početne i krajnje točke jednake ali rad koji sustav izvrši je različit. Izvršeni rad na desnoj slici je veći s obzirom da je rad površina ispod krivulje.

3.6. Drugi zakon termodinamike (2.ZT)

Prvi zakon termodinamike (1ZT) nam govori o količini energije koja se izmjenjuje unutar sustava i njenoj očuvanosti, ali nam ništa ne govori o smjeru odvijanja nekog procesa.

Proces prelaska topline sa hladnijeg na toplije tijelo ne bi bio u suprotnosti s 1.ZT, ali znamo da se on ne događa. Isto tako proces izmjene rada u kojem bi plin s manjim tlakom vršio rad nad plinom s većim tlakom.

2.ZT se upravo bavi smjerom prirodnih promjena.

Za formulaciju i fizikalnu interpretaciju ovog zakona zaslužnoje nekoliko fizičara: lord Kelvin (1824.-1907.), S.Carnot (1796.-1832.), R.Clausius (1822.-1888.) i dr.

Evo nekoliko formulacija tog zakona:

“Proces čiji je jedini konačni rezultat prijenos topline s nekog tijela zadane temperature na tijelo više temperature nije moguć”-R. Clausius.

“Nije moguć periodični proces čiji je sveukupni konačni rezultat dobivanje korisnog rada uzimanjem topline iz jednog jedinog toplinskog spremnika”- Lord Kelvin.

Nije moguć perpetuum mobile 2. vrste.

Perpetuum mobile 2. vrste je stroj koji bi uz pomoć samo jednog toplinskog rezervoara uspio beskonačno dugo vršiti rad.

Što upravlja prirodnim smjerom promjene?

U prirodi uočavamo da se jednostavno neki procesi odvijaju spontano tj. sami od sebe bez ikakvih dodatnih ulaganja energije u njih i to se događa kako bi se uspostavila nekakva ravnoteža (toplinska, kemijska).

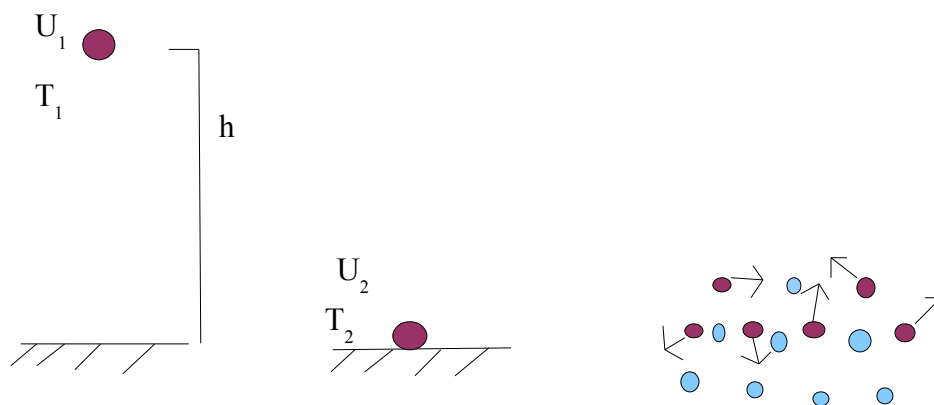
Iz iskustva znamo da se vruć predmet hladi dok hladni nikad samostalno ne postaje vruć, ledenjaci se tope u moru, miris parfema iz bočice se rasprostire u okolni prostor i sl.

Sve prirodne promjene se teže povećanju disperzije energije. Povećava se rasipanje jer sustav samostalno teži ravnomjernoj raspodjeli energije na sve mogućnosti realizacije u prostoru (dolazi do kaotičnog širenja energije).

Ako otvorimo bočicu parfema čestice parfema će izaći i rasporedit će se ravnomjerno po prostoriji. Iz iskustva znamo da se neće dogoditi da spontanom gibanjem čestice parfema se sve ponovno vrate natrag u bočicu. Takav povratak natrag u bočicu za novonastalu situaciju predstavlja jednu mogućnost koja je u ovom slučaju neravnotežno stanje i ono se spontano neće realizirati. U tom slučaju energija bi bila koncentrirana na samo jednom mjestu (u bočici). Povratan proces u neravnotežno stanje bio bi moguć jedino kada bi izvršili rad na čestice.

Prilikom pada kamena sa visine h na zemlju potencijalna energija kamena će se vremenom pretvarati u kinetičku energiju. U trenutku sudara kamena s zemljom njegova kinetička energija će se pretvoriti u unutarnju energiju, porast će temperatura kamena. Ovakav proces je bio spontan i kamen u trenutku sudara ima veću unutarnju energiju nego u početnom trenutku dok je bio na visini h .

Povratan proces u kojem bi se unutarnja energija pretvorila samostalno u kinetičku, a zatim i u potencijalnu energiju nije moguć. Dok je kamen padao njegove molekule su imale usmjerenu komponentu brzine zbog brzine cijelog kamena. Prilikom sudara povećala se neuređenost molekula unutar kamena. Dio energije uređenog gibanja pretvorio se u energiju kaotičnog gibanja.



Slika 3.6.1. Pad i udaranje kamena u zemlju

Molekule kamena (prikazane crvenim točkama) u trenutku sudara udaraju u molekule tla (plave kuglice). Njihov sudar dovest će do neuređenog gibanja. Molekula kamena nemaju više zajedničku usmjerenu komponentu brzine. Radi ovakvog novonastalog kaotičnog gibanja povisit će se temperatura kamena i tla.

Ukoliko 1.ZT i 2.ZT nisu zadovoljeni tada se proces neće niti dogoditi.

Mogućnost vraćanja u neravnotežno stanje (ili bivanja u neravnotežnom stanju) ima element vjerojatnosti i kažemo iz iskustva da je on nevjerovatan. Elementima vjerojatnosti i razmatranjem raspodjele energije na mikroskopskom nivou bavi se statistička fizika.

3.7. Entropija

Toplinu koju dovodimo ili odvodimo iz sustava nije funkcija stanja već ona ovisi o procesu kojim se takva izmjena izvodi.

Ako izmjenjenu toplinu podijelimo s apsolutnom temperaturom na kojoj se izvodi dobivamo količnik koji je funkcija stanja i nazivamo ga entropijom.

$$dS = \frac{(\delta Q)}{T}$$

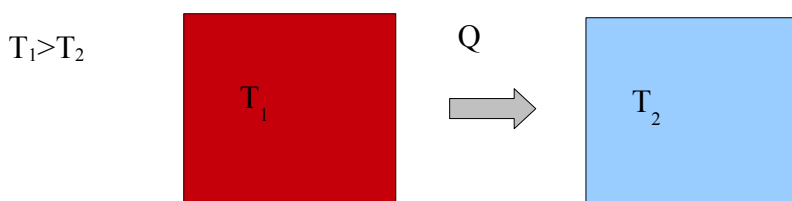
Entropiju definiramo kao mjeru neuređenosti sustava tj. mjera kaotičnog širenja energije.

S obzirom da 2.ZT kaže da sustav teži povećanju nereda možemo reći da teži povećanju entropije. Za svaki proces u termalno izoliranom sustavu je $dS \geq 0$.

Za ravnotežne procese $ds=0$ ali to je samo idealizacija svi procesi u prirodi su barem malo neravnotežni dok za ireverzibilne procese vrijedi uvijek da je $ds>0$.

Neki termodinamički proces može se odvijati tako da prolazi kroz niz promjena. Za svaku promjenu entropija će malo porasti. Ako pustimo proces da se spontano odvija tada će on doći u stanje maksimalne entropije. To je ravnotežno stanje i proces će se zaustaviti.

Ako imamo dva toplinska spremnika od kojih se lijevi spremnik nalazi na višoj temperaturi T_1 dok desni spremnik na nižoj temperaturi T_2 među njima će doći do izmjene topline. Spremnik s višom temperaturom predavat će toplinu spremniku niže temperature sve dok se ne postigne toplinska ravnoteža.



Slika 3.7.1. Izmjena topline između dva spremnika na različitim temperaturama

Ukupna promjena entropije bit će jednaka zbroju pojedinih promjena entropija spremnika.

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = -\frac{Q}{T_1} + \frac{Q}{T_2} = \frac{Q}{T_2} - \frac{Q}{T_1}$$

Zbog toga što je $T_1 > T_2$ količnik $\frac{Q}{T_2}$ je veći od količnika $\frac{Q}{T_1}$ pa je stoga ukupna promjena entropije ΔS pozitivna.

Kada topliji spremnik predaje toplinu tada se njegova entropija smanji. Hladniji spremnik koji prima toplinu povećava svoju entropiju ali tako da njegova promjena entropije je veća nego promjena entropije toplijeg spremnika. Hladniji spremnik je više povećao svoju entropiju nego što ju je topliji spremnik smanjio. Pa tako možemo reći da se ukupna promjena entropije svemira povećala.

Poznavanjem pojma entropije pokazuje nam da li neki određeni proces može se spontano odvijati ili ne.

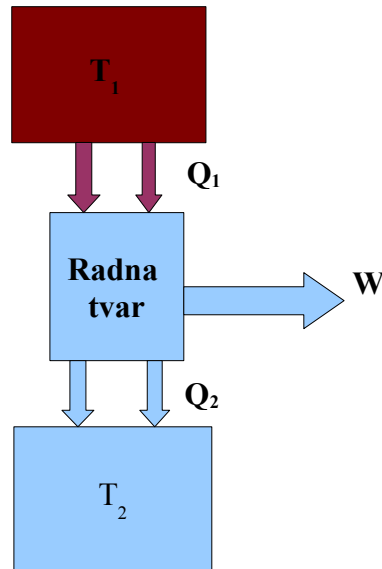
Možemo zaključiti da se spontano odvijaju oni procesi u kojima sustav prelazi iz uređenijeg stanja u stanje većeg nereda te se na taj način povećava entropija svemira.

3.8. Toplinski strojevi

Svaki toplinski stroj možemo zamisliti kao uređaj koji periodički (ciklički) prima toplinu iz toplijeg spremnika T_1 te dio te topline koristi za rad a dio predaje hladnijem spremniku T_2 . Da bi nakon izvršenog rada stroj ponovo mogao uzimati toplinu treba se vratiti u početni položaj. Strojevi rade upravo u kružnim procesima u kojim periodički prolaze kroz jednaka termodinamička stanja.

Smatramo da su termodinamička stanja ravnotežna te da je proces reverzibilan.

Shemu toplinskog stroja možemo prikazati:



Slika 3.9.1. Shematski prikaz toplinskog stroja

Da bi funkcionirao, toplinski stroj se stavlja između spremnika više temperature T_1 i spremnika niže temperature T_2 . Unutar toplinskog stroja nalazi se radna tvar, najčešće idealni plin (ali može biti i tekućina).

Izvršeni rad će biti jednak razlici izmjene topline:

$$W = Q_1 - Q_2$$

Toplinski stroj za vrijeme svog rada prolazi kroz kružni ciklus pa možemo promotriti njegovu promjenu entropije. Radna tvar će primiti toplinu dok je u kontaktu s spremnikom na temperaturi T_1 a otpuštati će toplinu dok je u kontaktu s spremnikom na temperaturi T_2 pa je:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$$

Ovu nejednakost za kružne procese nazivamo Clausiusova nejednakost i pišemo je integralnom obliku :

$$\oint_R dS \leq 0$$

Promjena entropije u kružnim procesima je uvijek manja ili jednaka od nule.

U slučaju reverzibilnih procesa promjena entropije je jednaka nuli.

3.9. Carnotov kružni proces

Najpoznatiji kružni proces je Carnotov kružni proces. To je idealiziran, gotovo reverzibilni kružni proces u kojem neka radna tvar (idealni plin) promjenom svog volumena izmjenjuje rad s okolinom te se periodički može dovoditi u kontakt s jednim od dva toplinska spremnika.

Periodički rad stroja sastoji se od četiri ciklusa.

Analiziranjem takvog stroja Carnot je uočio da stupanj iskorištenja ovisi samo o temperaturama toplinskih spremnika a ne o vrsti radne tvari.

Koeficijent korisnosti jednak je količniku korisnog rada podijeljen i uloženog rada.

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{(Q_1 - Q_2)}{Q_1}$$

Kod reverzibilni kružnih procesa promjena entropije je: $\Delta S = 0$ pa možemo zapisati:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

pa je koeficijent korisnosti:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

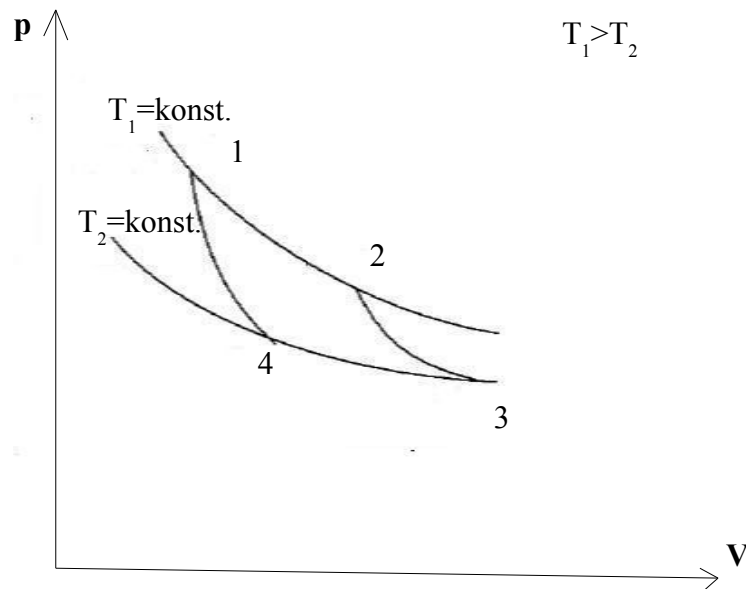
Nemoguće je dobivanje korisnosti 100% jer bi tada trebao spremnik niže temperature biti na 0K što je neostvarivo.

Iskorištenje realnih toplinskih strojeva može se povećati apsorpiranjem topline iz toplinskog spremnika na što višoj temperaturi i predavanjem topline toplinskom spremniku koji je na što nižoj temperaturi.

Svi periodični toplinski strojevi koji rade između toplinskih spremnika na istim temperaturama imaju isti koeficijent iskorištenja. Iskorištenje reverzibilnih toplinskih strojeva ne ovisi o svojstvima radne tvari ili načinu na koji stroj radi već ovisi samo o temperaturama spremnika između kojih radi.

Carnotov kružni proces sastoji se od dva izotermna i dva adijabatska procesa nakon kojih se vraća u početno stanje. Na taj način dovedenu toplinu jednim dijelom pretvara u mehanički rad. Ukružnom procesu sustav prolazi kroz četiri točke.

Carnotov kružni proces prikazujemo u p-V dijagramu.



Slika 3.9.1. Carnotov kružni proces

Carnotov kružni proces se sastoji od slijedeća četiri ciklusa:

Izotermalna ekspanzija plina od stanja 1 do stanja 2:

Plin u cilindru s klipom prima toplinu Q_1 iz spremnika koji se nalazi na temperaturi T_1 te dolazi do izotermalnog širenja plina ($T_1 = \text{konst.}$). Prilikom primanja topline unutarnja energija plina ostaje nepromjenjena te se dovedena toplina pretvara u mehanički rad $\delta Q_1 = \delta W$.

Adijabatska ekspanzija plina od stanja 2 do stanja 3:

Kad se plin nalazi u stanju 2 tada je on na temperaturi T_1 i prestaje primati toplinu Q_1 . Za vrijeme ovog procesa plin je dobro termalno izoliran od okoline. Kako ne bi nastalo neravnotežno stanje plin se adijabatski ravnotežno hladi i širi do temperature T_2 i na taj način vrši rad. To se događa jer se rad obavlja na račun promjene unutarnje energije $\delta W = -dU$.

Izotermalna kompresija plina od stanja 3 do stanja 4:

Kada se plin ohladi i temperatura mu se izjednači s toplinskim spremnikom na temperaturi T_2 zaustavlja se volumno širenje. Plin se započinje izotermalno skupljati i predavati toplinu hladnijem spremniku temperature T_2 . Za vrijeme ovog procesa okolina obavlja rad nad sustavom, te je taj rad jednak toplini koju je plin predao hladnijem spremniku $-\delta W = -\delta Q_2$. U ovom slučaju kada okolina vrši rad nad plinom i odvodi se toplina promjena rada i promjena toplinske su negativne vrijednosti.

Adijabatska kompresija plina od stanja 4 do stanja 1:

Dolazi do prekidanja toplinskog kontakta između plina i hladnijeg spremnika te se plin vraća adijabatskom kompresijom u svoje prvobitno stanje koje je imao na početku ciklusa. U ovom slučaju okolina obavlja rad nad plinom zbog kojeg dolazi do povećanja njegove unutarnje energije $-\delta W = dU$ tj. do povećanja temperature na T_1 .

Rad koji je sustav izvršio pri adijabatskoj ekspanziji jednak je radu koji je okolina izvršila pri adijabatskoj kompresiji.

Zbog toga će dobiveni rad biti jednak razlici radova pri izotermnoj ekspanziji i kompresiji:

$$W = W_{12} + W_{34}$$

Budući da je ukupna promjena unutarnje energije za cijeli ciklus jednaka nuli (unutarnja energija je funkcija stanja, a sustav se vraća u prvobitno stanje, točku 1).

Prema prvom zakonu termodinamike je:

$$W = |Q_1| - |Q_2|$$

Jedan dio dovedene topline Q_1 pretvorio se u rad dok je drugi njen dio predan hladnijem spremniku. Upravo na ovakav način rade toplinski strojevi. Ponavljanjem kružnog procesa dobijemo koristan rad iz topline.

Stupanj iskorištenja možemo napisati kao:

$$\eta = \frac{W}{Q} = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|}$$

pa je:

$$1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

S obzirom da je $Q_1 > 0$, a $Q_2 < 0$, tada je:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

Budući da je entropija funkcija stanja tada njena promjena u kružnom procesu mora biti jednaka nuli $dS=0$.

Pogledajmo vrijedi li Clausiusova nejednakost. Promatrat ćemo reverzibilni komad između stanja 1 i stanja 2.

$$0 \geq \oint \delta \frac{Q}{T} = \int_1^2 \delta \frac{Q}{T} + \int_{2R}^1 \delta \frac{Q}{T} = \int_1^2 \delta \frac{Q}{T} + \int_{2R}^1 dS = S(1) - S(2) + \int_1^2 \delta \frac{Q}{T}$$

pa imamo:

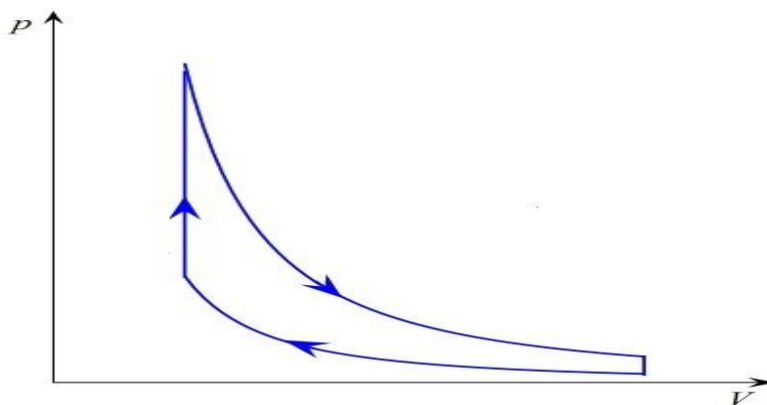
$$dS \geq \int_1^2 \delta \frac{Q}{T}$$

Kod zatvorenih sustava ireverzibilni procesi povećavaju entropiju.

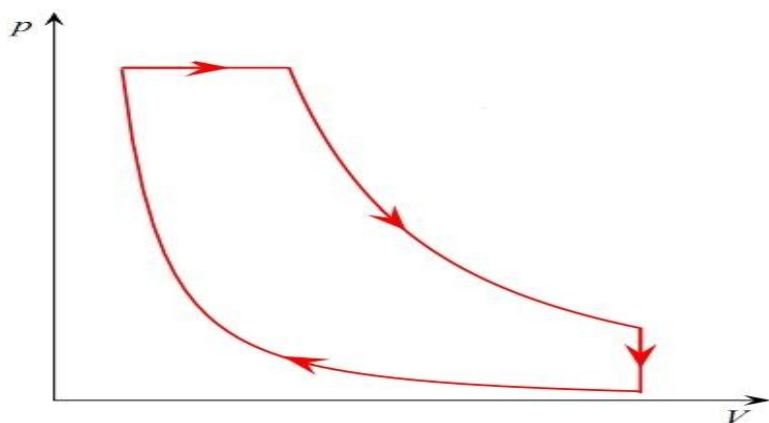
Za reverzibilne procese entropija ostaje ista. U prirodi su svi procesi barem malo ireverzibilni pa se entropija stalno povećava.

Dolazimo opet do 2.ZT koji kaže da procesi kojima se ukupna entropija smanjuje nisu mogući.

Na slikama 9 i 10 možemo vidjeti još neke p-V dijagrame toplinskih strojeva:



Slika 3.9.2. p-V dijagram Ottovog ciklusa



Slika 3.9.3. p-V dijagram Diesellovog ciklusa

Rad motora poput Otto-vog i Diesel-ovog možemo opisati također kroz četiri faze.

4. Alat EJS

4.1.Uvod u EJS

Ovo poglavlje će biti kratak uvod i upoznavanje s programom EJS za sve koji se prvi put susreću s njim.

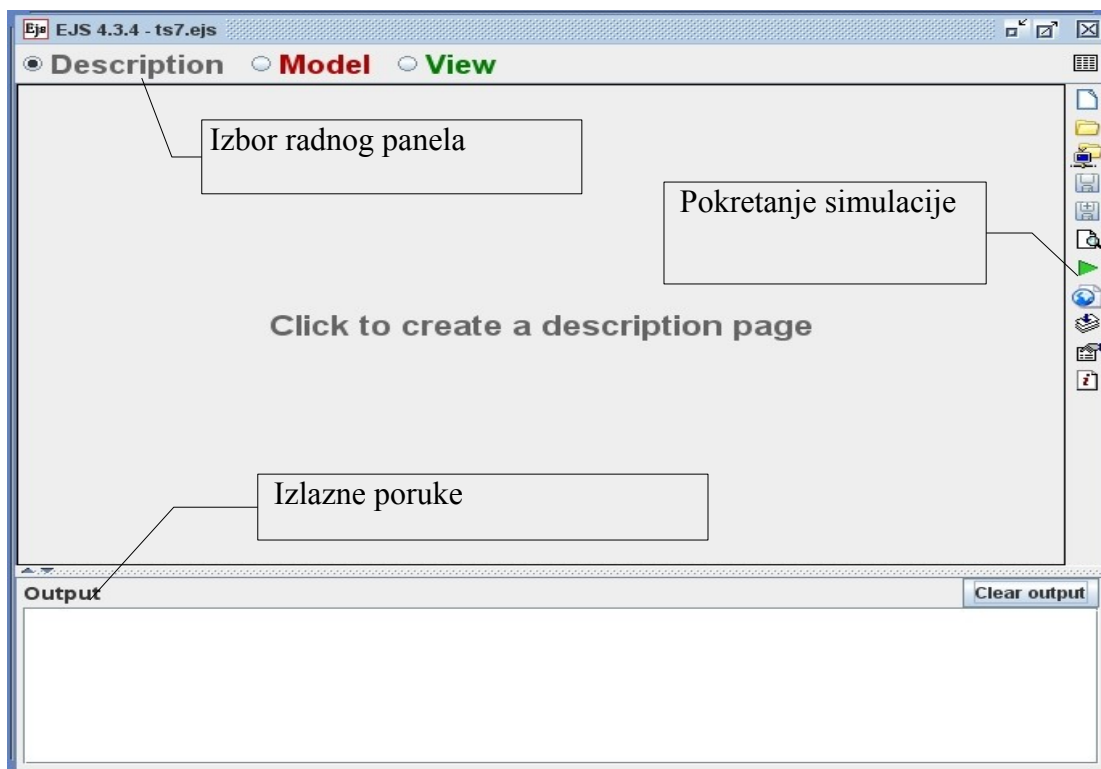
EJS (Easy Java Simulations) je besplatan alat pisan u Javi koji služi za stvaranje interaktivnih simulacija u raznim poljima znanosti. Vrlo je prihvatljiv alat jer se njime mogu vrlo lako služiti svi bez dubljeg poznavanja Java programskog jezika. Kako je EJS baziran na Javi njegova kompatibilnost sa drugim operativnim sustavima nije upitna.

Autor EJS-a je Prof. Dr. Francisco Esquembre i dio je projekta OSP (Open Source Physics).

Njegova namjena je kreiranje vlastitih simulacija i obrazaca za mjerenje pri čijoj se izradi jednostavno možemo usredotočiti na sam koncept koji se provodi bez pretjeranog poznavanja samog koda.

EJS paket se može pruzeti s stranice <http://www.um.es/fem/EjsWiki/pmwiki.php>. Preuzima se u obliku datotke naziva EJS Console (datoteka s nastavkom .JAR) koja nam je upravo potrebna za stvaranje naše simulacije.

Samim pokretanjem EJS Console otvara se početno grafičko sučelje koji se sastoji od tri dijela: *Description*, *Model* i *View*.



Slika 4.1.1.Početno grafičko sučelje EJS-a

Description je dio namijenjen opisu samog modela koji će biti prikazan simulacijom. Teoretskim uvodom dajemo jasnu predodžbu o razvijenom modelu.

U panelu *Model* definiramo model koji se realizira sa varijablama, Java kodom i mogućim diferencijalnim jednačinama.

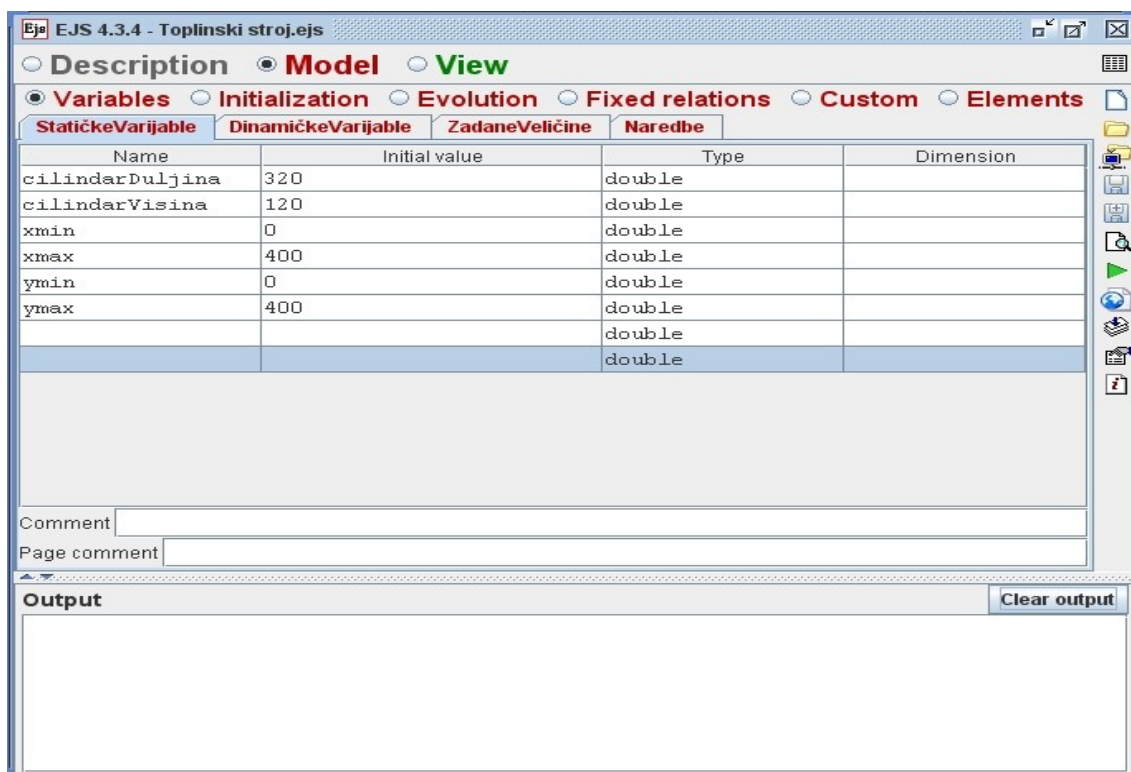
Pomoću panela *View* kreiramo vlastiti grafički korisnički zaslon koji smatramo da će kvalitetno vizualno prikazati određeni model.

Model i *View* su međusobno povezani tako da bilo kakva promjena nastala u *Model-u* uzrokovat će promjene u *View-u*. Za panel *Description* možemo reći da je nezavisan za razliku od druga dva panela.

4.2. Model

Panel *Model* se sastoji od 5 podpanela. Za realizaciju simulacije potrebna su minimalno 3 podpanela koja su međusobno povezana (kao u ovom slučaju).

Prvi podpanel bez kojeg simulacija nebi mogla funkcionirati je podpanel *Variables*.



Slika 4.2.1. Podpanel Variables

U ovom podpanelu uvodimo varijable kojima opisujemo model toplinskog stroja. Radi preglednosti varijable su svrstane u nekoliko kategorija pod različitim nazivima: statičke varijable, dinamičke varijable, zadane veličine i naredbe.

Pod statičkim varijablama uvrštene su veličine koje su vremenski neovisne te pomoću kojih na praktičan način možemo fiksirati grafičke dijelove koji su nepomični (konkretno se odnosi na cilindar).

U dinamičkim varijablama definirane su varijable koje će tijekom evolucije mijenjati svoje vrijednosti. Neke varijable će se mijenjati samostalno ovisno u a neke su stvorene kako bi olakšale ponašanje modela (poput varijable *smjer*).

Variables Initialization Evolution Fixed relations Custom Elements			
StatičkeVarijable DinamičkeVarijable ZadaneVeličine Naredbe			
Name	Initial value	Type	Dimension
klipX	35	double	
smjer		int	
faktorBrzine		double	
p	142.5257	double	
boja		int	
		double	

Slika 4.2.2. Prikaz dinamičkih varijabli

Vidimo da neke od varijabli imaju definirane početne vrijednosti (inicijalne vrijednosti) koje im se pridodaju radi definiranja početnih uvjeta.

Pa tako *klipX* ima početnu vrijednost koja označava njegovu minimalnu točku do koji može doći

Varijabla *klipX* u ovoj simulaciji predstavlja položaj klipa i mijenjat će se između granica koje su mu zadane.

Tlak *p* ima zadana početnu vrijednost koja se izračuna iz jednadžbe stanja idealnog plina. Naime ako se uzme za volumen plina razlika između položaja klipa do dna cilindra (u programu konkretno *klipX* – *xmin*) i uvrste se vrijednosti iz varijabla definiranih u zadanim veličinama tada imamo sve podatke pomoću kojih možemo izračunati tlak u početnoj točki.

Kao varijable zadanih veličina koriste se temperatura (toplijeg spremnika) *T1* koja iznosi 600K, temperatura (hladnijeg) *T2* koja iznosi 300K i umnožak $nR = 8.314$ jer se smatra da se radi o množini tvari od jednog mola.

Pa tako uvrštavanjem ovih vrijednosti u jednadžbu za idealni plin dobijemo početnu vrijednost za tlak u točki 1:

$$p = \frac{nRT_1}{klipX} = 142.5257$$

Termodinamička koordinata koja je određena tlakom i volumenom za početnu točku će iznositi $(p_1, V_1) = (142.5257, 35)$.

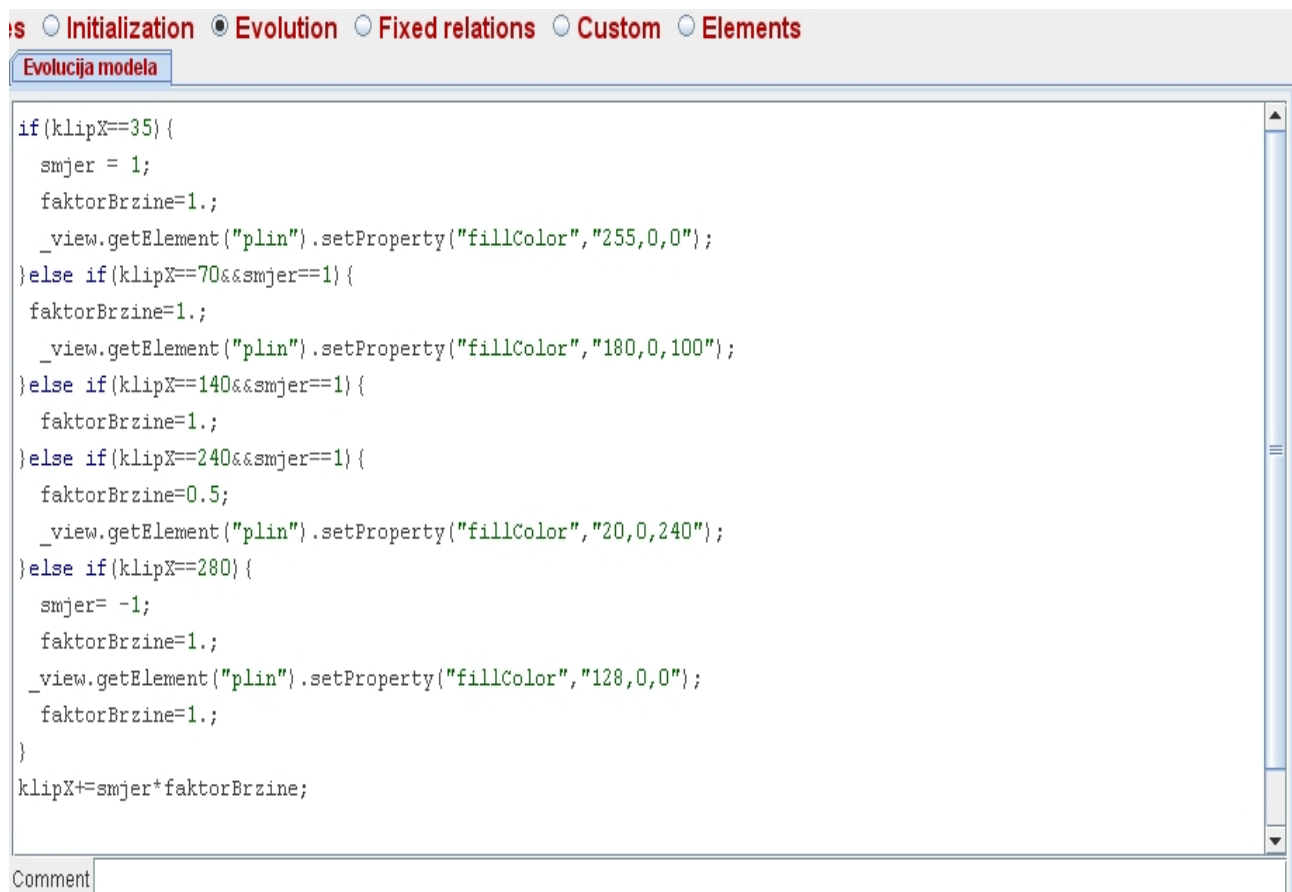
4.3.Evolution

Podpanel Evolution nam određuje ponašanje naše simulacije. Uz pomoć njega definiramo sve promjene u vremenu.

Može se realizirati pisanjem Java koda ili putem diferencijalnih jednažbi.

Ako se evolucija modela ostvaruje pomoću diferencijalnih jednažbi tada EJS automatski sam generira kod za uvrštene jednažbe. Pisanja diferencijalnih jednažbi višeg reda možemo svesti na jednažbe prvog reda.

U svakom slučaju potrebno je napisati algoritam po kojem se model mijenja. Promjenom evolucije događat će se i promjene dinamičkih varijabli. U ovom slučaju je napravljen pomoću pisanja Java koda.



The screenshot shows a software interface with a tab labeled "Evolucija modela". At the top, there are radio buttons for "Initialization", "Evolution" (which is selected), "Fixed relations", "Custom", and "Elements". Below the tab, a text area contains the following Java code:

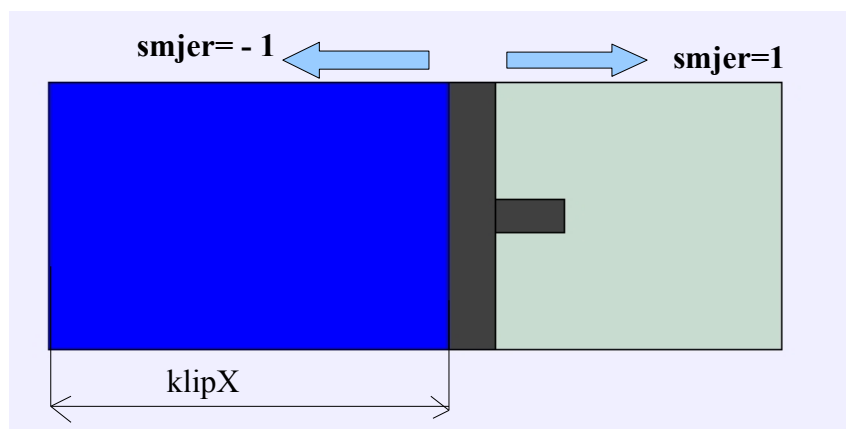
```
if(klipX==35){
    smjer = 1;
    faktorBrzine=1.;
    _view.getElement("plin").setProperty("fillColor","255,0,0");
}else if(klipX==70&&smjer==1){
    faktorBrzine=1.;
    _view.getElement("plin").setProperty("fillColor","180,0,100");
}else if(klipX==140&&smjer==1){
    faktorBrzine=1.;
}else if(klipX==240&&smjer==1){
    faktorBrzine=0.5;
    _view.getElement("plin").setProperty("fillColor","20,0,240");
}else if(klipX==280){
    smjer= -1;
    faktorBrzine=1.;
    _view.getElement("plin").setProperty("fillColor","128,0,0");
    faktorBrzine=1.;
}
klipX+=smjer*faktorBrzine;
```

At the bottom of the window, there is a "Comment" field.

Slika 4.3.1. Evolucija modela

Vidimo da evolucija započinje provjeravanjem uvjeta za položaj klipa koji je prethodno podstavljen upravo na položaj vrijednosti koja se provjerava.

Vrlo bitno je odrediti smjer u kojem želimo da se naš klip giba pa se zato među dinamičke varijable postavila varijabla naziva *smjer*. Ako želimo gibanje klipa u pozitivnom smjeru tada varijabli *smjer* pridodajemo vrijednost 1, dok za pomak u negativnom smjeru varijabli se pridodaje vrijednost -1.



Slika 4.3.2. Prikaz varijable *klipX*, te varijable *smjer* koja određuje pravac gibanja

Nadalje u evoluciji vidimo da slijede provjere smjera i određivanje granica do kojih će se klip gibati.

Određene granice su termodinamičke koordinate volumena za četiri točke tijekom kružnog procesa (slika 8). Prilikom određivanja volumena treba obratiti pozornost na uvjet kojim se međusobno povezuju volumeni za te četiri:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

Brzina promjene klipa kojom se giba određena je varijablom *faktorBrzine*. Pomoću promjene brzine klipa možemo vizualizirati promjenu brzine u skladu s procesom koji se odvija. Tijekom aijabatske ekspanzije klip će se sporije gibati pa zato smanjujemo *faktorBrzine*.

4.4. Povezivanje varijabli pomoću *Fixed relations*

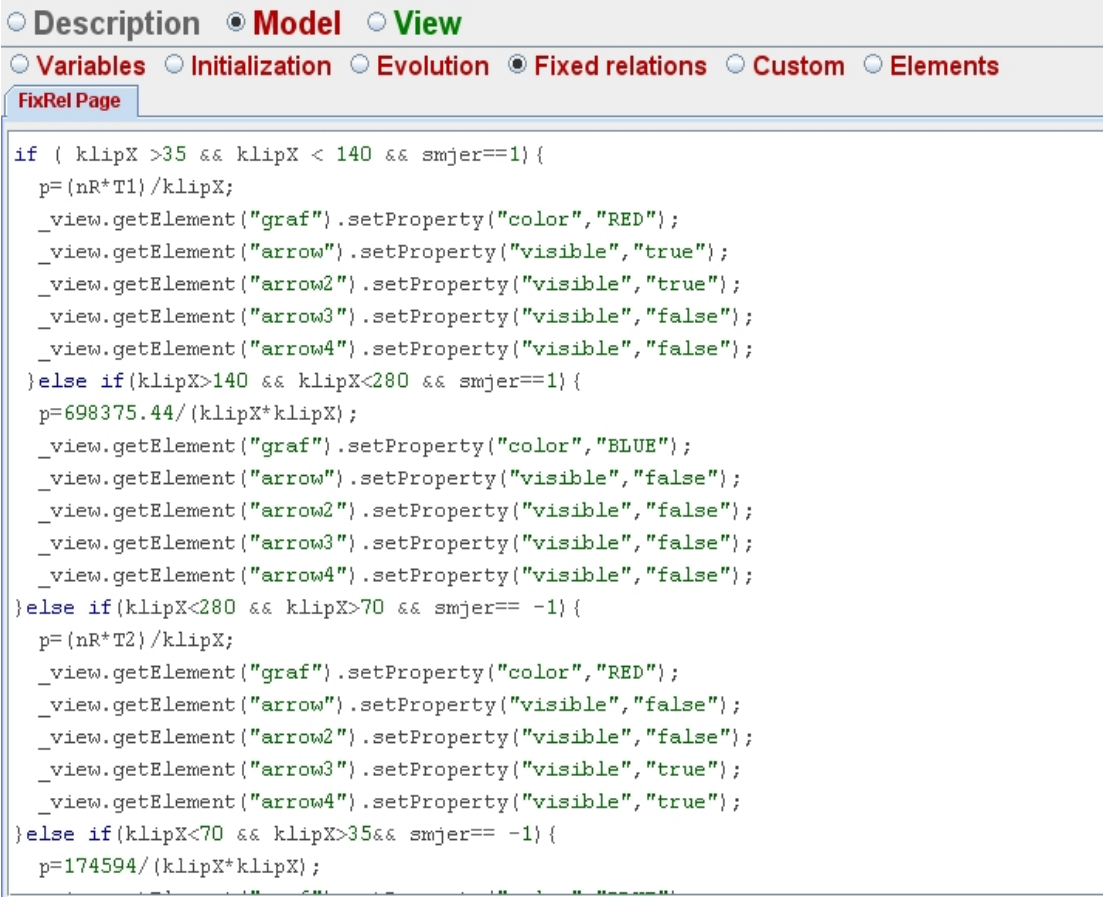
Unutar ovog podpanela definirat ćemo veze među varijablama i njihove međusobne ovisnosti.

S obzirom da se radi o idealnom plinu unutar cilindra s klipom koristimo jednadžbu stanja idealnog plina kako bi povezali tlak s volumenom (pomakom klipa) pri određenoj izotermnoj promjeni.

Kod adijabatskih promjena koristimo jednadžbu $pV^\gamma = konst.$ pri čemu izračunamo konstante. Konstante ovise o termodinamičkim koordinatama u točkama 2 i 4.

Tako kod procesa iz točke 2 u točku 3 pri adijabatskoj ekspanziji konstanta iznosi 698375,44, a kod procesa iz točke 4 u točku 1 pri adijabatskoj kompresiji konstanta iznosi 174594.

Kod ovog računa je uzeta aproksimativna vrijednost za adijabatski koeficijent i iznosi $\gamma=2$ (realne vrijednosti za različite plinove prikazane su u tablici 1).



```
if ( klipX >35 && klipX < 140 && smjer==1){
  p=(nR*T1)/klipX;
  _view.getElement("graf").setProperty("color","RED");
  _view.getElement("arrow").setProperty("visible","true");
  _view.getElement("arrow2").setProperty("visible","true");
  _view.getElement("arrow3").setProperty("visible","false");
  _view.getElement("arrow4").setProperty("visible","false");
}else if(klipX>140 && klipX<280 && smjer==1){
  p=698375.44/(klipX*klipX);
  _view.getElement("graf").setProperty("color","BLUE");
  _view.getElement("arrow").setProperty("visible","false");
  _view.getElement("arrow2").setProperty("visible","false");
  _view.getElement("arrow3").setProperty("visible","false");
  _view.getElement("arrow4").setProperty("visible","false");
}else if(klipX<280 && klipX>70 && smjer== -1){
  p=(nR*T2)/klipX;
  _view.getElement("graf").setProperty("color","RED");
  _view.getElement("arrow").setProperty("visible","false");
  _view.getElement("arrow2").setProperty("visible","false");
  _view.getElement("arrow3").setProperty("visible","true");
  _view.getElement("arrow4").setProperty("visible","true");
}else if(klipX<70 && klipX>35&& smjer== -1){
  p=174594/(klipX*klipX);
```

Slika 4.4.1. Povezivanje i računanje varijable tlaka p

4.5. Panel View

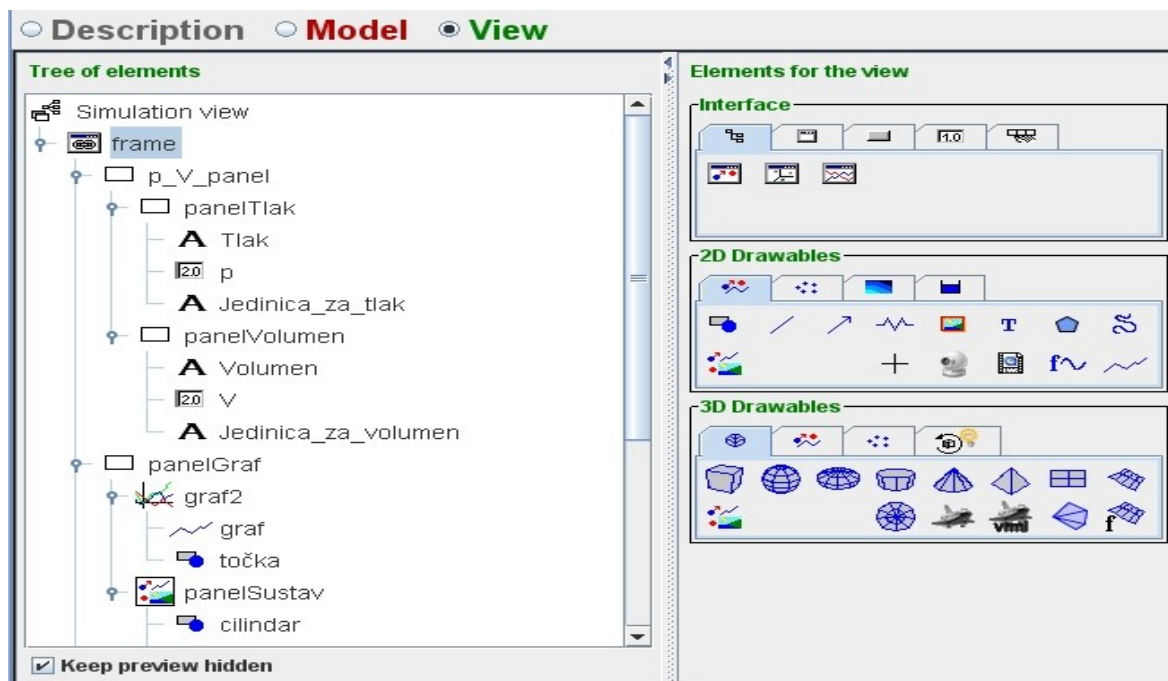
U panelu View stvara se vizualni prikaz grafičkog sučelja koji je u EJS-u uvelike olakšan. Vizualizacija se postiže odabirom ponuđenih elemenata koji su grupirani po određenim vrstama (nalaze se na desnoj strani pod nazivom *Elements for the view*).

Raznolikost ponuđenih elemenata stvara temelje za kreiranje od jednostavnih pa sve do složenijih grafičkih mogućnosti.

Koristeći se elementima koji analiziraju simulaciju (npr. grafovi) možemo napraviti vrlo jednostavno obrasce za mjerenja, što je posebno pogodno u obrazovne i znanstvene svrhe.

Prenošenjem elemenata na *Tree of elements* stvaramo stablo po kojem možemo vrlo pregledno raspoznati kako je kreirano grafičko sučelje te se vrlo lagano kretati po njemu odabirom pojedinog elementa.

Nazivom i izgledom svakog od elemenata možemo predočiti i njegovu funkciju unutar stabla.



Slika 4.5.1. Panel *View* i kreirano stablo elemenata

Dvostrukim lijevim klikom na bilo koji od elemenata otvaramo panel *Properties* u kojem možemo pregledati njegova svojstva i vidjeti vezu s određenom varijablom. Velika je mogućnost moduliranja elemenata pa stoga se može i proširiti njegova primjena izlazeći iz okvira grafičke namjene.

4.6. Izvršavanje simulacije

Kreirana simulacija pokreće se zelenim trokutićem (Slika 4.1.1.).

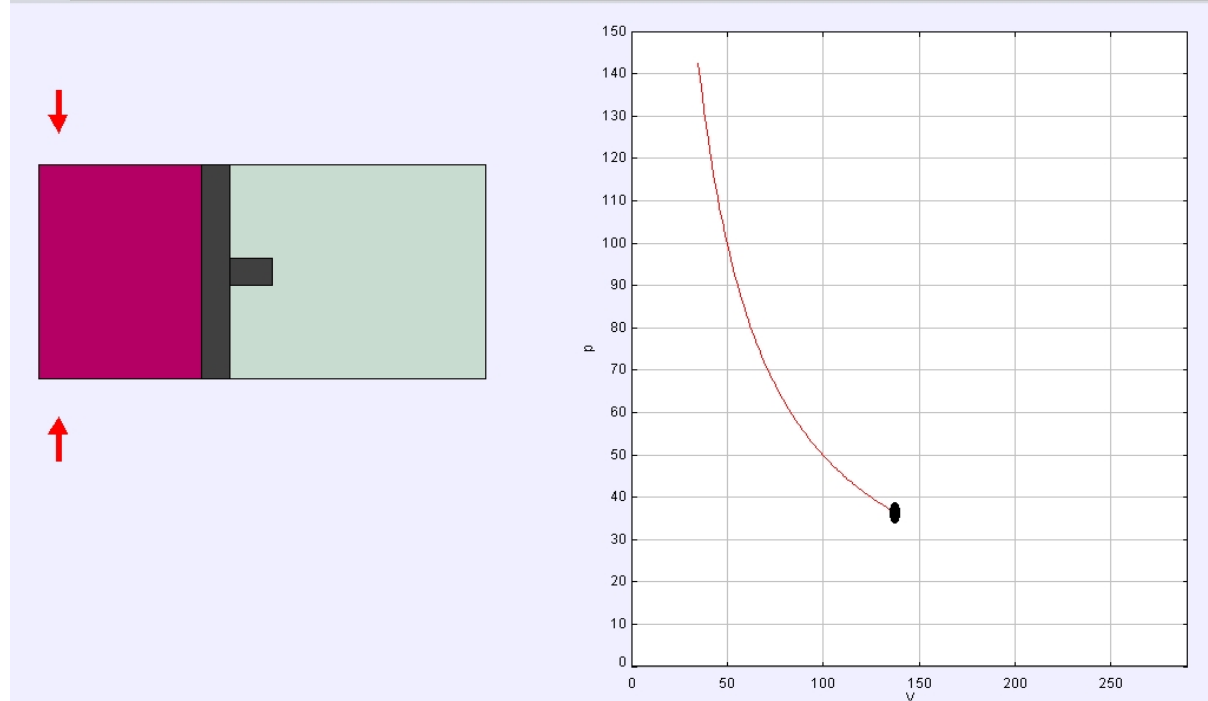
U ovoj simulaciji prikazan je Carnot-ov kružni proces sa dotičnim grafom koji prikazuje odnos tlaka i volumena u svakom trenutku.

Tijekom procesa prikazana je brojčana vrijednost tlaka i volumena za svaku točku kroz koju klip prolazi.

Strelice koje se pojavljuju tijekom izotermnih procesa predstavljaju izmjenu topline.

Tlak 36.412

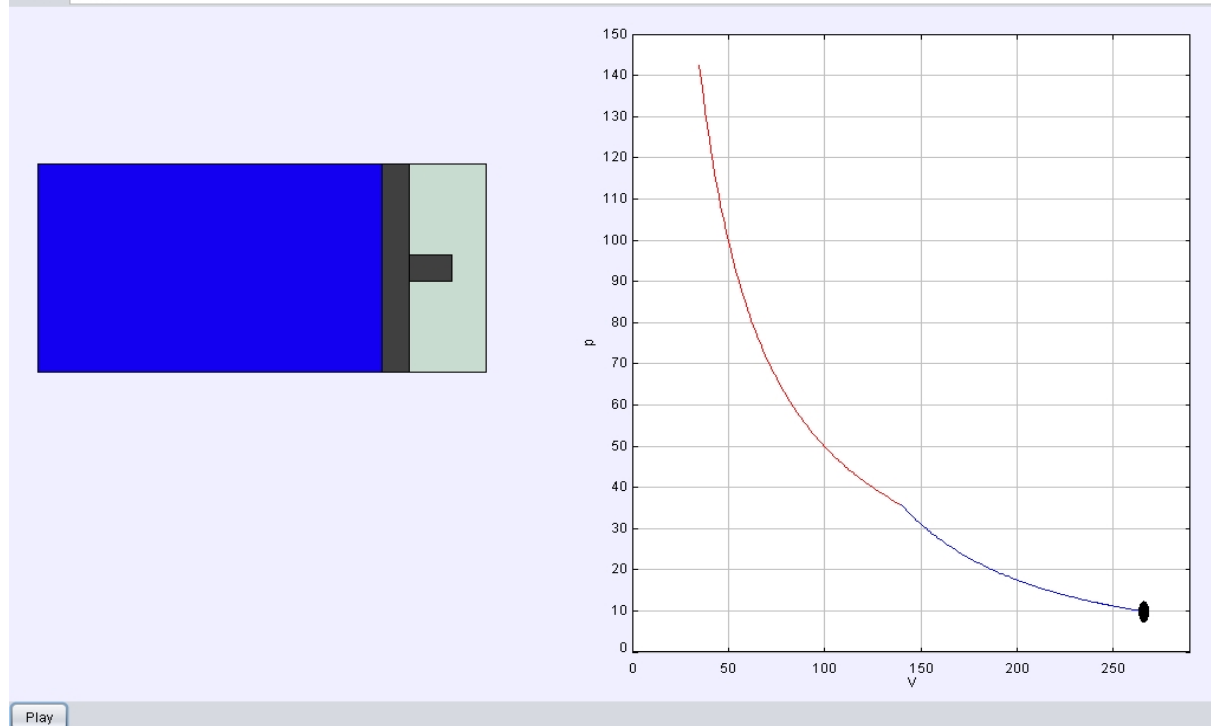
Volumen 137.000



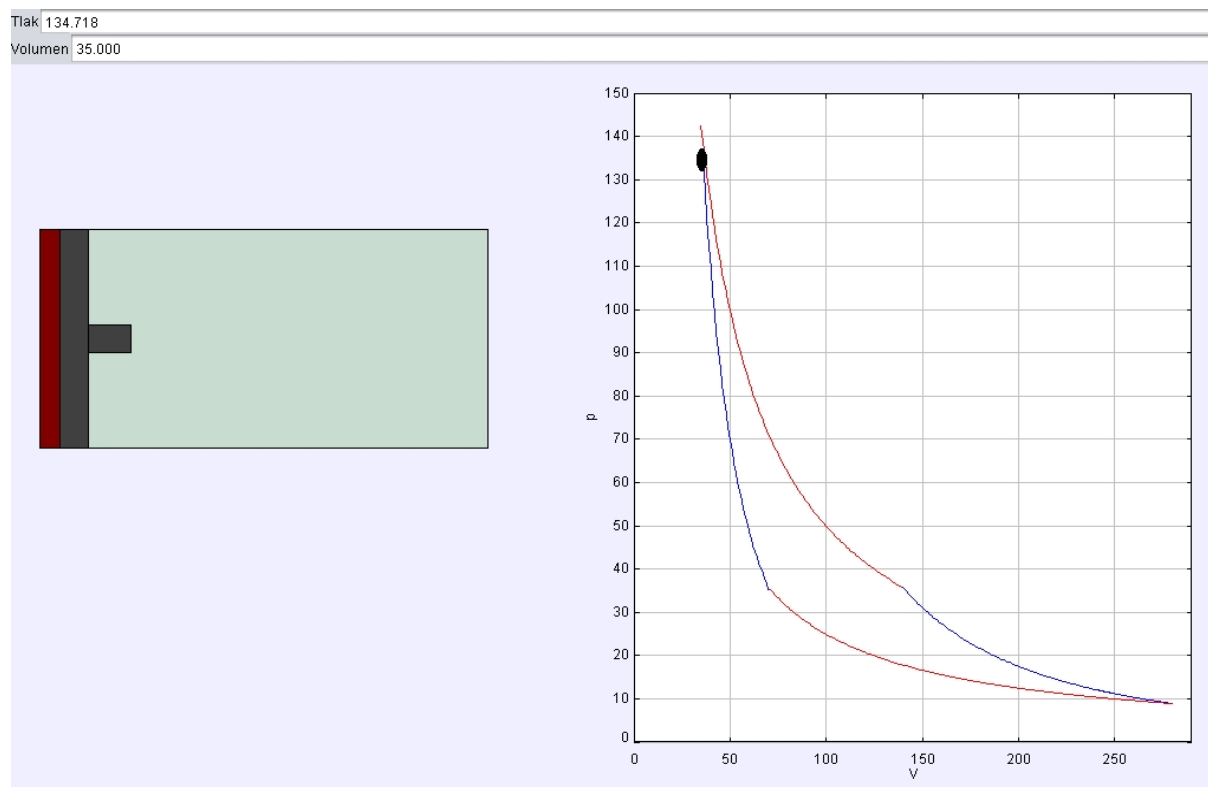
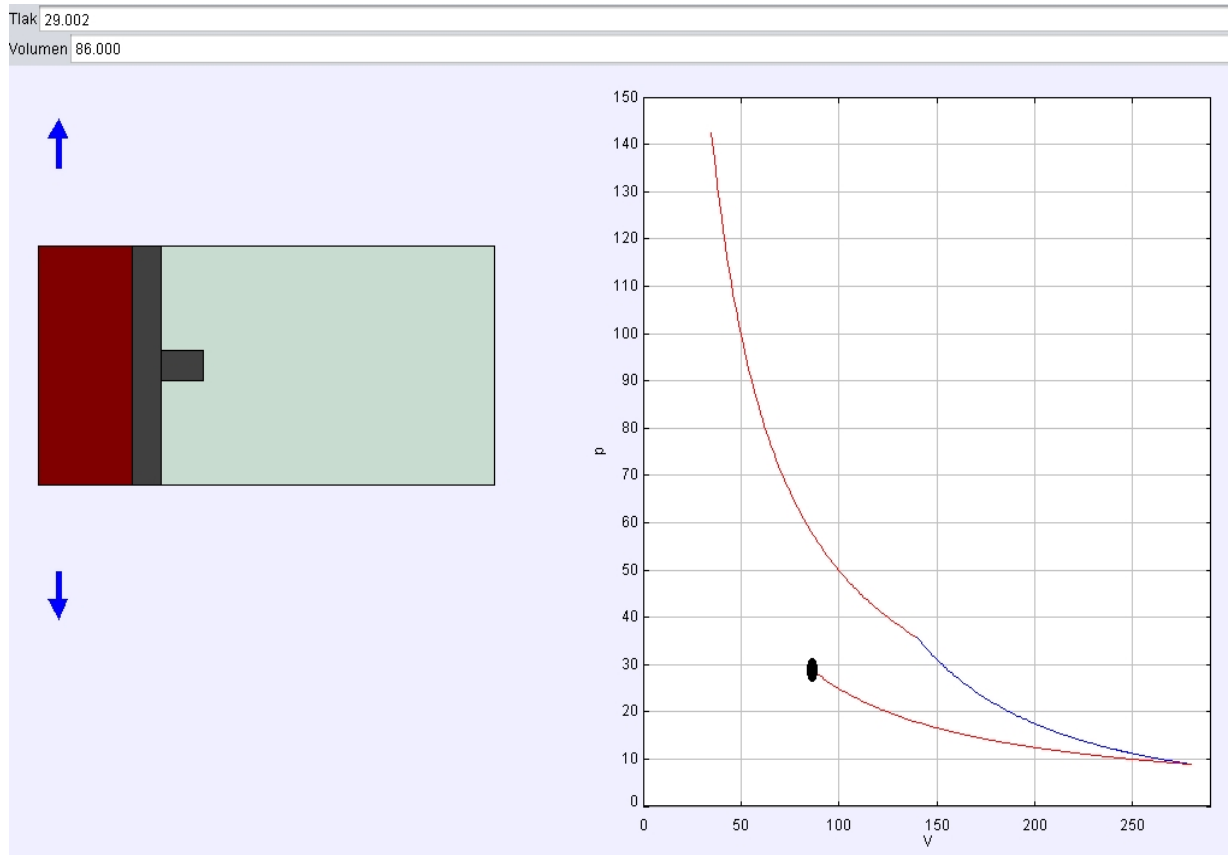
Slika 4.6.1. Izotermalna ekspanzija prikazana simulacijom

Tlak 9.907

Volumen 265.500



Slika 4.6.2. Adijabatska ekspanzija prikazana simulacijom



5. Zaključak

5.1. Korištenje simulacije u nastavi

Pokus kojim bi se demonstrirao rad toplinskog stroja nemože se praktično izvesti tijekom nastavnog sata.

Upravo radi nemogućnosti izvođenja pokusa koristili bi simulaciju Carnotovog kružnog procesa kojom bi vizualizirali kako rade toplinski strojevi. Tako bi učenici ipak stekli percepciju kako se izvršava rad kod toplinskih strojeva.

Simulacija Carnotovog toplinskog stroja bi se mogla koristiti tijekom drugog razreda srednje škole po gimnazijskom programu i trećeg razreda strukovne škole u sklopu nastave fizike iz gradiva termodinamike

Ova simulacija jasno bi prikazala kako se teorija o toplinskim strojevima može realizirati u praksi. Tako bi se stvorila poveznica između fizike i stvarnih strojeva (industrije) čija je povijesna veza u početku i prouzročila razvoj termodinamike.

U strukovnim školama se interdisciplinarno (kroz druge nastavne predmete) proučava rad toplinskih strojeva pa tako ova simulacija bi se mogla prikazivati i u drugim nastavnim predmetima.

Osim direktne povezanosti s toplinskim strojem simulacijom se može prikazati 1. ZT. ili općenitije zakona o očuvanju energije. Osim očuvanja energije mogu se objasniti i transformacije iz jednog oblika energije u drugi te pretvorba energije u rad.

5.2. Zaključak o programu

Pokusi ili računalne simulacije su vrlo bitni faktor stjecanja znanja u nastavi fizike.

Učenici uvijek zapamte ono što izrade vlastitim rukama pa s obzirom na tu činjenicu učenički pokus uvijek ima prednost. Nažalost zbog vremenskih ograničenja, nedostatka pribora i sličnih stvari to nije uvijek moguće.

Bez vizualiziranja problema teško je predstaviti fizikalne modele i sustave.

U slučaju nemogućnosti izvedbe pokusa koristiti ćemo računalnu simulaciju. EJS je jedan od niza alata kojim možemo kreirati našu simulaciju. Pa možemo reći da EJS kao pomoćno sredstvo u nastavi olakšava i proširuje mogućnosti predavanja.

Pravilnom razradom modela i kvalitetnim metodičkim konceptom simulacija može uvelike olakšati stjecanje znanja. Računalne simulacije nikad u potpunosti neće moći zamijeniti realni pokus ali su sve više u uporabi.

Ako koristimo simulaciju tada se trebamo pobrinuti da dovoljno kvalitetnim aproksimacijama približimo realni sustavu jer fiziku prirode gotovo nije moguće doslovno prebaciti u simulaciju stoga treba biti oprezan prilikom kreiranja modela.

Računalne simulacije su vrlo poželjno sredstvo u nastavi čijim razvijanjem raste i kvaliteta nastave.

6. Literatura

1. Fizika 3, Petar Kulišić, ŠK, ZAGREB, 1993.
2. Međudjelovanja, relativnost, titranja i zvuk, Rudolf Krsnik, Branka Mikuličić, ŠK 1992.
3. Mehanika i toplina, Petar Kulišić, ŠK, 1989
4. <http://www.um.es/fem/EjsWiki>
5. <http://www.compadre.org/osp/>
6. <http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/>